VŨ THANH KHIẾT

Một số phương pháp chọn lọc

GIẢI CÁC BÀI TOÁN VẬT LÍ SƠ CẤP

TẬP I

DHQGHN
TRUNG TÂM TT-TV

530.15
VU-K(1)
1998

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

VŨ THANH KHIẾT

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP CHỌN LỌC GIẢI CÁC BÀI TOÁN VẬT LÝ SƠ CẤP

TẬP MỘT

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI - 1997

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Giám đốc Nguyễn Văn Thoả
Tổng biên tập Nghiêm Đình Vỳ

Biên tập và sửa bản in: Phạm Chí
Trình bày bìa: Ngọc Anh

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP CHỌN LỌC GIẢI CÁC BÀI TOÁN VẬT LÝ SƠ CẤP - TẬP I
Mã số: 01. 104 - ĐH97- 785.97.
In 3000 cuốn tại Nhà in Quân đội. Số in: 7625.
Số xuất bản: 785/CXB. Số trích ngang: 325 KH/XB.
In xong và nộp lưu chiểu 11-1997.

LỜI NÓI ĐẦU

Để giúp cho các thí sinh tham gia kì thi học sinh giỏi môn Vật lí lớp 12, thi tốt nghiệp PTTH và thi vào các trường Đại học và Cao đẳng, dễ dàng nắm được và vận dụng tốt **Các phương pháp cơ bản** giải các bài toán Vật lí chúng tôi biên soạn cuốn sách này. Trong cuốn sách chúng tôi trình bày các phương pháp cơ bản để giải các bài toán vật lí sơ cấp. Chúng được sắp xếp thành các đề tài lớn, mỗi đề tài lớn bao gồm một số chủ đề, bám sát các chương trình thi môn Vật lí. Để giúp cho thí sinh dễ dàng nắm chắc phương pháp giải các bài toán thuộc mỗi chủ đề, chúng tôi trình bày mỗi chủ đề theo trình tự nội dung như sau:

a) **Tóm tắt kiến thức cơ bản:** Một số khái niệm cơ bản, công thức cơ bản cần thiết mà thí sinh cần nắm và nhớ để giải các bài toán thuộc chủ đề đó.

b) **Bài tập cơ bản:** Bao gồm các dạng bài tập cơ bản thuộc chủ đề đó. Với mỗi dạng bài tập cơ bản có nêu lời giải chi tiết, sau đó nêu lên **Hướng dẫn** chi tiết **phương pháp giải loại bài tập cơ bản đó.** Cuối cùng có nêu các **Bài tập áp dụng,** nhằm giúp cho thí sinh tập vận dụng phương pháp giải đó vào việc giải các bài tập điển hình thuộc loại bài tập cơ bản đó. Cuối các đề bài tập áp dụng có nêu các Hướng dẫn giải và đáp số, để giúp cho thí sinh tự kiểm tra kết quả làm bài của mình. Ngoài ra cuối mỗi chủ đề còn có các **Bài tập tổng hợp,** giúp cho thí sinh có điều kiện tập dượt làm các bài tập khó hơn. Để giúp cho thí sinh nắm lại các kiến thức cơ bản cần thiết ở lớp 10-11, mở đầu cuốn sách có phần **Ôn tập kiến thức cơ bản.** Nói chung đại bộ phận các bài tập trong cuốn sách đều có nội dung tương đương với đề thi học sinh giỏi, đề thi tốt nghiệp PTTH và đề thi tuyển sinh Đại học. Ngoài ra để giúp thí sinh thấy được yêu cầu cần đạt được trong các kì thi, trong cuốn sách có đưa vào một số Đề thi học sinh giỏi toàn quốc môn Vật lí, Đề thi Olimpic Vật lí quốc tế, Đề thi vào các trường Đại học và Cao đẳng năm 1996 trở về trước. Vì vậy nếu thí sinh tự lực giải đúng các bài tập trong cuốn sách này, thì điều đó chứng tỏ thí sinh đã nắm được phương pháp cơ bản giải các bài tập vật lý sơ cấp và có điều kiện đạt được điểm cao trong các kì thi sắp tới.

Chúc các bạn thành công

Tác giả

Phần thứ nhất

ÔN TẬP KIẾN THỨC CƠ BẢN

A - MỘT SỐ KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NHỚ

1. *Các dạng chuyển động cơ học*

a) Chuyển động thẳng đều

$$s = vt,\ x = x_o + vt.$$

b) Chuyển động thẳng biến đổi đều

$$v_t = v_o + at, \qquad x = x_o + v_o t + \frac{at^2}{2},$$

$$v_t^2 - v_o^2 = 2as \qquad (s = |x - x_o| \text{ là đường đi})$$

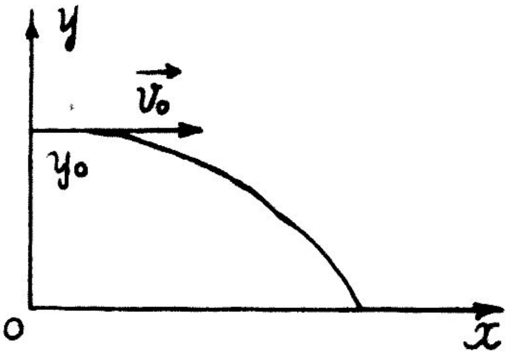
(x_o, v_o là tọa độ và vận tốc lúc ban đầu $t = 0$).

c) Sự rơi tự do:

$$v_t = gt, \qquad h = h_o - \frac{gt^2}{2}.$$

d) Chuyển động ném ngang:

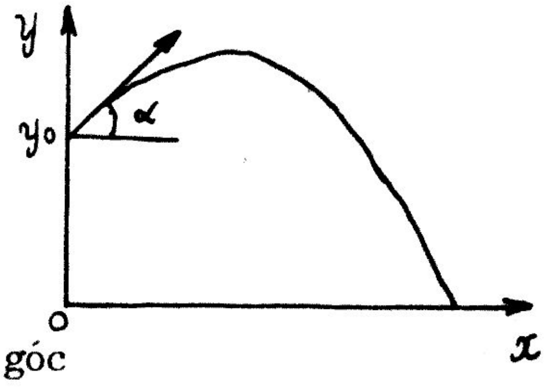
$$x = v_o t, \quad y = y_o - \frac{gt^2}{2}.$$



e) Chuyển động ném xiên:

$$x = (v_o \cos\alpha)t,$$

$$y = y_o + (v_o \sin\alpha)t - \frac{gt^2}{2}.$$



g) Chuyển động tròn đều :

- Mối liên hệ giữa vận tốc góc ω, chu kì quay T và tần số vòng n :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n.$$

– Vận tốc dài $v = \omega R$ (R là bán kính quỹ đạo).

2. *Định luật Niutơn.*

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad \vec{F} \text{ là hợp lực tác dụng lên vật.}$$

3. *Vài loại lực.*

a) Trọng lực $P = mg$, $\quad g = \dfrac{GM_đ}{(R_đ + h)^2}$

($M_đ$, $R_đ$ là khối lượng và bán kính Trái đất).

b) Lực đàn hồi $F = -kx$ (có độ lớn bằng $k|x|$, x là độ nén hoặc dãn của lò xo).

c) Lực đẩy Acsimet: có hướng thẳng lên trên và có độ lớn

$F = DVg$ (D là khối lượng riêng của chất lỏng thay chất khí), V là phần thể tích của vật chìm trong chất lỏng).

d) Lực điện trường $\vec{F} = q\vec{E}$, có độ lớn $F = |q|E$

(cường độ điện trường E giữa hai bản tụ điện $E = \dfrac{U}{d}$,

U, d là hiệu điện thế và khoảng cách giữa hai bản tụ điện)

e) Lực từ $F = BIl\sin\alpha$.

Lực Lorenxơ $F = qvB\sin\alpha$.

g) Lực hướng tâm $F = \dfrac{mv^2}{R} = m\omega^2R$.

h) Lực ma sát $F = kN$ (k: hệ số ma sát).

Lực cản của môi trường $F = kv$.

4. *Công, năng lượng.*

a) Công: $A = Fs\cos\alpha$, công suất $P = \dfrac{A}{t} = Fv\cos\alpha$.

Công của điện trường $A = qEd = qU$.

b) Động năng $E_đ = \frac{mv^2}{2}$

c) Thế năng của vật trong trọng trường (của hệ Vật - Trái đất)

$$E_t = mgh.$$

d) Thế năng đàn hồi của lò xo: $E_t = \frac{kx^2}{2}$.

e) Cơ năng $E = E_đ + E_t$.

5. *Định lý động năng:* Độ biến thiên động năng của một vật bằng công của tất cả các ngoại lực tác dụng lên vật: $E_{đ2} - E_{đ1} = A$.

6. *Các định luật bảo toàn.*

a) **Định luật bảo toàn cơ năng:** Trong hệ kín không có lực ma sát thì có sự biến đổi qua lại của động năng và thế năng, nhưng tổng của chúng, tức là cơ năng, được bảo toàn:

$$E = E_đ + E_t = \text{const}.$$

b) **Định luật bảo toàn động lượng:** Tổng động lượng của một hệ kín được bảo toàn.

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v'}_1 + m_2\vec{v'}_2$$

(trước tương tác, va chạm) (sau tương tác, va chạm).

c) **Định luật bảo toàn điện tích:** Trong một hệ kín (về điện) tổng đại số các điện tích luôn luôn là một hằng số.

d) **Định luật bảo toàn năng lượng:** Trong một hệ kín có sự chuyển hóa của năng lượng từ dạng này sang dạng khác nhưng năng lượng tổng cộng được bảo toàn.

7. **Dãn nở nhiệt:** $l = l_o(1 + \alpha t)$ (l_o là độ dài ở nhiệt độ 0^oC, α là hệ số nở dài).

Nhiệt lượng vật tỏa ra (hay thu được) khi giảm (hay tăng) nhiệt độ Δt: $Q = cm\Delta t$ (c là nhiệt dung riêng).

B. MỘT SỐ BÀI TẬP ÔN TẬP

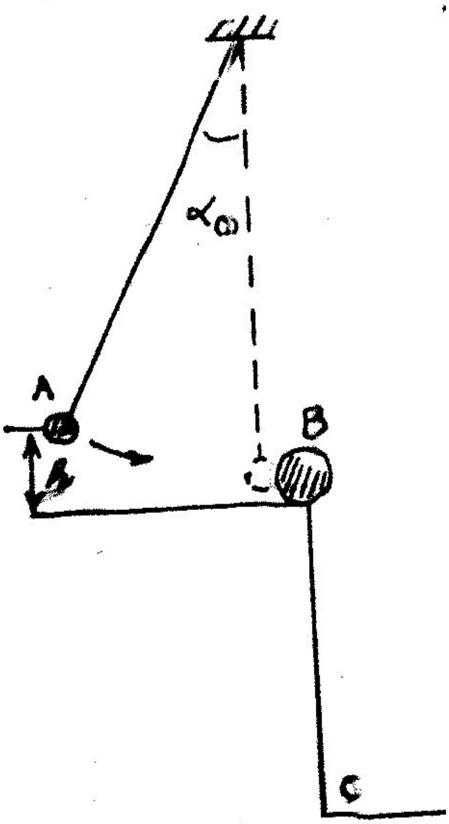
Bài tập 1. Một hòn bi A có khối lượng $m_1 = 200$ g được treo vào một sợi dây không dãn, khối lượng không đáng kể, dài 1m. Kéo hòn bi A lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha_o = 30^o$ rồi buông ra (không vận tốc đầu).

1. Tính vận tốc v_o của hòn bi đó khi qua vị trí cân bằng

2. Khi đi qua vị trí cân bằng, hòn bi A va chạm đàn hồi và xuyên tâm với một hòn bi B có khối lượng $m_2 = 100$g đang đứng yên ở mép một cái bàn cao 0,8m. a) Tính vận tốc của hai hòn bi và góc lệch lớn nhất α_m của hòn bi A ngay sau khi va chạm.

b) Xác định chuyển động của hòn bi B sau va chạm. Hỏi sau bao lâu hòn bi B rơi đến sàn nhà và điểm rơi cách chân bàn O bao nhiêu.

Bỏ qua mọi lực ma sát và lực cản môi trường và lấy $g = 10$ m/s^2.



Giải.

1. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có

$$\frac{1}{2} m_1 v_o^2 = m_1 g h,$$

với h là độ cao ban đầu của hòn bi A so với mặt bàn. Dễ dàng tính được $h = l\,(1 - \cos\alpha_o)$.

Từ đó $\frac{1}{2} m_1 v_o^2 = m_1 g l\,(1 - \cos\alpha_o)$

hay $v_o = \sqrt{2gl\,(1 - \cos\alpha_o)} = \sqrt{2.10.1\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = 1{,}64$ m/s

2. a) Vì va chạm của hai hòn bi là đàn hồi và xuyên tâm nên ta áp dụng các định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn cơ năng:

$$m_1 v_o = m_1 v_1 + m_2 v_2 \qquad (1)$$

(xét theo phương của $\vec{v}_o$, v_1 và v_2 là các vận tốc của hòn bi A và hòn bi B ngay sau va chạm).

$$\frac{1}{2}m_1v_o^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 . \qquad (2)$$

Giải hai phương trình (1) và (2) và thay số ta được.

$$v_1 = 0,55 \text{ m/s và } v_2 \approx 2,18 \text{ m/s}.$$

Ở vị trí góc lệch lớn nhất α_m, vận tốc hòn bi A bằng không. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng, tương tự như câu 1, ta có:

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = m_1gl(1 - \cos\alpha_m) ,$$

suy ra:

$$\cos\alpha_m = 1 - \frac{v_1^2}{2gl} \approx 0,9849$$

$$\alpha_m \approx 10^o.$$

b) Sau va chạm, chuyển động của hòn bi B là chuyển động ném ngang. Ta phân tích chuyển động của hòn bi B thành hai chuyển động thành phần.

- Chuyển động theo phương ngang là chuyển động đều: $x = v_2t$.
- Chuyển động theo phương thẳng đứng là chuyển động nhanh dần đều với gia tốc g:

$$y = \frac{gt^2}{2} .$$

Khi hòn bi B rơi đến sàn nhà

$$y = h = \frac{gt^2}{2} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2.0,8}{10}} = 0,4\text{s}.$$

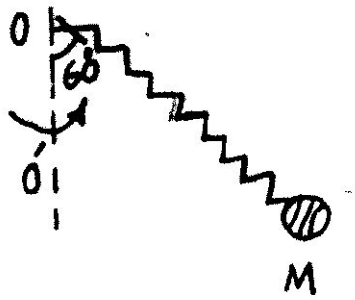
Điểm rơi cách chân bàn O : $s = v_2t = 0,87$m.

Bài tập 2. Một lò xo khối lượng không đáng kể, có độ dài tự nhiên $l_o = 20$cm, dãn thêm 1 cm dưới tác dụng của lực kéo 1N. Người ta treo vào lò xo một hòn bi có khối lượng 100g rồi quay lò xo xung quanh trục OO' thẳng đứng, khi đó trục của lò xo làm với trục quay một góc $\alpha = 60^o$. Hãy xác định:

a) Độ cứng của lò xo đó.

b) Chiều dài của lò xo.

Vận tốc góc quay và số vòng quay trong một phút.



Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

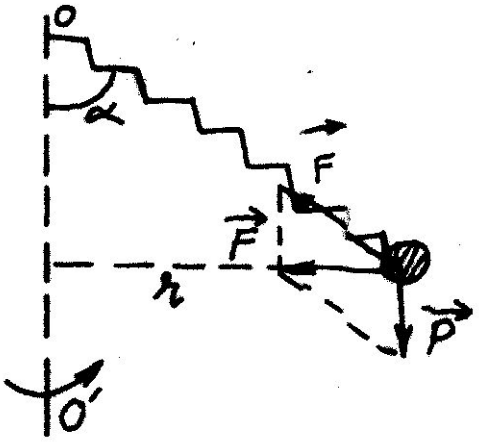
Giải. a) Áp dụng công thức $F = k|x|$

$$k = \frac{F}{|x|} = \frac{1}{10^{-2}} = 100 \text{ N/m}.$$

b) Khi ta quay lò xo với vận tốc góc ω quanh OO' hòm bi chuyển động tròn đều và chịu tác dụng của hai lực: trọng lực $\vec{P}$ và lực đàn hồi $\vec{F}_{đh}$.

Hợp lực $\vec{F}$ của hai lực đó là lực hướng tâm: $F = m\omega^2 r = m\omega^2 . l\sin\alpha$, với l là chiều dài của lò xo khi đó. Từ hình vẽ ta có:

$$F_{đh} = \frac{P}{\cos\alpha} = 2P = 2mg.$$



Mặt khác, độ dãn của lò xo là:

$x = l - l_o$ và $F_{đh} = kx = k(l - l_o)$.

Do đó

$$2mg = k(l - l_o).$$

Suy ra

$$l = l_o + \frac{2mg}{k} = 0{,}2 + \frac{2.0{,}1.10}{100} = 0{,}22\text{m}$$

$l = 22$cm.

Từ hình vẽ ta lại có $F = P\text{tg}\alpha$

hay $\quad m\omega^2 . l\sin\alpha = mg\text{tg}\alpha$,

$$\omega^2 = \frac{g}{l\cos\alpha} = \frac{2g}{l}.$$

Vận tốc góc quay bằng $\omega = \sqrt{\frac{2g}{l}} = \sqrt{\frac{2.10}{0{,}22}} \approx 9{,}53$ rad/s.

Số vòng quay:

$$\omega = 2\pi n \rightarrow n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{9,53}{2.3,14} \approx 1,5 \text{ vòng/s} = 90 \text{ vòng/phút}.$$

Bài tập 3. Một lò xo khối lượng không đáng kể có độ dài tự nhiên $l_0 = 30\text{cm}$. Độ dãn của lò xo tỉ lệ với khối lượng của vật treo vào nó. Cứ treo 20g vào lò xo thì nó dãn ra 5mm.

a) Tính độ cứng của lò xo.

b) Treo vào lò xo đó một vật khối lượng m = 200g, rồi treo hệ (vật + lò xo) vào trong một chiếc xe đang chuyển động theo phương ngang, người ta thấy lò xo lệch khỏi phương thẳng đứng một góc 15°. Tính gia tốc của xe và độ dài l của lò xo khi đó. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

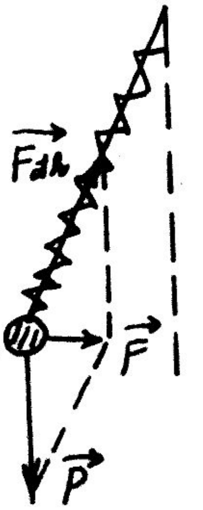
Giải. a) Áp dụng công thức $F = k|x|$.

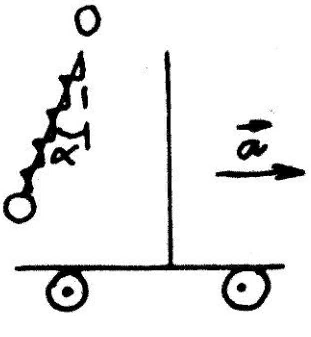
Ở đây $F = P = mg$, m là khối lượng của vật treo vào lò xo. Ta được:

$$k = \frac{F}{|x|} = \frac{mg}{|x|}.$$

Theo đề bài, khi treo $m = 20\text{g} = 0,02 \text{ kg}$ vào lò xo thì nó dãn ra $|x| = 5 \text{ mm} = 0,005\text{m}$. Từ đó

$$k = \frac{0,02.10}{0,005} = 40 \text{ N/m}.$$





b) Vật chịu tác dụng của hai lực: Trọng lực $\vec{P}$ và lực đàn hồi $\vec{F}_{dh}$. Vì vật (hệ) chuyển động cùng với xe với gia tốc $\vec{a}$ nên hợp lực $\vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_{dh}$ đã truyền cho vật gia tốc $\vec{a}$. Từ hình vẽ ta có: $F = P\text{tg}\alpha$,

hay $ma = mg\text{tg}\,\alpha$;

suy ra $a = g\text{tg}\alpha = 10.\text{tg } 15^\circ$

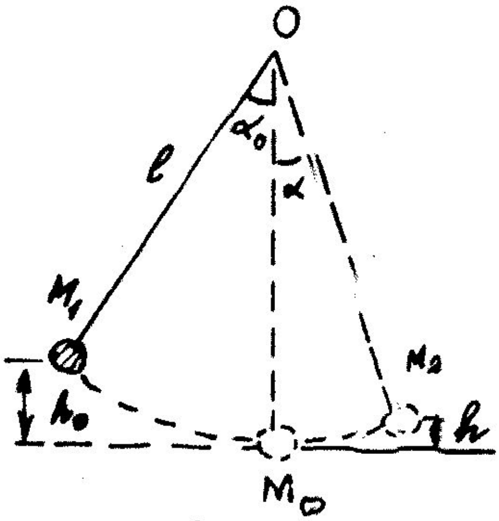
$a = 2,68\text{m/s}^2$.

Từ hình vẽ ta lại có:

$$F_{\text{đh}} = \frac{P}{\cos\alpha}$$

$$k(l - l_o) = \frac{mg}{\cos\alpha}$$

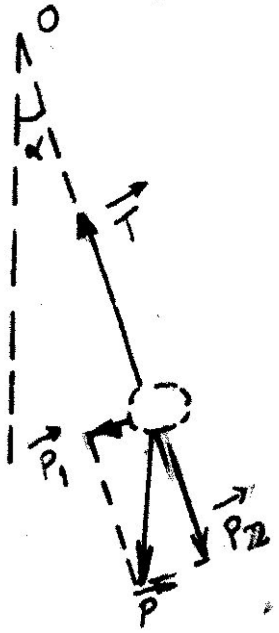
$$\text{hay } l = l_o + \frac{mg}{k\cos\alpha} = 30 + \frac{0,2 \,.\, 10 \,.\, 100}{40 \,.\, \cos 15^o} \approx 35,2 \text{ cm.}$$



Bài tập 4. Một quả cầu khối lượng m = 100 g treo vào đầu một sợi dây không dãn, khối lượng không đáng kể, dài l = 1m. Kéo quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng, lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha_o = 30^o$ rồi buông ra. Hãy tính vận tốc của quả cầu và lực căng của dây treo.

a) Tại vị trí mà độ lệch của quả cầu khỏi phương thẳng đứng bằng $\alpha = 8^o$.

b) Tại vị trí cân bằng của quả cầu. Bỏ qua mọi ma sát và lấy $g = 10 m/s^2$.



Giải.

a) Tính vận tốc của quả cầu:

Gọi M_1 là vị trí của cầu khi góc lệch $\alpha = \alpha_o$, và M là vị trí bất kì ứng với góc lệch α. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho hai vị trí M_o và M:

Cơ năng tại M_o = cơ năng tại M:

$$O + mgh_o = \frac{mv^2}{2} + mgh, \qquad (1)$$

trong đó

$$h_o = l(1 - \cos\alpha_o),$$

$$h = l(1 - \cos\alpha).$$

Từ đó $$v^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_o) \quad (2)$$

hay $$v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_o)} \quad (3)$$

- Tại vị trí ứng với $\alpha = 8^\circ = 0,1396$ rad:

Vì góc α nhỏ nên $\cos\alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} = 0,990.$

Thay số ta được

$$v = \sqrt{2.10.1(0,990 - 0,866)} \approx 1,57 \text{ m/s}.$$

- Tại vị trí cân bằng $\alpha = 0$

$$v = \sqrt{2.10.1.(1 - 0.866)} \approx = 1,64 \text{ m/s}.$$

b) Tính lực căng của dây:

Quả cầu chịu tác dụng của hai lực: trọng lực $\vec{P}$ và lực căng $\vec{T}$. Phân tích $\vec{P}$ thành hai thành phần: thành phần $\vec{P}_1$ tiếp tuyến với quỹ đạo và thành phần $\vec{P}_2$ trùng với phương của dây. Khi đó hợp lực $\vec{T} + \vec{P}_2$ là lực hướng tâm. Do đó ta có:

$$\frac{mv^2}{l} = T - P_2$$

hay $$T = \frac{mv^2}{l} + mg\cos\alpha.$$

Thay (2) vào đây ta được

$$T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_o).$$

- Tại vị trí ứng với $\alpha = 8^\circ = 0,1396$ rad.

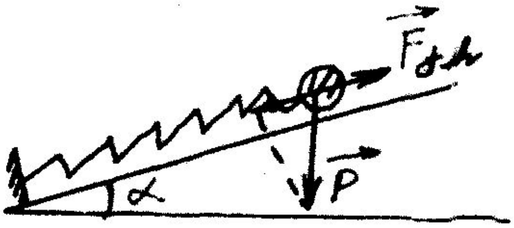
$$T = 0,1.10(3.0,990 - 2.0,866) \approx 1,238 \text{ N}$$

- Tại vị trí cân bằng $\alpha = 0$

$$T = 0,1.10\ (3.1 - 2.0866) \approx 1,268\text{N}.$$

Bài tập 5. Cho một lò xo lí tưởng có độ cứng k và độ dài tự nhiên l_o = 15,0cm. Treo lò xo thẳng đứng và móc vào đầu dưới của lò xo một hòn bi có khối lượng m = 100 g, khi đó chiều dài của lò xo là l_1 = 17,0 cm.

a) Tính độ cứng k của lò xo.



b) Đặt hòn bi (gắn với lò xo) dọc theo đường dốc chính của một mặt phẳng nghiêng một góc α so với phương ngang, khi đó hòn bi nằm cân bằng và chiều dài của lò xo là l_2 = 14,0cm. Hãy tính góc α. Bỏ qua ma sát và lấy $g = 10\ m/s^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

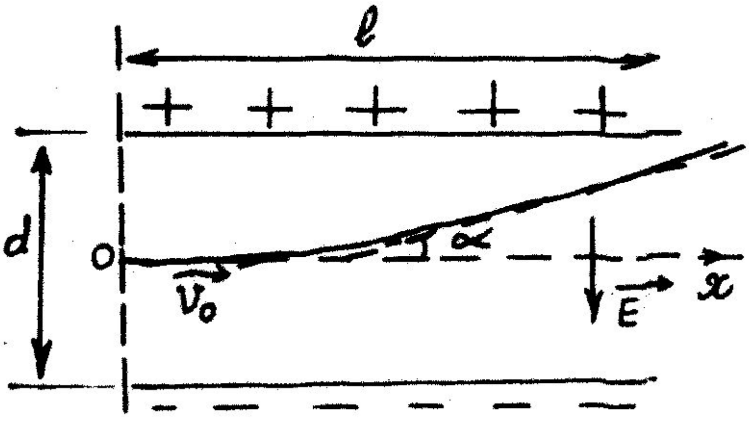
a) $F_{dh} = P \rightarrow k = \dfrac{mg}{l_1 - l_o} = 50\ N/m$

b) Vì vật nằm cân bằng, hình chiếu của trọng lực lên phương của đường dốc chính cân bằng với lực đàn hồi (lò xo bị nén) ta có:

$$mg\sin\alpha = k\ (l_o - l_2).$$

Suy ra $$\sin\alpha = \frac{k(l_o - l_2)}{mg} = 0,5 \rightarrow \alpha = 30^o.$$

Bài tập 6. Các hạt êlectron (tia β^-) phóng từ một chất phóng xạ đi vào trong điện trường của một tụ điện, vận tốc ban đầu v_o của êlectron có phương vuông góc với phương của điện trường.



Tìm phương trình quỹ đạo của êlectron trong điện trường.

Khi đi khỏi tụ điện, hạt êlectron bị lệch so với phương ban đầu góc α. Tính độ lớn của vận tốc v_o.

p dụng số: chiều dài và bề rộng của bản tụ điện $l = 10$cm, 5cm, hiệu điện thế đặt vào tụ điện $U = 200$V, $\alpha = 5^o$. Bỏ qua ụng của trọng lực.

NG DẪN GIẢI

) Electron chịu tác dụng của lực điện trường $\vec{F} = -e\vec{E}$, có chiều g về bản tích điện dương. Chọn hệ trục tọa độ xOy có trục Ox g theo $\vec{v}_o$. Phân tích chuyển động của êlectron làm hai chuyển thành phần (giống như chuyển động của vật ném ngang) ta có:

$$x = v_o t \qquad (1)$$

$$y = \frac{at^2}{2},$$

gia tốc $$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}, \text{ trong đó } E = \frac{U}{d},$$

ra $$y = \frac{eU}{2md} t^2. \qquad (2)$$

(1) và (2) rút ra

$$y = \frac{eU}{2mdv_o^2} x^2$$

Đây là phương trình đường parabon.

b) Tang của góc lệch α có giá trị bằng đạo hàm của y theo x, lấy giá trị $x = l$, suy ra

$$tg\alpha = \frac{eUl}{mv_o^2 d}, \qquad \text{từ đó} \qquad v_o = \sqrt{\frac{elU}{mdtg\alpha}}.$$

Vì $\alpha = 5^o$ nhỏ, nên $tg\alpha \approx \alpha$ (rad).

Thay số ta được $v_o = 2,83\ 10^7$ m/s.

C. Một số điểm cần lưu ý chung.

1. Để giải bài toán vật lí cần phải hiểu được các hiện tượng vật lí nêu trong đề bài và hình dung được các định luật về các hiện tượng đó cũng như các công thức cơ bản có liên quan. Trên cơ sở đó thiết lập được các hệ thức và phương trình thích hợp, và cuối cùng là giải đúng các phương trình đã thiết lập.

2. Khi thay số vào các công thức cần chú ý đến đơn vị đo các đại lượng nêu trong đề bài. Nói chung, ngay từ đầu cần chuyển các dữ liệu cho trong đề bài về các đơn vị hệ SI để đảm bảo sự đúng đắn của các kết quả bằng số. Chẳng hạn, độ nén hoặc dãn x của lò xo chỉ vào cỡ cm (hoặc mm), do đó phải chuyển ngay theo đơn vị m (đơn vị độ cứng là N/m), hoặc khối lượng của vật gắn vào lò xo thường chỉ vào khoảng vài chục hay vài trăm g, khi đó chuyển ngay theo đơn vị kg...

3. Khi sử dụng máy tính để tiến hành các phép tính bằng số cần lưu ý chỉ giữ lại một số *con số có nghĩa* nhất định, tùy theo yêu cầu về độ chính xác mà đề bài đòi hỏi (có thể căn cứ vào số con số có nghĩa của các dữ kiện nêu trong đề).

Phần thứ hai

DAO ĐỘNG CƠ HỌC

Chủ đề I. DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN.

1. Dao động điều hòa là một dao động được mô tả bằng một định luật dạng sin (hoặc cosin) đối với thời gian.

2. Phương trình của dao động điều hòa

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)\ , \qquad (1)$$

trong đó x là li độ của dao động (độ lệch của vật khỏi vị trí cân bằng); A là biên độ của dao động (giá trị cực đại của li độ), ω là tần số góc (đo bằng rad/s),

$(\omega t + \varphi)$ là pha dao động (đo bằng rad), xác định trạng thái dao động, φ là pha ban đầu (đo bằng rad).

Chu kì dao động (đo bằng giây) $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Tần số dao động (số lần dao động trong 1 giây, đo bằng héc (Hz)) $f = \frac{1}{T}$ (suy ra $\omega = 2\pi f$).

3. Vận tốc của vật dao động: $v = \omega A\cos(\omega t + \varphi)$. (2)

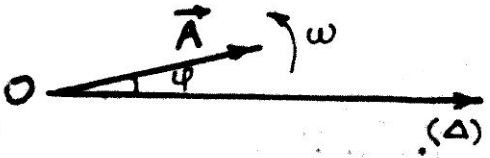
Gia tốc: $a = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$. (3)

Suy ra phương trình dao động điều hòa (1) là nghiệm của phương trình (vi phân)

$$a = -\omega^2 x \text{ hay } x'' + \omega^2 x = 0. \qquad (4)$$

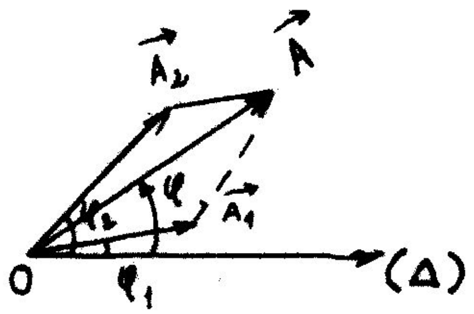
Từ (1) và (2) suy ra $\omega^2 x^2 + v^2 = \omega^2 A^2$. (5)

4. Phương pháp biểu diễn dao động điều hòa bằng vectơ quay (phương pháp vectơ quay Frexnen):



V-D0/6391

Vẽ vectơ $\vec{A}$ có gốc tại O, có độ dài tỉ lệ với biên độ A của dao động và tạo với một trục (Δ) nằm ngang một góc bằng pha ban đầu φ của dao động, cho vectơ $\vec{A}$ quay theo chiều dương (ngược chiều kim đồng hồ) với vận tốc góc không đổi ω.



5. Tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số $x_1 = A_1\sin(\omega t + \varphi_1)$ và $x_2 = A_2\sin(\omega t + \varphi_2)$ là một dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, có phương trình là $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ với biên độ dao động A được tính bằng công thức:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

và có pha ban đầu φ được tính bằng công thức:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}.$$

B. BÀI TẬP CƠ BẢN.

Viết phương trình dao động của một vật. Xác định vị trí, vận tốc, gia tốc của vật tại một thời điểm bất kì.

Một chất điểm dao động điều hòa trên một đường thẳng xung quanh vị trí cân bằng O với chu kì T = 0,314 s. Chọn gốc tọa độ là điểm O và biết rằng: ở thời điểm ban đầu (t = 0) tọa độ của chất điểm bằng +4,00 cm và vận tốc của nó bằng không. Hãy xác định:

a) Phương trình dao động của chất điểm.

b) Vận tốc cực đại của nó và vị trí tại đó vận tốc đạt cực đại.

c) Vận tốc và gia tốc của chất điểm ở thời điểm t = 1,00 s và chiều chuyển động của nó khi đó.

d) Vận tốc của chất điểm khi tọa độ của nó bằng +1,00 cm.

Giải

a) Theo đề bài $\omega = \frac{2\pi}{T} = 20$ rad/s.

Dạng tổng quát của phương trình dao động điều hòa:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi). \qquad (1)$$

Công thức của vận tốc: $v = \omega A\cos(\omega t + \varphi)$. (2)

Theo đề bài, khi $t = 0$ ta có

$$x_o = A\sin\varphi = 4{,}00 \text{ cm},$$

$$v_o = \omega A\cos\varphi = 0.$$

Từ đó suy ra $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ và $A = 4{,}00$ cm.

Vậy phương trình dao động của chất điểm là

$$x = 4{,}00 \sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}. \qquad (3)$$

b) Theo (2) công thức của vận tốc

$$v = 80{,}0 \cos\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm/s)}. \qquad (4)$$

Vận tốc cực đại khi $\cos\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) = 1$, khi đó

$$v_{max} = 80{,}0 \text{ cm/s}$$

và $\qquad \sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) = 0 \rightarrow x = 0.$

Vậy vận tốc của chất điểm đạt cực đại khi nó qua điểm 0, tức là qua vị trí cân bằng.

c) Khi $t = 1{,}00$s, ta có

$$v = 80{,}0 \cos\left(20 + \frac{\pi}{2}\right) = 80{,}0 \sin(20 \text{ rad}) \text{ (cm/s)}.$$

Vì $\quad 20$ rad $= 3.2\pi + 1{,}16$ rad nên

$$v = 80{,}0 \sin(1{,}16 \text{ rad} \approx 73{,}3 \text{ cm/s} > 0$$

Chất điểm chuyển động theo chiều dương của trục Ox.

Gia tốc của chất điểm

$$a = v' = -1600 \sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm/s}^2\text{)}.$$

Khi $t = 1{,}00$s, $\quad a = -1600 \sin\left(20 + \frac{\pi}{2}\right) =$

$$= -1600 \cos (1{,}16 \text{ rad}) \approx -639 \text{ cm/s}^2.$$

d) Khi $x = +1{,}00$ cm. Theo (3)

$$1{,}00 = 4{,}00 \sin \left(20t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Suy ra $\sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$, và $\cos\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = 0{,}97.$

Từ đó $v = 80{,}0 \cos\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) = 80{,}0 \cdot 0{,}97 \approx 77{,}6$ cm/s.

C. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. *Muốn xác định được phương trình dao động của vật, chỉ cần dựa vào dạng tổng quát của phương trình dao động và dựa vào điều kiện ban đầu (tức là, lúc bắt đầu dao động (thường được chọn là gốc thời gian) nghĩa là lúc* $t = 0$ *thì vật có tọa độ bằng bao nhiêu và vận tốc của nó bằng bao nhiêu, có hướng thế nào?), từ đó sẽ xác định được* A *và* φ *khi biết* ω *(hoặc* T*, hoặc* f*). Nói chung là có thể xác định hai trong 3 đại lượng* A, ω, φ *trong phương trình dao động dựa vào dữ liệu của đề bài.*

2. *Dựa vào dạng cụ thể của phương trình dao động sẽ xác định được vận tốc, gia tốc ở một thời điểm bất kì, bằng cách lấy đạo hàm bậc 1 (để tính vận tốc) và đạo hàm bậc hai (để tính gia tốc). Và ngược lại khi biết các giá trị của tọa độ (hoặc của vận tốc, hoặc của gia tốc) sẽ tìm được thời điểm t.. Cũng có thể dựa vào hệ thức giữa toạ độ và vận tốc (hệ thức (5)) ở mục A) để tìm được tọa độ khi biết vận tốc, và ngược lại. (Có thể giải được câu d) một cách nhanh chóng dựa vào hệ thức này.*

3. *Trong các công thức vận tốc, gia tốc và cả phương trình chuyển động, cần ghi đúng các đơn vị tương ứng. Cụ thể là nếu đo x bằng cm thì vận tốc đo bằng cm/s và gia tốc đo bằng* cm/s^2*, còn nếu đo x bằng m thì vận tốc đo bằng m/s và gia tốc đo bằng* m/s^2*. Nhưng cần phải lưu ý là: đơn vị của* ω *luôn luôn là rad/s và đơn vị của* φ *luôn luôn là radian.*

D. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

1. Phương trình chuyển động của một vật dao động điều hòa là $x = 10 \sin 5\pi t$ (cm). Hãy xác định:

a) Biên độ, chu kì và tần số dao động của vật.

b) Li độ và thời điểm tương ứng với pha bằng 150°.

c) Giá trị cực đại của lực gây nên dao động của vật, biết khối lượng của vật m = 100g.

2. Một chất điểm có khối lượng m = 0,1kg dao động điều hòa trên trục tọa độ Ox với tần số f = 5Hz và biên độ 20cm.

a) Viết phương trình dao động của chất điểm. Chọn gốc tọa độ 0 tại vị trí cân bằng và chọn gốc thời gian là lúc chất điểm qua theo chiều dương.

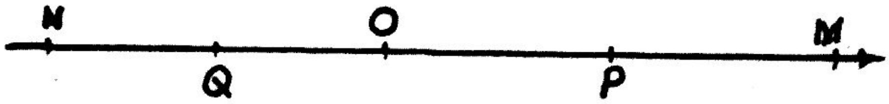
b) Xác định chiều và độ lớn của các vectơ vận tốc, gia tốc và lực gây ra dao động tại vị trí có li độ cực đại. Lấy $\pi^2 = 10$.

3. Một chất điểm dao động điều hòa trên trục tọa độ Ox với chu kì T = 1s. Nếu chọn gốc tọa độ O là vị trí cân bằng thì sau khi chất điểm bắt đầu dao động được 2,5s, nó ở tọa độ $x = -5\sqrt{2}$ cm, đi theo chiều âm của trục Ox và vận tốc đạt giá trị $10\pi\sqrt{2}$ cm/s.

a) Viết phương trình dao động của chất điểm.

b) Gọi M và N lần lượt là hai vị trí xa nhất của chất điểm ở hai bên điểm O. Gọi P là trung điểm của đoạn OM và Q là trung điểm của đoạn ON. Hãy tính vận tốc trung bình của chất điểm trên đoạn đường từ P đến Q.

Lấy $\pi^2 = 10$.



HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. a) = A = 10cm; T = 0,4 s; f = 2,5 Hz

b) $x = 10\sin 150^\circ = 10 \sin \frac{5\pi}{6} = 5\text{cm}$

$$5\pi t = \frac{5\pi}{6} \rightarrow t = \frac{1}{6}\text{s}$$

c) $F_{max} = \omega^2 A.m = 25\pi^2 \,.\, 0{,}1.0{,}1 \approx = 0{,}347$ N

2. a) $\omega = 2\pi f = 10\pi$ rad/s

$$x = 20 \sin 10\,\pi t \text{ (cm)}$$

b) Tại $x = A$; $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = 0$

$$a = -\,\omega^2 A = -\,100\,\pi^2 \,.\, 20 = -20000 \text{ cm/s}^2 = -200 \text{ m/s}^2$$

(vec tơ $\vec{a}$ ngược chiều trục Ox).

$F = ma = -0{,}1 \,.\, 200 = -20$N (véctơ $\vec{F}$ ngược chiều trục Ox).

3. a) $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\,\pi$rad/s. Áp dụng hệ thức

$$\omega^2 x^2 + v^2 = \omega^2 A^2 \rightarrow A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = 10\text{cm}$$

Như vậy phương trình dao động có dạng

$$x = 10 \sin(2\pi t + \varphi) \text{ (cm)}$$

Lúc t = 2,5 s, ta được

$$x = 10 \sin(2\pi.2{,}5 + \varphi) = -5\sqrt{2}$$

$$\rightarrow \sin(5\pi + \varphi) = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Chú ý rằng ở thời điểm t = 2,5 s vật thực hiện được 2,5 chu kì (vì T = 1s), suy ra.

$$5\pi + \varphi = 5\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

Vậy $\qquad x = 10 \sin\left(2\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ (cm).

b) Nếu lấy gốc thời gian là lúc chất điểm đi qua P theo chiều âm tọa độ, thì khi t = 0, ta có

$$x_o = a\sin\varphi_1 = \frac{10}{2} \rightarrow 10\sin\varphi_1 = 5 \rightarrow \varphi_1 = \frac{5\pi}{6}$$

Lúc này ta có phương trình $x = 10\sin(2\pi t + \frac{5\pi}{6})$ (cm).

Gọi t_1 là thời gian đi từ P đến Q, ta có

$$-5 = 10\sin(2\pi t_1 + \frac{5\pi}{6})$$

$$\rightarrow \sin(2\pi t_1 + \frac{5\pi}{6}) = \frac{1}{2} \rightarrow (2\pi t_1 + \frac{5\pi}{6}) = \pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\rightarrow 2\pi t_1 = \frac{2\pi}{6} \rightarrow t_1 = \frac{1}{6} \text{ s.}$$

Vận tốc trung bình trên đoạn PQ.

$$v = \frac{PQ}{t_1} = \frac{10}{1/6} = 60 \text{ cm/s.}$$

Chủ đề II CON LẮC LÒ XO

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Con lắc lò xo một gồm vật khối lượng m, gắn vào một lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng k, đầu kia của lò xo được giữ cố định. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng, vật sẽ dao động điều hòa.

2. Trong quá trình vật dao động (dọc theo phương ngang, theo phương thẳng đứng, hoặc theo một phương bất kì) lực hay hợp lực tác dụng lên vật là lực đàn hồi (lực hồi phục) $F = -kx$.

Tần số góc của dao động: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Chu kì dao động $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{1}{f}$.

(f là tần số dao động).

3. Thế năng đàn hồi $E_t = \frac{kx^2}{2}$.

Cơ năng toàn phần $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$

$= E_{dmax} = E_{tmax}$.

4. Phương trình dao động của vật (con lắc lò xo) :

$$x = A\sin(\omega t + \varphi),$$

từ đó $v = \omega A\cos(\omega t + \varphi)$

và $\omega^2x^2 + v^2 = \omega^2A^2$.

B. CÁC BÀI TẬP CƠ BẢN.

B1. Bài tập dạng 1. *Xác định chu kì (hoặc tần số) dao động và lập phương trình dao động của con lắc lò xo.*

I. VÍ DỤ: Một lò xo có khối lượng không đáng kể, có độ cứng k = 20N/m, được treo tại một điểm cố định, đầu dưới của lò xo mang một quả cầu khối lượng m = 200g. Từ vị trí cân bằng ta kéo quả cầu xuống theo phương thẳng đứng một đoạn 4cm rồi buông nhẹ (thả không có vận tốc ban đầu). Tìm chu kì dao động và lập phương trình dao động của con lắc.

Giải

Chu kì dao động $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Thay số m = 200 g = 0,2 kg, k = 20N/m ,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0,2}{20}} = \frac{\pi}{5} \approx 0,63\text{s}.$$

Phương trình dao động của con lắc có dạng

$$x = A\sin(\omega t + \varphi).$$

Ta có $$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0,2}} = 10 \text{ rad/s}.$$

Để xác định A và φ ta chọn gốc thời gian là lúc bắt đầu thả vật và chọn trục xx' hướng thẳng đứng xuống dưới, gốc tọa độ O tại vị trí cân bằng. Khi ấy quả cầu có li độ cực đại bằng 4cm và vận tốc $v_o = 0$, $x_o = A\sin\varphi = 4\text{cm}$, $v_o = \omega A\cos\varphi = 0$.

Suy ra $\varphi = \frac{\pi}{2}$ và A = 4cm.

Vậy phương trình dao động của con lắc là

$$x = 4\sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}.$$

II. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. *Để tìm tần số góc hoặc chu kì (và tần số) dao động, áp dụng công thức* $\omega = \sqrt{k/m}$. *Nếu đề bài chưa cho biết độ cứng k, thì đề bài sẽ cho các dữ liệu cần thiết để tính k. Chẳng hạn như, cho biết: khi treo một vật có khối lượng xác định Δm, lò xo dãn ra một đoạn Δx khi đó để tính k, áp dụng công thức.*

$k = \dfrac{\Delta m.g}{\Delta x}$ *(xem Bài tập 2, ở phần "Ôn tập kiến thức cơ bản")*

Để có kết quả đúng cần đặc biệt chú ý đến đơn vị đo các đại lượng cho trong đề bài: độ cứng k có đơn vị N/m, khối lượng m (hoặc Δm) phải có đơn vị kg.

Thường thì, trong nhiều bài tập, m (hoặc Δm) được tính ra gam (hoặc, thậm chí, miligam), khi đó phải đổi đơn vị để m (hoặc Δm) được tính ra kg.

Còn đơn vị của ω là rad/s và không được quên ghi đơn vị đo đại lượng ở kết quả cuối cùng.

2. *Để lập được phương trình dao động cần phải tiến hành các bước sau đây:*

a) Xác định trục tọa độ và xác định gốc thời gian (lúc t = 0). Nếu trong đề bài không nói cụ thể thì:

– Chọn trục tọa độ có phương là phương dao động, có gốc là vị trí cân bằng và chọn chiều dương của trục tọa độ (nếu đề bài không yêu cầu cụ thể thì thường chọn chiều dương của trục tọa độ là chiều kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng rồi buông vật ra). Nếu đề bài không nói rõ vị trí cân bằng thì cần phải xác định nó (chẳng hạn là dựa vào độ dãn của lò xo khi treo vật).

– Chọn gốc thời gian (lúc t = 0): thường chọn gốc thời gian là lúc vật bắt đầu dao động, nếu không xác định được thời điểm vật bắt đầu dao động thì chọn gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương (lúc này pha ban

đầu $\varphi = 0$ và phương trình dao động có dạng đơn giản nhất $x = A\sin\omega t$).

b) Xác định A và φ trong phương trình dao động của vật từ các phương trình tìm được ở thời điểm ban đầu. Cụ thể là: theo phương trình dao động tổng quát, lúc t = 0 ta có

$$\begin{cases} x_0 = A\sin\varphi \\ v_0 = \omega A\cos\varphi \end{cases}$$

Giải hệ trên ta tìm được A và φ.

Cũng cần lưu ý là nhiều khi xác định được A trước mà không cần sử dụng điều kiện ban đầu, chẳng hạn dựa vào giá trị của vận tốc cực đại dao động trong đề bài ($v_{max} = \omega A$).

b) Thay các giá trị vừa tìm được của ω, A và φ vào phương trình $x = A\sin(\omega t + \varphi)$, sẽ được phương trình dao động của vật.

Cần lưu ý ghi đơn vị đo x vào cuối phương trình trên: đơn vị đo x là đơn vị đo A (không nhất thiết phải đo bằng đơn vị m, thường thì đo A bằng cm, vì trong các bài toán thực tế A có trị số vào cỡ vài cm).

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG

1. Một lò xo khối lượng không đáng kể với độ dãn tỉ lệ với khối lượng của vật treo vào nó: cứ treo 40 g thì lò xo dãn ra 1 cm. Bỏ qua mọi lực ma sát và lực cản của môi trường.

a) Tính độ cứng k của lò xo.

b) Treo vào lo xo một vật khối lượng m = 400g. Kéo vật theo phương thẳng đứng xuống dưới vị trí cân bằng một đoạn 3cm rồi buông ra không vận tốc ban đầu. Xác định chu kì và phương trình dao động của vật. Lấy $g = 9{,}8\ m/s^2$.

2. Một lò xo khối lượng không đáng kể, có độ dài $l_0 = 25cm$ và độ cứng k = 100N/m. Đầu trên O của lò xo được giữ cố định, người ta treo vào đầu dưới một vật có khối lượng m = 100g.

a) Tìm độ dài của lò xo khi treo vật.

b) Vật dao động theo phương thẳng đứng và có vận tốc cực đại bằng 135,6 cm/s. Viết phương trình dao động của vật và tính các khoảng cách cực đại và cực tiểu từ điểm O đến vật. Lấy $\pi^2 = 10$ và $g = 10m/s^2$.

3. Một lò xo có khối lượng không đáng kể được treo vào một điểm cố định, đầu dưới của lò xo có gắn một hòn bi có khối lượng 100g. Hòn bi dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số $f = 2,54Hz$.

a) Viết phương trình dao động của hòn bi, biết rằng trong quá trình dao động chiều dài của lò xo biến thiên từ $l_1 = 20cm$ đến $l_2 = 24cm$.

b) Tính vận tốc và gia tốc của hòn bi khi nó qua vị trí cân bằng và khi nó cách vị trí đó một đoạn 1cm.

c) Tính độ dài l_o của lò xo khi không treo vật. Lấy $g = 9,8\ m/s^2$.

4. Một con lắc lò xo (gồm một quả cầu gắn vào một lò xo có khối lượng không đáng kể) đang dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với chu kì T = 1s. Nếu chọn gốc tọa độ là vị trí cân bằng O và chiều dương của trục tọa độ hướng xuống dưới thì sau khi dao động được 2,5s, quả cầu ở tọa độ $x = -5\sqrt{2}$ cm, đi theo chiều âm của quỹ đạo và vận tốc đạt giá trị $10\pi\sqrt{2}$ cm/s.

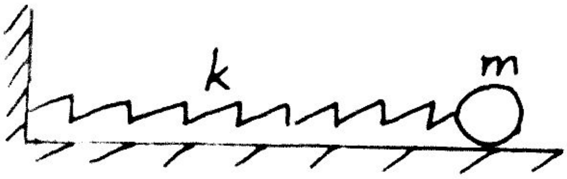
a) Viết phương trình dao động của quả cầu.

b) Gọi M và N lần lượt là vị trí thấp nhất và cao nhất của quả cầu. Gọi P là trung điểm của đoạn OM và Q là trung điểm của đoạn ON. Hãy tính vận tốc trung bình của quả cầu trên đoạn từ P tới Q.

c) Tính lực đàn hồi của lò xo lúc quả cầu bắt đầu dao động và sau khi dao động được 2,5s biết rằng lực đàn hồi nhỏ nhất của lò xo trong quá trình dao động bằng 6 niutơn. Lấy $\pi^2 = 10$; $g = 10\ m/s^2$.

(Trích *ĐTTS năm 1990 của trường Đại học Bách khoa TP Hồ Chí Minh).*

5. Một con lắc lò xo nằm ngang gồm một quả cầu có khối lượng 100g gắn vào một lò xo có khối lượng không đáng kể và có độ cứng k = 80N/m (Hình vẽ). Kéo quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng theo phương của trục lò xo một đoạn 3cm rồi đẩy quả cầu trở về vị trí cân bằng với vận tốc bằng $0{,}8\sqrt{2}$ m/s.



a) Viết phương trình dao động của quả cầu. Chọn gốc thời gian là lúc đẩy quả cầu và chiều dương của tọa độ ngược chiều với $\vec{v}_o$. Bỏ qua ma sát giữa quả cầu và mặt sàn.

b) Xác định vị trí tại đó lực tác dụng lên quả cầu có giá trị lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó.

6. Một con lắc lò xo gồm một vật có khối lượng 200g treo vào một lò xo khối lượng không đáng kể. Biết rằng vận tốc của vật khi đi qua vị trí cân bằng là 62,8cm/s và gia tốc cực đại của vật là $4m/s^2$.

a) Tính biên độ, chu kì và tần số dao động của vật và độ cứng k của lò xo.

b) Viết phương trình dao động của vật. Chọn gốc tọa độ là vị trí cân bằng của vật, chiều dương của trục tọa độ hướng xuống dưới và chọn gốc thời gian là lúc vật đi qua điểm có tọa độ $x_o = -5\sqrt{2}$cm theo chiều dương tọa độ.

c) Tính thời gian vật đi từ vị trí cân bằng đến vị trí $x_1 = 5$cm.

Lấy $\pi^2 = 10$.

7. Một con lắc lò xo gồm một vật có khối lượng 400g treo vào một lò xo có khối lượng không đáng kể và có độ cứng k = 100 N/m. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn 2cm rồi đẩy vật xuống dưới vận tốc ban đầu $v_o = 15\sqrt{5}$cm/s.

a) Tính chu kỳ và biên độ dao động giữa vật. Tính vận tốc cực đại của vật.

b) Viết phương trình dao động của vật. Chọn gốc tọa độ là vị trí cân bằng, chiều dương tọa độ hướng lên trên và chọn gốc thời gian là lúc vật ở vị trí thấp nhất. Lấy $\pi^2 = 10$.

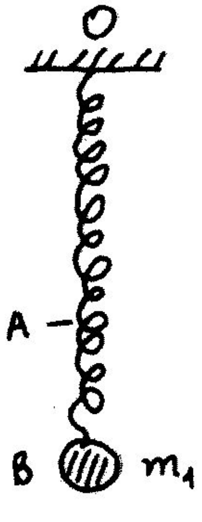
8. Một con lắc lò xo gồm một quả cầu có khối lượng 200 g treo vào một lò xo có khối lượng không đáng kể. Tần số dao động của con lắc là 3,5 Hz và trong quá trình dao động độ dài của con lắc lúc ngắn nhất là 28cm và lúc dài nhất là 36cm.

a) Tính độ cứng của lò xo và độ dài tự nhiên l_o của lò xo.

b) Viết phương trình dao động của quả cầu. Tính vận tốc và gia tốc của quả cầu khi nó qua vị trí cân bằng và khi nó ở cách vị trí cân bằng 2 cm.

Lấy g = 9,8 cm/s^2 và $\pi^2 = 10$.

9. Treo một quả cầu có khối lượng m_1 = 400g vào đầu A của một lò xo có khối lượng không đáng kể, khi đó độ dài của lò xo là OB = l_1 = 26cm. Treo thêm một vật có khối lượng m_2 = 100g vào lò xo thì độ dài của nó OC = l_2 = 27 cm.

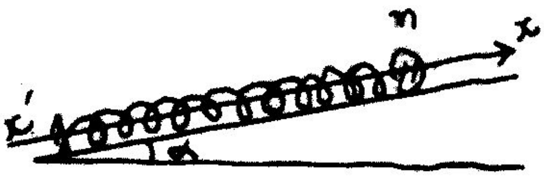


a) Tính độ cứng k và độ dài tự nhiên OA = l_o của lò xo.

b) Bỏ vật m_2 đi rồi nâng quả cầu lên cho lò xo trở lại độ dài l_o, sau đó thả cho quả cầu chuyển động tự do. Chứng minh rằng quả cầu dao động điều hòa quanh điểm B từ A đến C. Tính chu kì và viết phương trình dao động đó.

c) Tính vận tốc của quả cầu khi nó nằm cách A một đoạn 2cm. Lấy g = 10m/s^2.

10. Một con lắc lò xo gồm một quả cầu khối lượng m = 100g gắn



vào một lò xo có khối lượng không đáng kể, có độ cứng $k = 50N/m$ và có độ dài tự nhiên $l_o = 12cm$. Con lắc được đặt trên một mặt phẳng nghiêng một góc α so với phương ngang, khi đó lò xo dài $l_1 = 11cm$.

a) Tính góc α. Bỏ qua ma sát.

b) Kéo quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng O một đoạn 3cm rồi buông ra. Lập phương trình dao động của con lắc và tính chu kì dao động.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. a) $$k = \frac{\Delta m.g}{\Delta x} = \frac{(40.10^{-3}).(9,8)}{1.10^{-2}} = 39,2\ N/m.$$

b) $$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{39,2}{0,4}} \approx 9,90\ rad/s.$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2.3,14}{9,90} \approx 0,634s.$$

Chọn trục Ox hướng thẳng đứng xuống dưới gốc O tại vị trí cân bằng của vật, gốc thời gian (t = 0) là lúc vật bắt đầu dao động. Theo đề bài, lúc t = 0

$$\begin{cases} x_o = A\sin\varphi = 3cm, \\ v_o = \omega A\cos\varphi = 0. \end{cases}$$

Từ đó rút ra $\varphi = +\frac{\pi}{2}$, $A = 3cm$.

Phương trình dao động của vật

$$x=3\sin(9,9t + \frac{\pi}{2})\ (cm).$$

2. a) Độ dãn của lò xo khi treo vật:

$$\Delta l = \frac{F}{k} = \frac{mg}{k} = \frac{0,1.10}{100} = 10^{-2}\ m = 1cm.$$

Độ dài của lò xo khi treo vật:

$l = l_o + \Delta l = 25 + 1 = 26cm.$

b) Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,1}} + \sqrt{1000} = 10\pi$ rad/s

Chọn trục tọa độ có hướng thẳng đứng xuống dưới, và có gốc tại vị trí cân bằng O_1 (O_1 cách O một khoảng $O_1O = l = 26cm$) của vật.

Chọn gốc thời gian (t = 0) là lúc vật đi qua vị trí cân bằng. Như vậy lúc t = 0

$x_o = A\sin\varphi = 0 \rightarrow \varphi = 0$. Theo đề bài $v_{max} = 135,6$ cm/s

$$\text{suy ra } A = \frac{v_{max}}{\omega} = \frac{135,6}{10\pi} = 4cm.$$

Phương trình dao động của vật: $x = 4\sin 10\pi t$ (cm).

Khoảng cách cực đại từ O đến vật:

$$l_{max} = l + A = 26 + 4 = 30cm.$$

Khoảng cách cực tiểu từ O đến vật:

$$l_{min} = l - A = 26 - 4 = 22cm.$$

3. a) Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng và chiều dương của trục tọa độ hướng thẳng đứng xuống dưới, chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương của trục tọa độ:

$$l_2 - l_1 = 2A = 4cm \rightarrow A = 2cm,$$

$$\omega = 2\pi f = 5\pi \text{ rad/s} \quad , \qquad x_o = A\sin\varphi = 0 \rightarrow \varphi = 0,$$

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) = 2\sin 5\pi t \text{ (cm)}.$$

b) $$v = x' = \omega A\cos\omega t = \omega t = \omega\sqrt{A^2 - x^2},$$

$$a = -\omega^2 x.$$

Tại vị trí cân bằng: $x = 0$,

$v = \pm\omega A = 31,14$ cm/s (dấu + ứng với trường hợp vật đi qua theo chiều dương; còn dấu – ứng với trường hợp vật đi qua theo chiều âm), $a = 0$. Tại vị trí cách vị trí cân bằng 1cm: $x = \pm$ 1cm.

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = \pm\,\omega A = \pm\,31,4 \text{ cm/s},$$

$$a = -\omega^2 x = 246 \text{ cm/s}^2$$

c) Độ dãn của lò xo khi treo hòn bi :

$$\Delta l = \frac{F}{k} = \frac{mg}{k},$$

trong đó $k = m\omega^2 = 4\pi^2 f^2.m$, từ đó :

$$\Delta l = \frac{mg}{4\pi^2 f^2 m} = \frac{g}{4\pi^2 f^2} = 0,039\text{m} \approx 4\text{cm}.$$

Ở vị trí cân bằng của hòn bi, lò xo dài :

$$l = \frac{l_1 + l_2}{2} = 22\text{cm}.$$

Độ dài l_o của lò xo khi không treo vật

$$l_o = l - \Delta l = 18 \text{ cm}.$$

4. a) $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi$ rad/s.

Từ hệ thức $\omega^2x^2 + v^2 = \omega^2A^2$, suy ra :

$$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} \approx 10\text{cm}.$$

Phương trình dao động của quả cầu có dạng :

$$x = 10 \sin(2\pi t + \varphi) \text{ (cm)}.$$

Theo đề bài lúc $t = 2,5$s, $x = -5\sqrt{2}$cm, ta được :

$$\sin(5\pi + \varphi) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\rightarrow\ 5\pi + \varphi = 5\pi + \frac{\pi}{4}$$

(vì lúc đó vật đã thực hiện 2,5 chu kì)

$$\rightarrow\ \varphi = \frac{\pi}{4}.\ \text{Vậy } x = 10\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\ (\text{cm}). \qquad (1)$$

b) Bây giờ chọn gốc thời gian là lúc quả cầu đi qua P theo chiều âm của trục tọa độ thì khi t = 0 ta có:

$$x_o = 10\sin\varphi_1 = \frac{10}{2} \rightarrow \sin\varphi_1 = \frac{1}{2} \rightarrow \varphi_1 = \frac{5\pi}{6}$$

Khi đó phương trình dao động của quả cầu có dạng mới

$$x = 10\sin\left(2\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)\ (\text{cm}).$$

Gọi t_1 là thời gian quả cầu đi từ P đến Q (có tọa độ $x_Q = -5$) ta có :

$$-5 = 10\sin\left(2\pi t_1 + \frac{5\pi}{6}\right)$$

$$\rightarrow \sin\left(2\pi t_1 + \frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \rightarrow \left(2\pi t_1 + \frac{5\pi}{6}\right) = +\frac{\pi}{6}$$

$$\rightarrow 2\pi t_1 = \frac{2\pi}{6} \rightarrow t_1 = \frac{1}{6}\,\text{s}.$$

Vận tốc trung bình trên đoạn PQ là :

$$\bar{v} = \frac{PQ}{t_1} + \frac{10}{1/6} \rightarrow \bar{v} = 60\ \text{cm/s}.$$

c) Khi quả cầu ở vị trí cân bằng lò xo có độ dãn Δl

$$\Delta l = \frac{mg}{k}.$$

Khi quả cầu ở vị trí x lực đàn hồi $F = -k(\Delta l + x) = -(mg + kx)$.

Lúc vật ở vị trí cao nhất $x = -A$, theo đề bài:

$F = -6N \rightarrow -6 = -(mg - kA) \rightarrow 10m - 0{,}1k = 6.$

Mặt khác $k = m\omega^2 = m(2\pi^2) \rightarrow k = 40m$ (3).

Từ (2) và (3) suy ra m = 1kg, k = 40 N/m.

Tọa độ (li độ) của quả cầu lúc bắt đầu dao động (t = 0) là :

$$x_0 = 10\sin\frac{\pi}{4} = 5\sqrt{2}\text{cm}$$

$$\rightarrow F_0 = -(mg + kx_0) = 12{,}82 \text{ N}.$$

Tọa độ (li độ) của quả cầu ở thời điểm t = 2,5s là :

$$x_1 = 10\sin(2\pi.2{,}5 + \frac{\pi}{4}) = -5\sqrt{2}\text{cm},$$

khi đó lực đàn hồi là $F_1 = (mg + kx_1) = -7{,}17\text{N}$.

(Dấu – cho biết lực đàn hồi có chiều ngược với chiều dương của trục tọa độ).

5.

a) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 20\sqrt{2}$ rad/s.

Lúc t = 0 : $\begin{cases} x_0 = A\sin\varphi = 3\text{cm}, \\ v_0 = \omega A\cos\varphi = -80\sqrt{2} \text{ cm/s}, \end{cases}$

$\rightarrow A\cos\varphi = -4 \rightarrow A^2 = 3^2 + (-4)^2 \rightarrow A = 5\text{cm}$

và $\quad tg\varphi = -\frac{3}{4}$ hay $\varphi = -\text{arctg}\frac{3}{4} = -0{,}2\pi$ rad.

Phương trình dao động $x = 5\sin(20\sqrt{2}t - 0{,}2\pi)$ (cm).

b) $F = -kx \rightarrow |F|_{max} = kA = 80.5.15^2 = 4\text{N}$, tại vị trí biên.

6.

a) $|v|_{max} = \omega A = 62{,}8\text{cm/s},$ (1)

$|a|_{max} = \omega^2 A = 400 \text{ cm/s}^2.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\omega = 2\pi$ rad/s, A = 10cm.

Chu kì $T = \frac{2\pi}{\omega} = 1\text{s}$, tần số $f = \frac{1}{T} = 1\text{Hz}$.

Độ cứng của lò xo $k = m\omega^2 = 8\text{N/m}$.

b) Lúc t = 0, $x_0 = A\sin\varphi = -5\sqrt{2}$ và $v_0 = \omega A\cos\varphi > 0$.

Suy ra $10\sin\varphi = -5\sqrt{2}$ và $\cos\varphi > 0$,

từ đó rút ra $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$.

Phương trình dao động $x = 10\sin\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right)$ (cm).

c) Bây giờ chọn gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương tọa độ, phương trình dao động sẽ có dạng $x = 10\sin 2\pi t$ (cm). Gọi t_1 là thời gian vật đi từ vị trí cân bằng tới điểm $x_1 = 5$cm, ta có

$$x_1 = 10\sin 2\pi t_1 = 5 \rightarrow \sin 2\pi t_1 = \frac{1}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow 2\pi t_1 = \frac{\pi}{6} \rightarrow t_1 = \frac{1}{12}\text{ s.}$$

7.a) $T = 0{,}4$s, $A = 3$cm, $|v|_{max} = 15\pi \approx 47$cm/s.

b) $x = 3\sin\left(5\pi t - \dfrac{\pi}{2}\right)$ (cm).

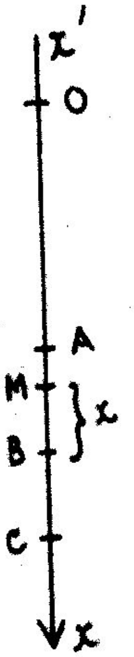
HD. Tính A dựa vào hệ thức $\omega^2x^2 + v^2 = \omega^2A^2$.

8. a) $l_0 = 30$ cm, $k = m\omega^2 = 4\pi^2f^2 . m = 98$ N/m.

b) $x = 4\sin 7\pi t$ (cm).

Ở vị trí cân bằng: $v = 87{,}9$ cm/s; $a = 0$.

Ở vị trí $x = 2$cm: $v = 76{,}1$ cm/s; $a = -980$cm/s^2.



9. a) Chọn trục x'x hướng thẳng đứng xuống dưới.

Tại B: $m_1g = k(l_1 - l_0)$.

Tại C: $(m_1 + m_2)g = k(l_2 - l_0)$.

Suy ra $k = \dfrac{m_2g}{l_2 - l_1} = 100$ N/m,

và $l_0 = \dfrac{kl_1 - m_1g}{k} = 0{,}22\text{m} = 22\text{cm}$.

b) Tìm hợp lực tác dụng lên m_1 tại một vị trí M bất kì. Chọn gốc tọa độ vị trí cân bằng B của quả cầu. Hợp lực F : $F = P_1 + F_{đh}$

với $P_1 = m_1g = (l_1 - l_0)$

$F_{đh} = -k(l_1 + x - l_0)$.

Suy ra $F = -kx$. Áp dụng định luật 2 Niutơn :

$$a = \frac{F}{m_1} \rightarrow x = -\frac{k}{m_1}x = -\omega^2 x \text{ với } \omega^2 = \frac{k}{m_1}$$

→ $x = A\sin(\omega t + \varphi)$: Quả cầu dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng B

Chu kì dao động $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \approx 0,4s$, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = 15,8$ rad/s.

Lúc $t = 0$, $x_0 = A\sin\varphi = -4$,

$$v_0 = \omega A\cos\varphi = 0 \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ và } A = 4\text{cm}.$$

Phương trình dao động $x = 4\sin(15,8t - \frac{\pi}{2})$ (cm).

c) Áp dụng công thức $\omega^2x^2 + v^2 = \omega^2A^2$, với $\omega^2 = \frac{k}{m}$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)}.$$

Điểm cách A 2cm, có tọa độ $x = -2cm = -0,02m$

→ $v = 0,55m/s$.

10. a) Quả cầu nằm cân bằng trên mặt phẳng nghiêng khi lực đàn hồi của lò xo cân bằng với hình chiếu của trọng lực lên mặt phẳng nghiêng

$$F = mg\sin\alpha,$$

trong đó $F = kx$ với x là độ nén lò xo, $x = l_0 - l_1 = 1cm$,

suy ra $$\sin\alpha = \frac{kx}{mg} = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 30^o.$$

b) Tần số góc $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} \approx 22,4$ rad/s.

Chu kì dao động $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} \approx 0,281$s.

Phương trình dao động:

$$x = 3\cos 22,4\,t \text{ (cm)}.$$

B2. Bài tập dạng 2. *Xác định độ cứng, khối lượng của một con lắc lò xo khi biết chu kì dao động của con lắc.*

I. VÍ DỤ Một con lắc lò xo gồm một vật khối lượng m treo vào một lò xo có khối lượng không đáng kể và có độ cứng k, khi đó tần số dao động của con lắc bằng 2,5 Hz. Treo thêm vào vật một gia trọng Δm = 7,6g thì tần số dao động của con lắc bây giờ bằng 2,25Hz. Hãy tính khối lượng m của vật và độ cứng k của lò xo.

Bỏ qua ma sát và lực cản của không khí.

Giải.

Áp dụng công thức $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} = \dfrac{1}{f}$,

ta có $m = \dfrac{k}{4\pi^2 f^2}$. (1)

Theo đề bài, lúc đầu ta có:

$$m = \frac{k}{4\pi^2(2,5)^2}. \qquad (2)$$

Khi treo thêm gia trọng:

$$m + \Delta m = \frac{k}{4\pi^2(2,25)^2}. \qquad (3)$$

Chia (3) cho (2) vế với vế, suy ra

$$1 + \frac{\Delta m}{m} = \left(\frac{2,5}{2,25}\right)^2 = 1,23$$

$$\rightarrow \frac{\Delta m}{m} = 0,23 \rightarrow m = \frac{\Delta m}{0,23} = \frac{76}{0,23} = 330g;$$

$$m = 0,330 \text{ kg}.$$

Từ 1) ta có

$$k = 4\pi^2 f^2 m = 4.(3,14)^2 . (2,5)^2 . 0,330 = 81,3.$$

$$k = 81,3 \text{ N/m}.$$

III. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. *Áp dụng các công thức*

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \text{ hoặc } \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

dưới dạng $m = \frac{kT^2}{4\pi^2}$ $\left(k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}\right)$,

hoặc $m = \frac{k}{4\pi^2 f^2}$ $(k = 4\pi^2 f^2.m)$

2 *Dựa vào các dữ liệu cho trong đề bài tìm được hai phương trình cho phép xác định k và m*

3 *Cần lưu ý đến đơn vị đo của k (đo bằng N/m) và m (đo bằng kg) khi tính toán bằng số.*

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

1. Một lò xo có độ cứng k. Lần lượt gắn vào lò xo hai vật có khối lượng m_1 và m_2. Kích thích cho chúng dao động, chu kì đo được lần lượt là $T_1 = 1s$ và $T_2 = 2s$. Tính k và m_1, biết rằng $m_2 - m_1 = 300g$.

2. Một lò xo có độ cứng k = 40 N/m. Lần lượt treo hai quả cầu có khối lượng m_1, m_2 vào lò xo và kích thích cho chúng dao động thì thấy: trong cùng một khoảng thời gian m_1 thực hiện được 20 dao động, trong khi m_2 chỉ thực hiện được 10 dao động. Nếu treo cả hai quả cầu vào lò xo thì chu kì dao động của hệ là

$$T = \frac{\pi}{2} \text{ s. Hãy tính } m_1 \text{ và } m_2$$

3. Một lò xo có độ cứng k. Lần lượt treo vào lò xo các vật $m_1 = 1,7kg$, m_2, $m_3 = m_1 + m_2$ và $m_4 = m_1 - m_2$ người ta thấy chu kì dao động của các vật trên lần lượt là T_1, T_2, $T_3 = 5s$ và $T_4 = 3s$.

Hãy tính T_1, T_2, k và m_2. Lấy $\pi^2 = 10$.

4. Một lò xo bị giãn ra một đoạn 1cm khi bị kéo bằng một lực 1N.

a) Tính độ cứng của lò xo.

b) Treo vào lò xo đó một vật khối lượng 1kg tìm chu kì dao động của vật.

c) Thay vật trên bằng một vật khác có khối lượng m'. Tìm m' để chu kì dao động là 1s.

d) Tìm biểu thức của chu kì dao động theo độ giãn Δl của lò xo khi treo vật.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. Áp dụng công thức $m = \frac{kT^2}{4\pi^2}$,

suy ra:

$$\frac{m_1}{m_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \frac{1}{4} \rightarrow m_2 = 4m_1. \text{ Từ } m_2 - m_1 = 300g,$$

rút ra $m_1 = 100g$ và $m_2 = 400g$.

Độ cứng của lò xo $k = \dfrac{4\pi^2 m_1}{T_1^2} = 39{,}4$ N/m.

2. $m_1 = 0{,}5$ kg, $m_2 = 2$kg.

HD. Áp dụng công thức $k = 4\pi^2 f^2.m$.

Theo đề bài $f_1 = 2f_2$, suy ra:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{f_2^2}{f_1^2} = \frac{1}{4}. \qquad (1)$$

Mặt khác, áp dụng công thức

$$m = \frac{kT^2}{4\pi^2}, \text{ ta có } m_1 + m_2 = \frac{kT^2}{4\pi^2} \text{ với } k = 40 \text{ N/m}$$

và $T = \dfrac{\pi}{2}$ s, suy ra $m_1 + m_2 = 2{,}5$kg. (2)

Từ (1) và (2) rút ra $m_1 = 0{,}5$kg và $m_2 =$ kg.

3. $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1}{k}}$, $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_2}{k}}$,

hay $m_1 = \dfrac{kT_1^2}{4\pi^2}$, $m_2 = \dfrac{kT_2^2}{4\pi^2}$.

Tương tự:

$$m_1 + m_2 = \frac{kT_3^2}{4\pi^2}, \quad m_1 - m_2 = \frac{kT_4^2}{4\pi^2}.$$

Từ đó suy ra $T_1^2 + T_2^2 = T_3^2 = 5^2$,

$T_1^2 - T_2^2 = T_4^2 = 3^2$.

Rút ra $T_1 = \sqrt{17} = 4{,}12$s, $T_2 = 4$s,

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T_1^2} = 4\text{N/m} \quad \text{và} \quad m_2 = \frac{kT_2^2}{4\pi^2} = 1{,}6\text{kg}.$$

4. a) $k = \dfrac{F}{\Delta l} = \dfrac{1}{0,01} = 100N/m.$

b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} \approx 0,63s.$

c) $m_2 = m_1\left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)^2 = 2,25kg.$

d) $mg = k\Delta l \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{\Delta l}{g}}.$

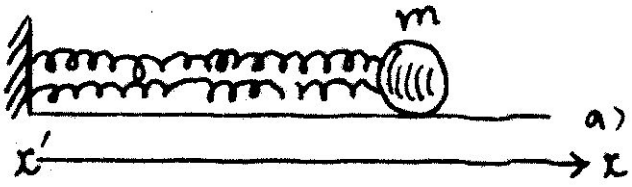
B3. Bài tập dạng 3. *Xác định độ cứng của hệ hai lò xo và tìm chu kì dao động của vật gắn với hệ lò xo.*

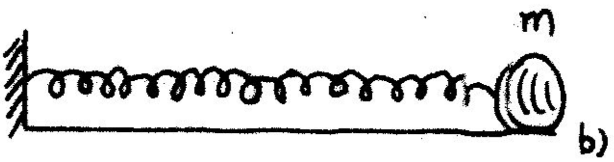
I. VÍ DỤ. Hai lò xo có khối lượng không đáng kể, với cùng độ dài tự nhiên và có độ cứng lần lượt là k_1 và k_2. Xác định độ cứng của hai hệ lò xo đó và chu kì dao động của một quả cầu khối lượng m gắn vào hệ lò xo, trong hai trường hợp.

a) Hai lò xo ghép song song (H.a)

b) Hai lò xo ghép nối tiếp (H.b)

Bỏ qua ma sát.





Giải.

a) Chọn trục tọa độ x'x song song với trục của hai lò xo và chọn gốc tọa độ ở vị trí của vật khi hai lò xo chưa bị biến dạng (vị trí ban đầu). Khi kéo vật ra khỏi vị trí ban đầu một đoạn bằng x rồi buông tay thì quả cầu chịu tác dụng của hai lực đàn hồi F_1 và F_2 của hai lò xo:

$$F_1 = -k_1x\ , \quad F_2 = -k_2x\ .$$

Lực đàn hồi do hệ hai lò xo tác dụng lên vật là

$$F = F_1 + F_2 = -(k_1 + k_2)x$$

Vì lực đàn hồi F của hệ liên hệ với độ biến dạng x của hệ theo công thức trên nên ta có thể suy ra rằng độ cứng k của hệ hai lò xo đó là

$$k = k_1 + k_2.$$

Áp dụng định luật 2 Niutơn ta có :

$$mx = -(k_1 + k_2)x = -kx$$

hay $x = -\omega^2 x$ với $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

Vậy chu kì dao động của vật là

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}.$$

b) Vẫn chọn trục x'x như trước. Khi ta tác dụng lên vật một lực F để kéo nó ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn x thì mỗi lò xo đều chịu tác dụng của lực F, và độ dãn x của cả hệ hai lò xo bằng tổng các độ dãn x_1 của lò xo thứ nhất và độ dãn x_2 của lò xo thứ hai.

Do đó ta có: $F = F_1 = F_2 = -k_1x_1 = -k_2x_2$ (1)

và $x = x_1 + x_2.$ (2)

Gọi k là độ cứng của hệ hai lò xo, ta lại có

$F = -kx.$ (3)

Từ (1) và (2) và (3) rút ra:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad \text{hay} \quad k = \frac{k_1k_2}{k_1 + k_2}.$$

Chu kì dao động của vật là:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1k_2}}.$$

II. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. *Để tính độ cứng của hệ lò xo (gồm hai lò xo hoặc nói chung, nhiều lò xo), ta gắn một vật vào hệ, rồi tác dụng lên vật một lực F để kéo dãn hệ lò xo đó. Thương của lực F và độ dãn x của hệ cho ta độ cứng của hệ lò xo.*

2. *Với hệ gồm các lò xo ghép song song (thường là các lò xo có cùng độ dài tự nhiên) thì độ dãn của các lò xo đều như nhau và bằng độ dãn x của hệ, và, tổng các lực tác dụng lên các lò xo đúng bằng lực F.*

3. *Với hệ gồm các lò xo ghép nối tiếp (các lò xo có thể có độ dài tự nhiên khác nhau) thì độ dãn của cả hệ bằng tổng các độ dãn của mỗi lò xo, còn lực tác dụng lên mỗi lò xo đều bằng F.*

4. *Kết quả là độ cứng của hệ lò xo ghép song song được xác định bởi công thức*

$$k = k_1 + k_2 + k_3 + \ldots$$

Còn độ cứng của hệ lò xo ghép nối tiếp được tính theo công thức

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \ldots$$

5. *Khi gắn vào hệ lò xo một vật khối lượng m thì chu kì dao động của vật được tính theo công thức*

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ *với k là độ cứng của hệ lò xo.*

6. *Nếu đề bài chỉ đòi hỏi tính chu kì dao động của vật gắn với hệ lò xo, thì vẫn phải tìm độ cứng của hệ lò xo theo phương pháp trên, sau đó mới tính chu kì dao động.*

7. *Trên cơ sở tính được độ cứng của hệ lò xo, có thể giải được các bài toán khác về dao động của vật gắn với hệ lò xo.*

8. Cũng có thể có tình huống ngược lại: cho biết độ cứng của cả hệ lò xo (hoặc tính được độ cứng của hệ trên cơ sở biết được chu kì dao động) cần phải tính độ cứng của mỗi lò xo xét riêng. Chẳng hạn biết độ cứng của một lò xo, cần xác định độ cứng của một đoạn lò xo đó. Khi đó áp dụng công thức (1) $k_1x_1 = k_2x_2$ *(giả sử cắt lò xo làm 2 đoạn), và lưu ý rằng độ giãn của mỗi đoạn* (x_1, x_2) *tỉ lệ với chiều dài đoạn đó.*

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

1. Quả cầu m có chu kì dao động là 0,3s khi ta treo nó vào lò xo có độ cứng k_1, và có chu kì dao động là 0,4s khi treo nó vào lò xo có độ cứng k_2. Hãy tìm chu kì dao động của quả cầu đó khi treo nó vào một hệ lò xo gồm hai lò xo nói trên:

a) ghép nối tiếp.

b) ghép song song.

2. Có hai lò xo L_1 và L_2 có độ cứng là k_1 và k_2.

Khi treo một quả cầu có khối lượng m = 1kg vào hệ gồm L_1 và L_2 ghép song song thì chu kì dao động của quả cầu là $\pi/5$s, còn khi treo nó vào hệ gồm L_1 và L_2 ghép nối tiếp thì chu kì dao động là $\pi/\sqrt{6}$s.

Hãy tính k_1 và k_2.

3. Chứng minh rằng khi cắt một lò xo có độ cứng k_0 thành n lò xo giống nhau thì độ cứng của mỗi lò xo thành phần bằng $k = nk_o$.

4. a) Hãy tính chu kỳ dao động của một quả cầu treo vào một lò xo, biết rằng khi treo quả cầu lò xo giãn ra một đoạn bằng 25cm.

b) Hỏi phải cắt lò xo đó ra làm bao nhiêu đoạn bằng nhau, để khi treo quả cầu vào một đoạn thì tần số dao động của nó bằng 2Hz.

c) Muốn cho quả cầu có chu kì dao động gấp hai lần chu kì dao động ở câu a) thì phải ghép bao nhiêu lò xo thành hệ và ghép như thế nào.

Lấy $g = 10$ m/s^2, $\pi^2 = 10$.

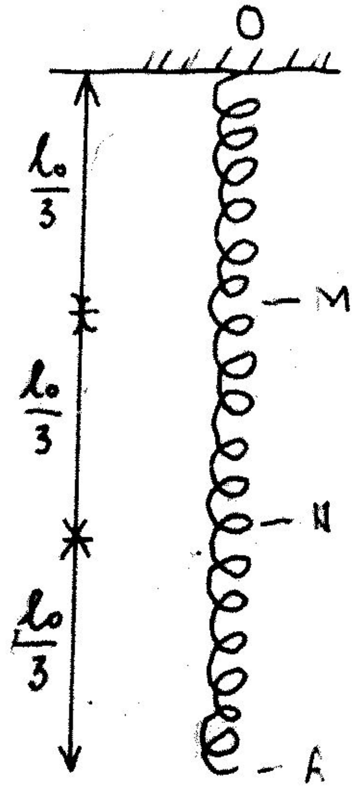
5. Hai lò xo L_1 và L_2 có cùng độ dài tự nhiên. Khi treo một vật khối lượng m = 400g vào lò xo L_1 thì nó dao động với chu kì T = 0,3s, còn khi treo vật vào lò xo L_2 thì chu kì dao động của vật bằng T_2 = 0,4s.

a) Nối L_1 và L_2 với nhau thành một lò xo dài gấp đôi rồi treo vật nói trên thì vật dao động với chu kì bằng bao nhiêu? Muốn chu kì dao động của vật là $T' = \dfrac{T_1 + T_2}{2}$ thì phải tăng hay giảm khối lượng của vật đi bao nhiêu?

b) Nối L_1 và L_2 với nhau bằng cả hai đầu để được một lò xo có cùng độ dài tự nhiên (ghép L_1 và L_2 song song) rồi treo vật nói trên thì chu kì dao động của vật là bao nhiêu? Muốn chu kì dao động của vật là 0,3s thì phải tăng hay giảm khối lượng của vật đi bao nhiêu.

6. Cho một lò xo có khối lượng không đáng kể, có độ dài tự nhiên l_0 = OA = 33cm và có độ cứng k_0 = 100 N/m. M và N là hai điểm trên lò xo với

$$OM = \frac{l_0}{3} \text{ và } ON = \frac{2l_0}{3}.$$



a) Giữ đầu O cố định và kéo đầu A của lò xo bằng một lực F = 3N dọc theo chiều dài của lò xo để nó giãn ra. Gọi A', M', N' là các vị trí mới của A, M và N. Hãy tính các đoạn OA', OM', ON'.

b) Cắt lò xo trên thành hai lò xo có chiều dài là $l_0/3$ và $2l_0/3$ rồi lần lượt kéo dãn hai lò xo này cũng bằng một lực F = 3N. Hãy xác định độ giãn của các lò xo và từ đó suy ra độ cứng của chúng.

c) Treo lò xo OA thẳng đứng, đầu O cố định. Móc một quả cầu có khối lượng m = 100g vào một điểm C của lò xo với OC = l.

Hãy tính l để chu kì dao động của quả cầu bằng 0,1s. Lấy $\pi^2 = 10$.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. Áp dụng các công thức $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}$,

và $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}}$ và $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

a) Lập luận như trong ví dụ ở trên rút ra

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\text{. từ đó suy ra}$$

$$T^2 = T_1^2 + T_2^2 \rightarrow T = 0{,}5\text{s}.$$

b) Lập luận như trong ví dụ ở trên rút ra:

$$k = k_1 + k_2\text{. Từ đó suy ra } \frac{1}{T'^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$$

$$\rightarrow T' = 0{,}24\text{s}.$$

2. $k_1 = 60\text{N/m}$, $k_2 = 40\text{N/m}$.

3. Lập luận như trong ví dụ ở trên, coi lò xo ban đầu như một hệ gồm n lò xo có độ cứng k ghép nối tiếp, ta được

$$\frac{1}{k_0} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k} + \dots \frac{1}{k} = \frac{n}{k},$$

suy ra $k = nk_o$.

4. a) Do $\omega = \sqrt{\frac{k_o}{m}}$ mà $k_o = \frac{mg}{\Delta l}$,

suy ra $\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}} = \sqrt{\frac{10}{0{,}25}} = \sqrt{40} = 2\pi$ rad/s.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1s.$$

b) Giả sử cắt lò xo ban đầu thành n đoạn lò xo, mỗi đoạn có độ cứng $k = nk_0$. Khi treo quả cầu vào một đoạn:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{nk_o}} = \frac{T}{\sqrt{n}} = 0{,}5 \Rightarrow n = 4.$$

c) Độ cứng của hệ lò xo là k', $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}} = 2T$

$\rightarrow \frac{1}{k'} = \frac{4}{k} \rightarrow$ hệ gồm 4 lò xo ghép nối tiếp.

5. a) $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 \rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \rightarrow T^2 = T_1^2 + T_2^2 \rightarrow T = 0{,}5s$

Áp dụng $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ta được $\frac{m'}{m} = \left(\frac{\frac{T_1 + T_2}{2}}{T_2}\right)^2 \rightarrow$

$\rightarrow m' = 196g \rightarrow$ phải giảm khối lượng của vật đi một lượng $m - m' = 204g$.

b) $F_1 + F_2 = F \rightarrow (k_1 + k_2)\Delta l = k\Delta l \rightarrow$

$$k = k_1 + k_2 \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} \rightarrow \frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} \rightarrow$$

$T = 0{,}24s.$

Ta có $\frac{m''}{m} = \left(\frac{T'}{T}\right)^2 \rightarrow m'' = 625g \rightarrow$ phải tăng khối lượng của vật đi một lượng

$$m'' - m = 225g.$$

6. a) Vì lực đàn hồi cân bằng với lực kéo nên:

$$F = k_0\Delta l \rightarrow \Delta l = \frac{F}{k_0} = 3.10^{-2}\ m = 3cm,$$

$OA' = l = l_0 + \Delta l = 36cm$. Vì lò xo giãn đều nên:

$OM = \frac{l}{3} = 12cm$, $ON' = \frac{2l}{3} = 24cm$.

b) Vì lực đàn hồi (lực căng) tại mọi điểm của lò xo OA đều như nhau và đều bằng F = 3N nên có thể suy ra rằng: do tác dụng của lực kéo F = 3N, đoạn OM của lò xo OA giãn ra một đoạn

$$\Delta l_1 = \frac{l}{3} - \frac{l_0}{3} = 1cm,$$

còn đoạn ON giãn ra $\Delta l_2 = \frac{2l}{3} - \frac{2l_0}{3} = 2cm$.

Như vậy nếu lò xo có chiều dài $OM = \frac{l_0}{3}$ thì nó có độ cứng $k_1 = \frac{F}{\Delta l_1} = \frac{3}{10^{-2}} = 300$ N/m.

Còn nếu lò xo có chiều dài $ON = \frac{2l_0}{3}$ thì nó có độ cứng là:

$$k_2 = \frac{F}{\Delta l_2} = \frac{3}{2.10^{-2}} = 150 \text{ N/m}.$$

Từ đó suy ra $\frac{k_1}{k_2} = \frac{ON}{PM}$ hay độ cứng của một đoạn lò xo tỉ lệ nghịch với chiều dài đoạn đó:

$$\frac{k}{k_o} = \frac{l_0}{l}.$$

c) $k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = 400$ N/m.

Theo câu trên $\frac{k}{k_0} = \frac{l_0}{l}$,

suy ra $l = l_0 \frac{k_0}{k} = 33 . \frac{100}{400} = 8,25cm$.

B4. Bài tập dạng 4. *Xác định cơ năng của con lắc lò xo.*

I. VÍ DỤ. Một con lắc lò xo gồm một quả cầu có khối lượng $m = 200g$ gắn vào một lò xo có khối lượng không đáng kể, có độ cứng $k = 40N/m$. Trong hòn bi có một rãnh cho phép nó dao động không ma sát dọc theo một thanh nằm ngang cố định. Chọn trục x'x dọc theo thanh, gốc tọa độ ở vị trí cân bằng của hòn bi. Đẩy quả cầu đến tọa độ $x_0 = -2cm$ rồi thả không có vận tốc ban đầu.

a) Hãy xác định cơ năng của con lắc lò xo.

b) Xác định động năng và vận tốc cực đại của quả cầu.

c) Xác định thế năng của lò xo và động năng của quả cầu khi nó đi qua vị trí $x_1 = 1cm$.

Giải. a) Cơ năng của con lắc lò xo bằng tổng thế năng của lò xo quả cầu và động năng của quả cầu. Vì không có ma sát nên cơ năng của con lắc giữ không thay đổi và bằng thế năng cực đại mà con lắc (lò xo) được dự trữ lúc đầu (khi đó vận tốc, và do đó, động năng của quả cầu bằng không):

$$E = E_{tmax} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kx_0^2$$

$$E = \frac{1}{2}.40.(-0,2)^2 = 8.10^{-3}J.$$

b) Động năng của quả cầu đạt cực đại khi thế năng của lò xo bằng không. Đó là lúc quả cầu đi qua vị trí cân bằng, thế năng của lò xo chuyển hóa hoàn toàn thành động năng của quả cầu:

$$E_{đmax} = E_{tmax} = 8.10^{-3}J.$$

Vận tốc cực đại v_{max} của quả cầu:

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2E_{đmax}}{m}} = \sqrt{\frac{2.8.10^{-3}}{0,2}} \approx 0,283 \text{ m/s}.$$

c) $$E_t = \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}.40.10^{-4} = 2.10^{-3}J;$$

$$E_{\text{đ}} = E - E_t = 8 \,.\, 10^{-3} - 2 \,.\, 10^{-3}J = 6 \,.\, 10^{-3}J.$$

II. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng trong dao động của con lắc:

$$E = E_{\text{đ}} + E_t = \text{hằng số}$$

và vận dụng các công thức tính động năng:

$$E_{\text{đ}} = \frac{mv^2}{2}$$

và công thức tính thế năng đàn hồi của lò xo:

$$E_t = \frac{kx^2}{2}$$

lưu ý rằng $E = E_{\text{đ}max} = E_{tmax} = \frac{mv^2_{max}}{2} = \frac{kA^2}{2}$,

với A là biên độ (li độ cực đại của vật so với vị trí cân bằng).

2. Khi tính toán số phải chú ý đến đơn vị đo: Phải tính A, x... theo đơn vị mét (thường thì đề bài cho bằng đơn vị cm) và lưu ý là đơn vị của v là m/s, của E, E_t *và* $E_{\text{đ}}$ *là J, của m là kg.*

3. Dễ dàng thấy rằng từ định luật bảo toàn năng lượng cũng suy ra công thức:

$$\omega^2x^2 + v^2 = \omega^2A^2$$

(thường được dùng để tính v khi biết x và ngược lại)

4. Cần lưu ý rằng nếu có ma sát thì không áp dụng được định luật bảo toàn cơ năng (khi đó độ biến thiên của cơ năng của hệ bằng công của lực ma sát).

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

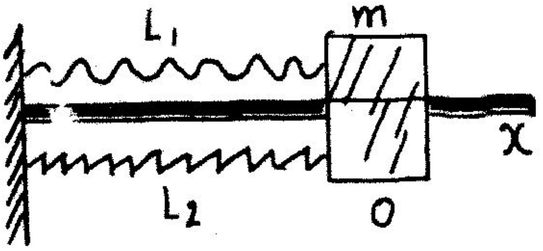
Một lò xo có khối lượng không đáng kể, có độ cứng $k = 100N/m$, độ dài tự nhiên $l_0 = 40cm$.

Treo vào lò xo một vật có khối lượng m khi vật nằm cân bằng lò xo có độ dài 44cm. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng cho đến khi lò xo dài 5cm rồi buông ra (không có vận tốc ban đầu). Tính chu kì dao động và khối lượng của vật. Tính cơ năng toàn phần của hệ

Đáp số. $T = 0,4s$; $m = 400g$; $E = 0,18J$.

C. BÀI TẬP TỔNG HỢP

1. Hai lò xo L_1 và L_2 có độ cứng $k_1 = 50N/m$ và $k_2 = 100N/m$ có một đầu gắn vào một cái giá thẳng đứng, còn đầu kia gắn vào một vật khối lượng $m = 1,5kg$ chỉ có thể chuyển động dọc theo một thanh cứng Tx nằm ngang xuyên qua vật. Bỏ qua ma sát. Tại thời điểm ban đầu, lò xo L_1 được kéo dãn ra thêm một đoạn $l_1 = 2cm$, còn lò xo L_2 bị nén vào một đoạn $l_2 = 4cm$. Người ta buông vật để nó dao động.

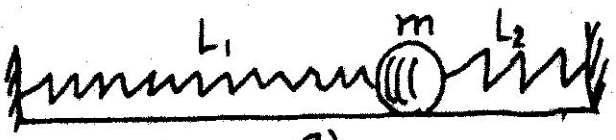


a) Lập phương trình dao động của vật.

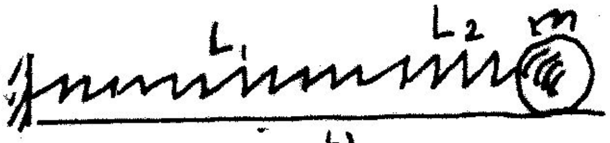
b) Tìm biên độ và chu kì dao động của vật.

c) Tìm động năng và vận tốc cực đại của vật.

2. Hai lò xo L_1 và L_2 có khối lượng không đáng kể có độ cứng k_1, k_2 được nối vào 2 điểm cố định, còn đầu kia của chúng gắn vào một quả cầu có khối lượng $m = 500g$ như ở hình a. Quả cầu có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang và lúc đầu hai lò xo đều không biến dạng. Kéo quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn 5cm rồi buông ra cho nó dao động không



a)



b)

vận tốc ban đầu, khi đó chu kì dao động của quả cầu là T = $\pi/3$s.

a) Lập phương trình dao động của quả cầu. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của quả cầu và chọn gốc thời gian là lúc đầu buông quả cầu.

b) Viết biểu thức tính động năng và thế năng của hệ dao động. Chứng minh rằng cơ năng của hệ được bảo toàn.

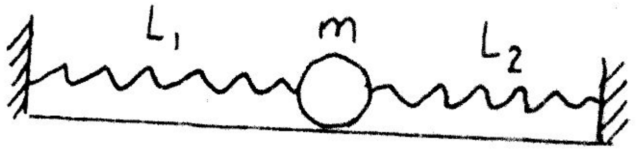
c) Bây giờ quả cầu được gắn vào hai lò xo L_1 và L_2 ghép nối tiếp như ở hình b. Khi đó chu kì dao động của quả cầu là $T' = \pi / \sqrt{2}$s. Hãy tính độ cứng k_1, k_2 của hai lò xo.

3. Một con lắc lò xo gồm một vật khối lượng 100g treo vào một lò xo khối lượng không đáng kể, có độ cứng 100N/m và có độ dài tự nhiên 25cm.

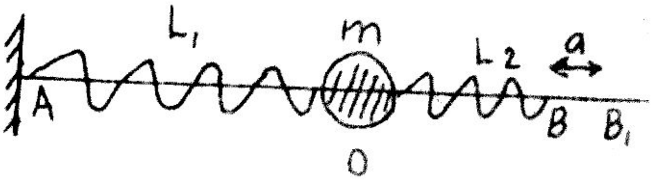
a) Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng để nó dao động theo phương thẳng đứng. Biết vận tốc cực đại của vật bằng 62,8cm/s. Lập phương trình dao động của vật và tính khoảng cách cực đại và khoảng cách cực tiểu từ vật đến điểm treo lò xo.

b) Bây giờ ta treo vật đó vào một hệ gồm 2 lò xo giống hệt lò xo trên ghép nối tiếp, rồi cho vật dao động. Biết rằng cơ năng của vật trong trường hợp này vẫn bằng cơ năng của vật trong trường hợp ở câu a. Lập phương trình dao động của vật và tính các khoảng cách cực đại và cực tiểu từ vật đến điểm treo. Lấy $g = 9{,}8 m/s^2$ và $\pi^2 = 10$.

4. Một quả cầu có khối lượng 1,2kg được gắn với hai lò xo giống hệt nhau, có khối lượng không đáng kể và có độ cứng 5N/m, hai đầu còn lại của hai lò xo được gắn vào hai điểm cố định.



Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn 5cm theo trục của lò xo nối buông ra không có vận tốc ban đầu.



a) Bỏ qua ma sát và sức cản của không khí, lập phương trình chuyển động của quả cầu. Chứng tỏ rằng quả cầu dao động điều hòa. Tính chu kì dao động của quả cầu.

b) Trong thực tế người ta thấy biên độ dao động của quả cầu giảm từ từ. Sau nhiều lần dao động biên độ của quả cầu chỉ còn bằng A_1 = 25cm. Khi đó động năng cực đại của quả cầu bằng bao nhiêu? So sánh nó với động năng cực đại ban đầu của vật. Hãy giải thích tại sao động năng cực đại của quả cầu lại giảm dần.

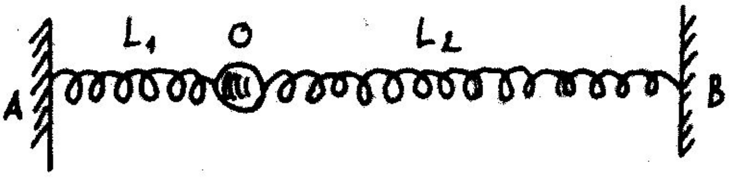
5. Một quả cầu có khối lượng 200g được gắn vào hai lò xo L_1 và L_2 có độ cứng k_1 = 4N/m và k_2 = 16N/m, sao cho quả cầu có thể trượt không ma sát dọc theo một thanh kim loại mảnh nằm ngang. Đầu A của L_1 được giữ chặt và lúc đầu hai lò xo chưa bị biến dạng. Người ta giữ yên quả cầu và kéo dãn đầu B của L_2 một đoạn 2cm đến B_1 và giữ chặt ở B_1, sau đó người ta thả quả cầu ra.

a) Lập phương trình dao động của quả cầu. Tìm biên độ và chu kì dao động của quả cầu.

b) Tìm động năng cực đại và vận tốc cực đại của quả cầu.

6. Một lò xo dài có khối lượng không đáng kể được cắt làm hai lò xo L_1 và L_2, có độ dài tự nhiên l_1 = OA = 24cm và L_2 = OB = 36cm, có một đầu gắn vào 2 điểm cố định A và B, còn hai đầu kia của hai lò xo gắn vào một quả cầu nhỏ (coi như một chất điểm), có khối lượng 25g, có thể trượt dọc theo một dây thép xuyên qua tâm quả cầu và căng nằm ngang giữ hai điểm A và B (hình). Đẩy quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng O với một lực 2,5N thì nó dời đi một đoạn bằng 1cm, sau đó buông quả cầu để nó dao động.

a) Tính độ cứng của hai lò xo và chu kì dao động của quả cầu, nếu bỏ qua ma sát.



b) Do có ma sát với dây thép nên quả cầu dao động tắt dần. Cho rằng biên độ dao động của quả cầu giảm dần theo một cấp số nhân lùi vô hạn. Hãy tính tỉ số giữa hai biên độ dao động liên tiếp, cho hệ số ma sát $\mu = 0,3$. Lấy g = 10 m/s^2.

7. Hai lò xo giống hệt nhau có khối lượng không đáng kể, mỗi lò xo có chiều dài tự nhiên bằng 20cm và có độ cứng bằng 175N/m.

a) Treo một quả nặng Q với kích thước không đáng kể vào một lò xo theo phương thẳng đứng, đầu trên giữ cố định. Xác định khối lượng của quả nặng Q để chu kì dao động của nó bằng 0,3s. Viết phương trình dao động của quả nặng Q, biết rằng vận tốc cực đại của quả nặng bằng 21cm/s và ở thời điểm ban đầu nó ở vị trí cân bằng.

b) Nối hai lò xo đã cho liên tiếp nhau rồi treo quả nặng Q như trong câu a) vào và cho dao động tự do. Xác định chu kì của dao động. Nếu cơ năng của vật Q trong trường hợp này bằng cơ năng của nó trong trường hợp a), thì khoảng cách cực đại và cực tiểu từ quả nặng Q tới điểm treo lò xo bằng bao nhiêu? Trong mọi trường hợp bỏ qua các ma sát và coi gia tốc trọng trường bằng $9,8m/s^2$.

(Trích ĐTTS Đại học Bách khoa Hà Nội năm học 1996 - 1997).

8. Cho một lò xo khối lượng không đáng kể, độ dài tự nhiên l_0 = 0,37m. Độ dãn của lò xo tỉ lệ với khối lượng của vật treo vào nó: cứ 6mm cho 23g. Bỏ qua mọi lực ma sát và lực cản của môi trường.

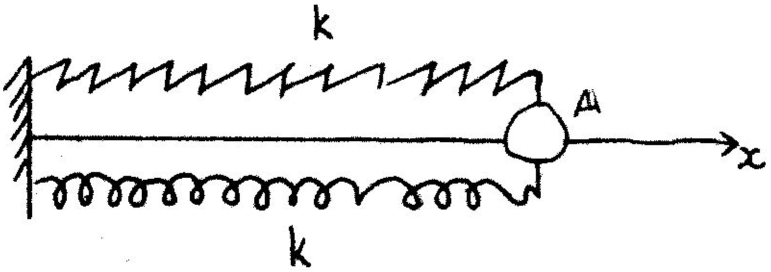
a) Treo vào lò xo một vật khối lượng m = 120g. Kéo vật theo phương thẳng đứng xuống dưới vị trí cân bằng một đoạn 25mm rồi buông ra không vận tốc ban đầu. Xác định chu kì và phương trình dao động của vật? cho $g = 9,8m/s^2$.

b) Treo con lắc lò xo kể trên vào trong một chiếc xe đang chuyển động nằm ngang, người ta thấy lò xo lệch khỏi phương thẳng đứng một góc 30°. Tìm gia tốc của xe và độ dài của lò xo.

c) Dùng lò xo để chế tạo một cân lò xo, cân này được treo vào trong một tầu hỏa chuyển động dọc theo một cung tròn bán kính R = 404m với vận tốc 72km/h. Treo trên cân lò xo một vật nặng m = 0,5kg, lò xo của cân sẽ chịu một sức căng bằng bao nhiêu.

(Trích ĐTTS Đại học Dược Hà Nội năm học 1996 - 1997).

9. Một con lắc lò xo như hình vẽ. Trong đó hai lò xo giống hệt nhau có khối lượng không đáng kể, độ cứng của mỗi lò xo là k=2,5N/m. Vật A là một quả cầu khối lượng m = 600gam có thể trượt không ma sát theo một trục xuyên tâm nằm ngang. Người ta kéo vật A ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn $x_0 = 10$cm theo phương của trục. Tính biên độ, tần số góc và pha ban đầu, từ đó viết phương trình dao động của vật A trong hai trường hợp:



a) Bỏ vật A ra không vận tốc ban đầu;

b) Bỏ vật ra và đẩy cho vật có vận tốc ban đầu $v_0 = 0,5$m/s hướng về vị trí cân bằng.

Bỏ qua ma sát của không khí.

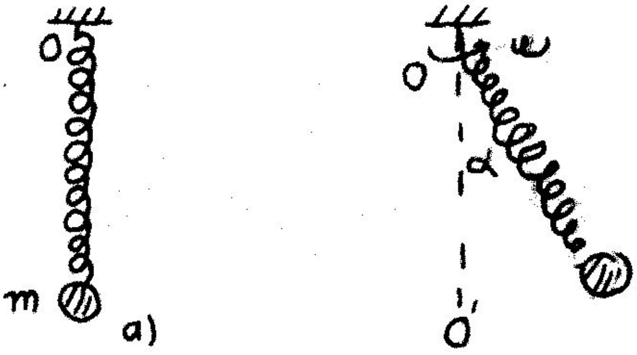
(Trích ĐTTS Đại học Thủy lợi Hà Nội năm học 1996 - 1997)

10. Một lò xo khối lượng không đáng kể, độ dài tự nhiên 20cm, độ cứng k = 100N/m.

1. Treo một vật khối lượng m = 1kg vào một đầu lò xo, còn đầu kia giữ cố định tại O để nó thực hiện một dao động thẳng đứng (Hình a). Tìm chu kì dao động của vật.

2. Nâng vật lên khỏi vị trí cân bằng một khoảng 2cm rồi truyền cho vật một vận tốc ban đầu 20cm/s hướng xuống phía dưới. Viết phương trình dao động của lò xo.

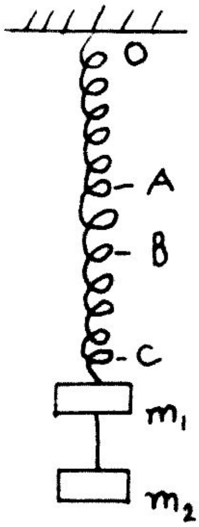
3. Quay lò xo xung quanh trục OO' thẳng đứng (Hình b) với vận tốc góc ω, khi ấy trục của lò xo làm với trục quay OO' một góc $\alpha = 30^o$. Xác định chiều dài của lò xo và vận tốc góc ω, cho $g = 10m/s^2$.



(Trích ĐTTS Học viện Quan hệ quốc tế năm học 1996 - 1997).

11. Một lò xo khối lượng nhỏ không đáng kể, được treo vào một điểm cố định O có độ dài tự nhiên là OA = l_0. Treo một vật khối lượng $m_1 = 100$g vào lò xo thì độ dài của nó là $OB = l_1 = 31$cm. Treo thêm một vật khối lượng $m_2 = 100$ gam vào lò xo, thì độ dài của lò xo là $l_2 = 32$cm.

1. Xác định độ cứng k và độ dài tự nhiên của lò xo.

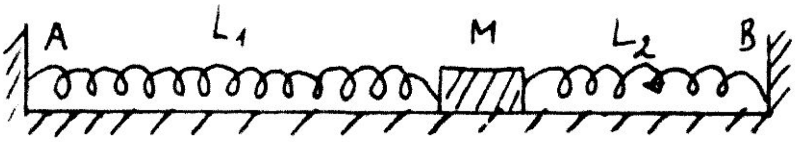


2. Nâng cho lò xo trở lại độ dài l_0, sau đó thả cho hệ chuyển động tự do. Chứng minh rằng $(m_1 + m_2)$ dao động điều hòa. Viết phương trình và tính chu kì dao động đó.

3. Tính vận tốc của $(m_1 + m_2)$ khi nó nằm cách A là 2,2cm.

(Trích ĐTTS Đại học Thương mại Hà Nội năm học 1996 – 1997).

12. Một vật có khối lượng m = 100g chiều dày không đáng kể có thể trượt trên mặt phẳng nằm ngang. Vật được nối vào hai giá cố định A và B qua hai lò xo: L_1 có độ cứng $k_1 = 60$N/m và L_2 có độ cứng $k_2 = 40$N/m. Người ta kéo vật đến vị trí sao cho L_1 bị dãn một đoạn $\Delta l = 20$cm thì thấy L_2 không bị dãn, không bị nén, rồi thả nhẹ cho vật chuyển động không có vận tốc ban đầu.



Bỏ qua mọi ma sát và khối lượng lò xo. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương của trục tọa độ hướng từ A sang B, thời điểm ban đầu là lúc thả vật.

a) Chứng minh rằng vật dao động điều hòa.

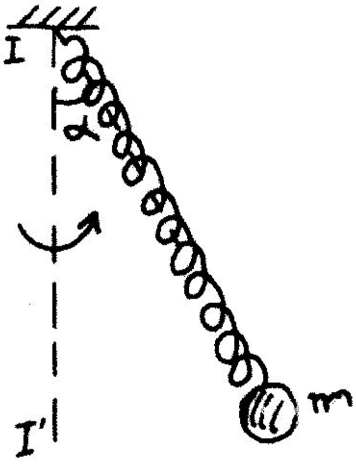
b) Viết phương trình dao động; tính chu kì dao động T và năng lượng dao động E của vật. Cho $\pi^2 = 10$.

c) Vẽ và tính cường độ các lực cho các lò xo tác dụng lên các giá cố định A và B tại thời điểm $t = \frac{T}{2}$.

(Trích ĐTTS Đại học Sư phạm Vinh năm 1996).

13. Một lò xo đàn hồi, chiều dài tự nhiên $l_0 = 30cm$ đầu trên được giữ cố định. Khi treo khối m vào đầu dưới, lò xo bị giãn $\Delta l = 10cm$. Cho $g = 10m/s^2$.

a) Kéo khối m xuống phía dưới thêm 5cm rồi buông tay. Tính chu kì dao động, vận tốc cực đại của khối m và viết phương trình dao động (chọn t = 0 là thời điểm buông tay). Bỏ qua các lực cản.



b) Treo lò xo vào điểm cố định I, rồi quay lò xo quanh trục thẳng đứng II' (xem hình vẽ) với vận tốc không đổi. Khi đó trục lò xo hợp với trục II' một góc $\alpha = 30^\circ$. Xác định chiều dài lò xo và số vòng quay trong 1 giây.

(Trích ĐTTS Đại học Luật Hà Nội năm 1996).

14. Hai lò xo L_1 và L_2 có độ dài tự nhiên bằng nhau. Lần lượt treo một vật có khối lượng m vào hai lò xo đó thì chúng dao động với chu kì lần lượt là T_1 và T_2.

1. Nếu ghép hai lò xo ấy nối tiếp nhau, rồi treo vào hệ lò xo này một vật có khối lượng $m' = \frac{m}{2}$. Hãy chứng minh chu kì dao động của hệ là

$$T' = \frac{\sqrt{2(T_1^2 + T_2^2)}}{2}$$

2. Nếu ghép hai lò xo ấy song song rồi treo vào hệ lò xo này một khối lượng $m'' = 2m$. Hãy chứng minh rằng chu kì dao động của hệ này là

$$T'' = \frac{2T_1T_2}{\sqrt{2(T_1^2 + T_2^2)}}$$

3. Hãy tính chu kì T', T'' và tính độ cứng hai lò xo của k_1 và k_2, nếu cho m = 250gam và $T_1 = 0,3s$, $T_2 = 0,4s$.

(Trích ĐTTS Đại học Dân lập Văn Lang TP Hồ Chí Minh năm 1996).

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. a) Ở thời điểm $t = 0$, lực dây (lực đàn hồi) của L_2 lớn hơn lực đàn hồi (lực kéo về) của L_1; nên khi buông ra vật sẽ chuyển động về phía bên phải. Chọn trục $x'x$ có gốc O tại vị trí ban đầu của vật.

Gọi x_o là vị trí cân bằng của vật, tại đó hai lực đàn hồi của hai lò xo cân bằng nhau. suy ra $k_1(l_1 + x_o) = k_2(l_2 - x_o)$

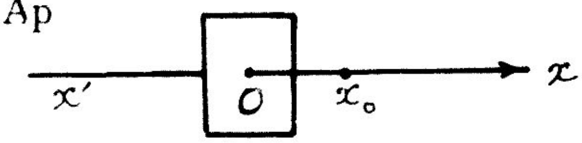
hay $$x_o = \frac{k_2l_2 - k_1l_1}{k_1 + k_2} = 2\text{cm}$$

Giả sử ở thời điểm bất kì vật có tọa độ x, khi đó hợp lực tác dụng lên vật bằng

$$F = -k_1(l_1 + x) + k_2(l_2 - x) = -(k_1 + k_2)x + k_2l_2 - k_1l_1$$

hay $F = -(k_1 + k_2)(x - x_o) = -(k_1 + k_2)X$,

với $X = x - x_o$ là li độ cua vật (độ lệch khỏi vị trí cân bằng). Áp dụng định luật 2 Niutơn



$$a = \frac{F}{m} = \frac{(k_1 + k_2)}{m}X = X''.$$

Nghiệm của phương trình nay là:

$$X'' = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad \text{với } \omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}.$$

Đó là phương trình dao động của vật.

Thay số $\omega = \sqrt{\frac{150}{1,5}} = 10$ rad/s.

b) Khi $t = 0$, $x = 0$ và $v_o = 0$

$$\rightarrow X_o = -x_o = A\sin\varphi$$
$$X'_o = A\omega\cos\varphi = 0.$$

Suy ra, vì $A > 0$, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ và $A = x_o = 2$cm.

Chu kì dao động $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{5}$ s.

c) Nhận xét rằng hệ dao động ở đây tương đương một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng $k = k_1 + k_2$ gắn vào vật có khối lượng m, biên độ dao động của con lắc là A = 2cm. Động năng của vật đạt giá trị cực đại tại vị trí cân bằng, tại đó động năng bằng thế năng cực đại của con lắc. Do đó ta có:

$$E_{đmax} = \frac{1}{2}mv^2_{max} = \frac{1}{2}kA^2,$$

$$E_{đmax} = \frac{1}{2} \cdot 150.(0,02)^2 = 3.10^{-2}J.$$

Vận tốc cực đại

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2E_{đmax}}{m}} = 0,2 \text{ m/s}.$$

2. a) $x = A\sin(\omega t + \varphi)$, trong đó A = 5cm = 0,05m và $\omega = 2\pi/T = 6$ rad/s. Theo đề bài khi t = 0, x = A,

suy ra $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Phương trình dao động của quả cầu:

$$x = 0,05 \sin(6t + \frac{\pi}{2}) \text{ (m)}.$$

b) $v = x' = 0,2 \cos(6t + \frac{\pi}{2})$ (m/s).

Động năng của hệ: $E_đ = \frac{1}{2}mv^2 = 0,0225 \cos^2(6t + \frac{\pi}{2})$ (J).

Thế năng của hệ:

$$E_t = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2x^2}{2} = 0,0225\sin^2(6t + \frac{\pi}{2}) \text{ (J)}.$$

Cơ năng của hệ:

$$E = E_đ + E_t = 0,0225 \text{ (J)} = \text{const}.$$

Cơ năng của hệ được bảo toàn.

c) Theo hình a, khi kéo quả cầu sang phải một đoạn x (chọn chiều dương của trục tọa độ hướng sang phải): $x_1 = x_2 = x$,

$$F_1 = -k_1x, \quad F_2 = -k_2x,$$

và hợp lực tác dụng lên quả cầu $F = F_1 + F_2 = -(k_1 + k_2)x$

hay $F = -kx$ với $k = k_1 + k_2$.

Áp dụng định luật 2 Niutơn $a = x'' = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x$,

suy ra tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$ và chu kì dao động

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$. Theo đề bài $m = 0{,}5$ kg,

$T = \frac{\pi}{3}$ s, suy ra $k_1 + k_2 = 18$ (1).

Với hai lò xo ghép nối tiếp ở hình b, ta có

$$\frac{1}{k'} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \text{ và } T' = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \text{ s.}$$

Suy ra $\frac{\pi}{\sqrt{2}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}} \rightarrow k' = 4 = \frac{k_1k_2}{k_1 + k_2}$ (2)

Từ (1) và (2) tìm được hai cặp nghiệm:

$k_1 = 12$ N/m, $k_2 = 6$N/m.

và $k_1 = 6$N/m, $k_2 = 12$N/m.

3. a. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của vật và chọn gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí cân bằng, khi đó phương trình dao động của vật có dạng,

$x = A\sin\omega t$ với $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\pi$ rad/s.

Vận tốc cực đại của vật bằng

$v_{max} = \omega A = 62{,}8$ cm/s, suy ra $A = 2$cm.

Phương trình dao động của vật là:

$x = 2\sin(10\pi t)$ (cm).

Khi treo vật nặng vào lò xo thì nó giãn ra một đoạn:

$$\Delta l = \frac{P}{k} = 0{,}98\text{cm}.$$

Khoảng cách cực đại và cực tiểu từ vật đến điểm treo lò xo:

$$l_{max} = l_o + \Delta l + A = 27{,}98 \text{ cm},$$

$$l_{min} = l_o + \Delta l - A = 23{,}98 \text{ cm}.$$

b) Khi treo vật vào hệ lò xo thì mỗi lò xo giãn ra một đoạn Δl vì đều chịu một lực kéo bằng P (= mg), vì vậy do tác dụng của lực P hệ lò xo sẽ giãn ra $2\Delta l$, suy ra độ cứng của hệ lò xo ghép nối tiếp bằng

$$k' = \frac{P}{2\Delta l} = \frac{k}{2} = 50 \text{ N/m}.$$

Tần số góc của dao động của vật

$$\omega' = \sqrt{\frac{k'}{m}} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} = 7{,}1\,\pi \text{ rad/s}.$$

Theo đề bài cơ năng của vật vẫn có giá trị như cũ, suy ra v_{max} của vật vẫn bằng trước, nghĩa là

$$v_{max} = A\omega = A'\omega',$$

từ đó $A' = \dfrac{A\omega}{\omega'} = A\sqrt{2} \approx 2{,}8 \text{ cm}.$

Phương trình dao động của vật:

$$x = 2{,}8 \sin(7{,}1\pi t) \text{ (cm)}.$$

Khoảng cách cực đại và cực tiểu từ vật đến điểm treo hệ lò xo

$$l'_{max} = 2(l_o + \Delta l) + A' = 54{,}76 \text{ cm}$$

$$l'_{min} = 2(l_o + \Delta l) - A' = 49{,}16 \text{ cm}.$$

4. a) Kéo quả cầu sang bên phải một đoạn x, lực đàn hồi do L_1 và L_2 tác dụng lên quả cầu là (chọn chiều dương của trục tọa độ hướng sang phải).

$$F_1 = -kx, \qquad F_2 = -kx$$

và hợp lực tác dụng lên quả cầu là

$$F = F_1 + F_2 = -2kx.$$

Áp dụng định luật 2 Niutơn

$$a = x'' = \frac{F}{m} = -\frac{2k}{m}x$$

Phương trình này có nghiệm:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi).$$

Tức là vật dao động điều hòa với tần số góc

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}} \approx 2{,}89 \text{ rad/s}.$$

Chu kì dao động của quả cầu

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} \approx 2{,}18\text{s}.$$

Theo đề bài, lúc t = 0, $A\sin\varphi = 5\text{cm}$,

$$v_o = A\cos\varphi = 0,$$

suy ra $A = 5 \text{ cm}, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$

và $$x = 5\sin(2{,}89t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}.$$

b) Nếu bỏ qua sự mất mát năng lượng trong một phần tư chu kì, tức là trong $t = T/4 \approx 0{,}55\text{s}$ thì động năng của vật ở vị trí cân bằng thế năng của vật ở vị trí biên. Do đó khi $A_1 = 2{,}5$ cm thì động năng cực đại của quả cầu là

$$E_{dmax} = E_{tmax} = \frac{1}{2}(2k)A_1^2 \approx 3{,}1.10^{-4}\text{J}.$$

Còn ban đầu khi A = 5 cm thì động năng cực đại của quả cầu là

$$E_o = \frac{1}{2}(2k)A^2 = 4E_{đmax}$$

Vậy $$\frac{E_{đmax}}{E_o} = \frac{1}{4}.$$

Sở dĩ dao động của vật tắt dần là do có sức cản của không khí: năng lượng của vật chuyển dần thành động năng của các phần tử khí ở xung quanh.

5. a) Ở thời điểm ban đầu (lúc t = 0) quả cầu chỉ chịu tác dụng của lực đàn hồi của L_2 nên quả cầu chuyển động về bên phải. Chọn gốc tọa độ tại vị trí ban đầu O của quả cầu, khi đó O là vị trí bên trái của quả cầu và trong quá trình dao động tọa độ x của quả cầu luôn luôn dương.

Xét thời điểm t, vật có tọa độ x. Lực đàn hồi do L_1 tác dụng lên quả cầu là $F_1 = -kx$, còn lực đàn hồi do L_2 tác dụng lên nó bằng $F_2 = k_2(a - x)$ và hợp lực tác dụng lên quả cầu

$$F = F_1 + F_2 = -(k_1 + k_2)x + k_2a.$$

Vị trí cân bằng x_o của quả cầu ứng với F = 0

$$\rightarrow x_o = \frac{k_2a}{k_1 + k_2} = 1{,}6 \text{ cm}.$$

Viết lại F dưới dạng $F = -(k_1 + k_2)(x - x_o)$.

Áp dụng định luật 2 Niutơn

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{(k_1 + k_2)}{m}(x - x_o)$$

hay $X'' + \omega^2 X = 0$ với

$X = x - x_o$ và $\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} = 10$ rad/s.

Suy ra $X = A\sin(\omega t + \varphi) = x - x_0$

Theo đề bài, khi $t = 0$, $x = 0$ và $v_0 = 0$,

suy ra $\quad A\sin\varphi = -x_0$

$$A\omega\cos\varphi = 0$$

$$\rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ và } A = x_0 = 1{,}6\text{cm}.$$

Phương trình dao động của vật

$$x = 1{,}6\sin(10t - \frac{\pi}{2}) + 1{,}6 \text{ (cm)}$$

Chu kì dao động $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{\pi}{5}$ s.

b) Hệ dao động ở đây tương đương với một con lắc lò xo có độ cứng $k = k_1 + k_2 = 20$ N/m, có biên độ dao động $A = 1{,}6$cm. Theo định luật bảo toàn cơ năng thì động năng cực đại của quả cầu tại vị trí cân bằng thế năng cực đại của nó tại vị trí biên:

$$E_{dmax} = \frac{1}{2}kA^2 = 2{,}56.10^{-3} \text{ J}.$$

Vận tốc cực đại

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2E_{dmax}}{m}} = 0{,}16 \text{ m/s}.$$

6. a) Khi tác dụng một lực F vào lò xo dài chưa bị cắt, nó giãn thêm một đoạn Δl, vì lò xo giãn đều nên mỗi đơn vị chiều dài của lò xo giãn thêm một đoạn $\Delta l/l$. Lò xo dài coi như hai lò xo L_1 và L_2 ghép nối tiếp, và mỗi lò xo, chịu tác dụng của cùng lực F, giãn thêm.

$$\Delta l_1 = l_1\frac{\Delta l}{l} \quad \text{và} \quad \Delta l_2 = l_2\frac{\Delta l}{l}.$$

Do đó $F = k_1\Delta l_1 = k_2\Delta l_2$ suy ra

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{36}{24} = 1,5 \rightarrow k_1 = 1,5\ k_2$$

Khi đẩy quả cầu với lực F = 2,5N, thì một lò xo bị nén, còn lò xo kia bị giãn cùng một đoạn Δl = 1cm, và hai lực đàn hồi xuất hiện cùng chiều, hợp lực của chúng cân bằng với $\vec{F}$:

$$F = k_1\Delta l + k_2\Delta l$$

$$\rightarrow \qquad k_2 = \frac{F}{2,5.\Delta l} = 100\ \text{N/m}.$$

và $k_1 = 1,5k_2 = 150$ N/m.

Coi hệ như một con lắc lò xo có độ cứng $k = k_1 + k_2 = 250$N/m, có khối lượng m = 25 g.

Chu kì dao động bằng

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \approx 0,063\ \text{s}.$$

b) Thế năng dự trữ ban đầu của hệ dao động

$$E_t = \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{2}\ .\ 250.10^{-4} = 1,25.10^{-2}\ \text{J}.$$

Trong quá trình dao động lực ma sát thực hiện công cản làm giảm dần năng lượng của hệ và biến đổi năng lượng này thành nội năng làm nóng quả cầu và dây thép. Khi quả cầu dừng lại, công này có giá trị tổng cộng bằng

$$A = W_t = F_{ms}\ .\ s = (\mu.mg).s,$$

suy ra $$s = \frac{W_t}{\mu\ .\ mg} = \frac{1}{6}\ \text{m}.$$

Gọi q là tỉ số giữa hai biên độ dao động liên tiếp của quả cầu: A_1, $A_2 = qA_1$, $A_3 = qA_2 = q^2A_1$, ... $A_n = q^nA_1$ với $q < 1$. Tổng các biên độ này chính là nửa đoạn đường s nói trên:

$$\begin{aligned} s &= 2A_1 + 2A_2 + \ldots + 2A_n \\ &= 2A_1(1 + q + q^2 + \ldots + q^n) \end{aligned}$$

Khi quả cầu dừng lại, $n \to \infty$ và

$$s = 2A_1\frac{1}{1-q} \to q = 1 - \frac{2A_1}{s} = 1 - \frac{2.10^{-2}}{1/6} = 0{,}88\text{cm}$$

7. a) Từ công thức cho chu kì dao động của con lắc lò xo

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ suy ra khối lượng m của quả nặng Q:

$$m = \frac{kT^2}{4\pi^2} \simeq 0{,}4\ \text{kg}.$$

Phương trình dao động của quả nặng có dạng:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

theo đề bài, lúc $t = 0$, $x_o = 0$, $v_o = 21$ cm/s ta có

$$x_o = A\sin\varphi = 0,\ v_o = \frac{2\pi}{T}A,\ \text{do đó } \varphi = 0,\ A = \frac{v_oT}{2\pi} \simeq 1\text{cm}.$$

Vậy phương trình dao động của quả nặng Q là:

$$x = \sin\left(\frac{2\pi}{0{,}3}.t\right) = \sin\frac{20\pi}{3}t\ \text{(cm)}$$

b) Hai lò xo giống hệt nhau, nối liên tiếp với nhau, có thể coi như một lò xo độc nhất, có độ dài $2l_o$ và có độ cứng k_2 (vì cùng một lực F, làm cho mỗi lò xo giãn một đoạn Δl thì độ giãn tổng cộng của lò xo ghép là $2\Delta l$). Vậy chu kì của quả nặng bây giờ là:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}} = 2\pi\sqrt{\frac{m.2}{k}} = T\sqrt{2} \simeq 0{,}42s.$$

Cơ năng của con lắc lò xo được tính theo công thức

$$E = \frac{kA^2}{2} \simeq 87{,}5 \,.\, 10^{-4}J.$$

Cơ năng không đổi, nếu k nhỏ đi 2 lần, thì A^2 phải tăng gấp đôi và A tăng gấp $\sqrt{2}$ lần. Do đó biên độ dao động bây giờ là $\sqrt{2} \approx$ 1,414cm và khoảng cách cực đại và cực tiểu từ quả nặng Q đến điểm treo lần lượt bằng

$$D_{max} = 2(l + \Delta l) + A' = 2(20 + 0{,}4.9{,}8.\frac{1}{175}) + 1{,}414 \text{ cm}$$

$$D_{max} \simeq 45{,}9cm,$$

$$D_{min} = 2(l + \Delta l) - A' \simeq 43{,}1cm.$$

8. a) Độ cứng của lò xo:

$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{23.10^{-3}.9{,}8}{6.10^{-3}} = 37{,}566 \simeq 37{,}57N/m.$$

Tần số góc của dao động của vật

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{m.g}{\Delta l \,.\, m'}} = 17{,}693... \simeq 17{,}7 \text{ rad/s}.$$

Lập luận tương tự như ở câu a, bài 7, suy ra phương trình dao động của vật:

$$x = 25\sin\left(17{,}7t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (mm)}$$

b) Lò xo lệch khỏi phương thẳng đứng, tức là vật nặng đã chịu thêm tác dụng của một lực $\vec{F} = -m\vec{a}$, do tàu chuyển động với gia tốc $\vec{a}$. Khi lò xo cân bằng

$$tg\alpha = \frac{F}{P} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} = tg30^o = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

suy ra gia tốc của xe là $a = g\dfrac{\sqrt{3}}{3} \approx 5{,}6578\ldots \approx 5{,}66\ \mathrm{m/s^2}$

Lực căng lò xo là: $T = \dfrac{P}{\cos\alpha} = \dfrac{2mg}{\sqrt{3}} = 1{,}3579 \simeq 1{,}36\mathrm{N}$

(cũng có thể lập luận rằng: Hợp lực của $\vec{P}$ và $\vec{T}$ phải gây cho vật gia tốc $\vec{a}$: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$).

Độ giãn của lò xo:

$$\Delta l = \frac{T}{k} = 0{,}036\ \ldots = 0{,}036\ \mathrm{m}.$$

Độ dài của lò xo:

$$l = l_o + \Delta l = 0{,}406\mathrm{m}.$$

c) Gia tốc hướng tâm của tầu hỏa:

$$a_{ht} = \frac{v^2}{R} = \frac{400}{404} = \frac{100}{101}\ \mathrm{m/s^2}$$

Vật nặng tác dụng vào lò xo một lực li tâm hướng ngang, ra phía ngoài đường tròn, lực này có độ lớn

$$f = ma_{ht} = 0{,}5\ .\ \frac{100}{101}\ (\mathrm{N})$$

Lò xo lệch khỏi phương thẳng đứng một góc θ sao cho

$$\mathrm{tg}\theta = \frac{f}{P} = \frac{ma_{ht}}{mg} = \frac{a_{ht}}{g} \simeq 0{,}1010.$$

Lực căng T' mà lò xo phải chịu là:

$$T' = \frac{mg}{\cos\theta} = mg\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\theta} = \frac{0{,}5}{1{,}01}\ .\ 9{,}948 \simeq 4{,}92\mathrm{N}$$

(có thể lập luận rằng: Hợp lực $\vec{P}$ và $\vec{T'}$ tạo cho vật có gia tốc hướng tâm và chuyển động theo cung tròn: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_{ht}$).

9. Khi vật A ở cách vị trí cân bằng một khoảng x thì hai lực F_1, F_2 do hai lò xo tác dụng vào vật là:

$$F_1 = -k_1x, \qquad F_2 = -k_2x.$$

Vì F_1 và F_2 cùng chiều, nên vật A tựa như chịu tác dụng của một lực duy nhất F, với

$$F = F_1 + F_2 = -k_1x - k_2x = -(k_1 + k_2)x = -2kx$$

(vì $k_1 = k_2 = k$), từ đó ta có phương trình (vi phân):

$$mx'' = -2kx \text{ hay } x'' + \frac{2k}{m}x = 0$$

Như vậy vật A dao động điều hòa với tần số góc

$\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}} = \frac{5}{\sqrt{3}}$ (rad/s) và phương trình dao động của vật A có dạng $x = B\sin(\omega t + \varphi)$. (1)

Ta chọn gốc tọa độ O là vị trí cân bằng của vật, trục Ox hướng theo phương của trục và gốc thời gian t = 0 là lúc bỏ vật ra, khi đó $x_o = +10$cm.

a) Trường hợp bỏ vật ra không vận tốc ban đầu:

khi t = 0 ta có $x_o = +10$ và $v_o = 0$. Từ (1) ta có

$10 = B\sin\varphi$ và $0 = \omega B\cos\varphi$; từ đó rút ra

$\cos\varphi = 0 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$ (vì $\sin\varphi > 0$) và B = 10 (cm)

Phương trình dao động của vật A là:

$$x = 10 \sin\left(\frac{5}{\sqrt{3}}t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}.$$

b) Trường hợp bỏ vật ra và đẩy vật về phía O với vận tốc v_o = 0,5 m/s = 50 cm/s.

Lúc t = 0 ta có $x_o + 10$ và $v_o = -50$. Từ (1) ta có:

$10 = B\sin\varphi$ và $-50 = \omega B\cos\varphi$.

Từ đó $\text{tg}\varphi = -\frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \varphi = \frac{5\pi}{6}$ (vì $\sin\varphi > 0$) và B = 20 (cm)

Phương trình dao động của vật A là

$$x = 20\sin\left(\frac{5}{\sqrt{3}}t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{ (cm).}$$

10. 1. Chu kì dao động của vật

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \approx 0{,}63 \text{ s.}$$

2. Phương trình dao động của vật có dạng

$$x = A\sin(\omega t + \varphi).$$

với $$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ rad/s.}$$

Lấy gốc tọa độ là vị trí cân bằng và hướng chiều dương của vật xuống dưới, và chọn gốc thời gian ($t = 0$) là lúc truyền cho vật vận tốc.

Lúc $t = 0$ ta có $x_o = -2\text{cm}$ và $v_o = 20\text{cm/s}$

Do đó $-2 = A\sin\varphi$, và, $20 = \omega A\cos\varphi$.

Từ đó $\mathrm{tg}\varphi = 1 \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}$ (vì $\sin\varphi < 0$) và $A = 2\sqrt{2}$ (cm)

Phương trình dao động của vật

$$x = 2\sqrt{2}\sin\left(10t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm).}$$

3. Hợp lực tác dụng lên vật (trọng lực $\vec{P}$ + lực căng $\vec{T}$) tạo ra gia tốc hướng tâm, nghĩa là có độ lớn:

$F = mr\omega^2$, với r là bán kính đường tròn quỹ đạo,

$r = l\sin\alpha = \frac{l}{2}$. Lực tác dụng vào lò xo là:

$$T = \frac{P}{\cos\alpha} = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ (N).}$$

Độ dãn của lò xo khi quay:

$$\Delta l = \frac{T}{k} = \frac{20}{100\sqrt{3}}\ (\text{m}) = \frac{20}{\sqrt{3}}\ (\text{cm}),$$

từ đó chiều dài của lò xo khi quay là:

$$l = l_o + \Delta l = 20 + \frac{20}{\sqrt{3}} \approx 31{,}55 \text{ cm}.$$

Mặt khác, khi vật quay đều thì:

$$\text{tg}\alpha = \frac{F}{P} = \frac{mr\omega^2}{mg} = \frac{r\omega^2}{g} = \sqrt{3}$$

từ đó $\omega^2 = \frac{g\sqrt{3}}{r} = \frac{2g\sqrt{3}}{l}$

$\rightarrow \omega \simeq 0{,}6$ rad/s.

11. 1. Ta có $m_1g = k(l_1 - l_o)$ và $(m_1 + m_2)g = k(l_2 - l_o$ (1)

từ đó rút ra (cho $g = 10$ m/s^2) : $l_o = 30$cm và $k = 100$ N/m.

2. Chọn gốc tọa độ tại C chiều dương hướng xuống dưới xét hệ $(m_1 + m_2)$ tại vị trí M ($\overline{CM} = x$) trọng lượng của hệ $P = (m_1 + m_2)g$. Lực đàn hồi của lò xo $F_{đh} = -k(l_2 + x - l_o)$. Hợp lực tác dụng lên hệ

$$F = P + F_{đh} = (m_1 + m_2)g - k(l_2 + x - l_o) \qquad (2)$$

Kết hợp (2) với (1) suy ra $F = -kx$. Theo định luật II Niutơn ta có $F = mx''$. Từ đó $mx'' = -kx$ hay $x'' + \frac{k}{m}x = 0$ với $m = m_1 + m_2$. Chứng tỏ hệ $(m_1 + m_2)$ dao động điều hòa với tần số góc

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 10\sqrt{5} \approx 22{,}36 \text{ rad/s}$$

chu kì dao động $T = \frac{2\pi}{\omega} \simeq 0{,}28$s.

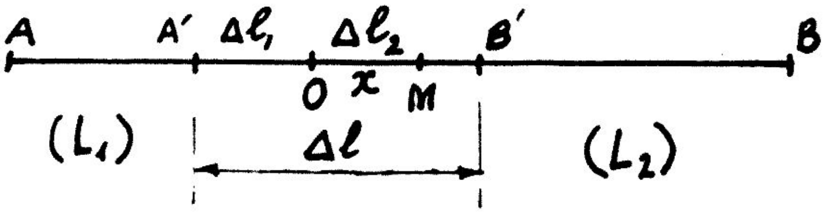
Phương trình dao động của hệ có dạng:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi).$$

Lúc t = 0, $x_o = -(l_2 - l_o) = 2$cm, $v_o = 0$, từ đó suy ra $A = 2$cm, $\varphi = \frac{3\pi}{2} \rightarrow x = 2\sin(22,36t + \frac{3\pi}{2})$ (cm).

3. Từ các phương trình $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ và $v = x' = \omega A\cos(\omega t + \varphi)$, rút ra hệ thức $\omega^2x^2 + v^2 = \omega^2A^2$

Do vậy $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$. Thay vào đó $\omega = 10\sqrt{5}$, $A = 2$cm, $x = 2,2 - 2 = 0,2$ cm, rút ra $v \simeq 44,5$ cm/s.



12. a) Trước hết xác định vị trí cân bằng O của vật. Gọi A', B' tương ứng là vị trí của điểm đầu các lò xo L_1 và L_2 khi chúng không bị giãn (và nén) (xem hình vẽ). Khi L_1 giãn một đoạn $\Delta l = 20$cm thì, theo đề bài, L_2 không bị giãn, bị nén, tức là L_1 đã giãn đến đúng vị trí B'. Vậy ta có $A'B' = \Delta l = 20$cm. Gọi O là vị trí cân bằng của vật, tại vị trí này L_1 bị giãn một đoạn Δl_1 còn L_2 bị giãn đoạn Δl_2, ta có $\Delta l_1 + \Delta l_2 = \Delta l = 20$cm (1). Hơn nữa, tại đó $f_1 = f_2$ hay $k_1\Delta l_1 = k_2\Delta l_2 \rightarrow \Delta l_2 = \frac{k_1}{k_2}\Delta l_1$ (2).

Từ (1) và (2) rút ra $\Delta l_1 = 8$cm và $\Delta l_2 = 12$cm, có nghĩa là b ở cách A' 8cm và cách B' 12cm.

Lấy gốc tọa độ tại O và chiều dương là chiều OB. Giả sử ở thời điểm t vật có vị trí M với tọa độ x (x > 0). M cách A' một đoạn $\Delta l_1 + x$ (= 8 + x) và vật bị L_1 kéo về phía A' với một lực $F_1 = -k_1(8 + x)$. M lại cách B' một đoạn $B'M = \Delta l_2 - x = 12 - x$ và do đó, vật lại chịu tác dụng của lực F_2 kéo về B', với

$F_2 = -k_2(12 - x)$. Vì $\vec{F}_1$ ngược chiều $\vec{F}_2$ nên hợp lực tác dụng vào vật hướng về phía A' (tức là về phía O) và có độ lớn:

$$F = F_1 - F_2 = (-8k_1 + 12k_2) - (k_1 + k_2)x = -(k_1 + k_2)x$$

(vì $12k_2 = 8k_1$). Áp dụng định luật II Niutơn $F = ma = mx''$ ta có $mx'' = -(k_1 + k_2)x$ hay $x'' + \frac{k_1 + k_2}{m}x = 0$,

chứng tỏ vật dao động điều hòa với tần số góc

$$\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} = 10\sqrt{10} \approx 10\pi \text{ rad.}$$

b) Chu kì dao động là

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,2\text{s}.$$

Chọn gốc thời gian (t = 0) là lúc thả vật (vật ở B'). Như vậy thì $t = 0 \quad x_o = OB' = \Delta l_2 = 12\text{cm}, v_o = 0$.

Lập luận như với các bài toán trên, ta có phương trình dao động của vật là: $x = 12\sin(10\pi t + \frac{\pi}{2})$ (cm).

Năng lượng dao động của vật:

$$E = \frac{(k_1 + k_2)A^2}{2} = 0,72 \text{ J}.$$

c) Lực do các lò xo tác dụng lên các giá cố định A và B chính là lực mà hai lò xo tác dụng vào vật.

Ở thời điểm $t = \frac{T}{2}$, li độ x của dao động là $x_t = 12\sin(10\pi.\frac{T}{2} + \frac{\pi}{2}) = 12\sin(\pi + \frac{\pi}{2}) = -12$ cm,

nghĩa là vật ở bên trái A', cách A' là 12 - 8 = 4cm. Vì lò xo L_1 bị nén một đoạn $\Delta l_1 = -4$cm, nên

$F_1 = -k\Delta l_1 = 2,4$N. Giá A bị L_1 đẩy, với $F_1 = 2,4$N.

Lúc đó lò xo L_2 bị giãn $\Delta l_2 = 12 + 12 = 24$cm và L_2 kéo giá B với lực

$F_2 = -k_2\Delta l_2 = -9,6N$. Giá B bị L_2 kéo, với $F_2 = 9,6N$.

Như vậy hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ cùng có chiều hướng từ phải sang trái.

13. a) Độ cứng của lò xo $k = \frac{mg}{\Delta l}$ và tần số góc của dao động $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}} = 10$ rad/s, từ đó chu kì dao động của khối m

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}} \approx 0,62s.$$

Phương trình dao động có dạng $x = A\sin(\omega t + \varphi)$. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống dưới. Lúc $t = 0$, $x_o = 5cm$, $v_o = 0$, suy ra $A = 5cm$, $\varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow$

$$x = 5\sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)\ (cm)$$

Vận tốc cực đại của vật $v_{max} = \omega\,.\,A = 50$ cm/s.

b) Vật nặng chuyển động tròn đều, chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$ ($P = mg$) và lực đàn hồi $\vec{F}$; Hợp lực của $\vec{P}$ và $\vec{F}$ là lực hướng tâm $\vec{F}_{ht}$. Ta có $F = \frac{mg}{\cos\alpha} = 2mg = k\Delta l'$, với $\Delta l'$ là độ giãn của lò xo khi quay. Suy ra

$$\Delta l' = \frac{2mg}{k} = 2\Delta l = 20cm$$

Chiều dài của lò xo khi quay $l = l_o + \Delta l' = 50cm$

Ta lại có $F_{ht} = mg\mathrm{tg}\alpha = mr\omega^2$, với $r = l\sin\alpha$,

Suy ra $\omega = \sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha}} = 2\sqrt{10}$ rad/s.

Số vòng quay N trong một giây (hay tần số quay) là

$$N = \frac{\omega}{2\pi} = 1,006... \simeq 1 \text{ héc.}$$

14. $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}} \rightarrow k_1 = \frac{4\pi^2 m}{T_1}$,

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}} \rightarrow k_2 = \frac{4\pi^2 m}{T_2}$$

1. Hệ hai lò xo nối tiếp tương đương với một lò xo có độ cứng k' tính theo công thức $\frac{1}{k'} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{m'}{k'}} \rightarrow k' = \frac{4\pi^2 m'}{T'^2} = \frac{4\pi^2 m}{2T'^2}$$

$$\frac{1}{k'} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \rightarrow \frac{2T'^2}{4\pi^2 m} = \frac{T_1^2}{4\pi^2 m} + \frac{T_2^2}{4\pi^2 m} \rightarrow T' = \frac{\sqrt{2(T_1^2 + T_2^2)}}{2}.$$

2. Hệ hai lò xo ghép song song tương đương một lò xo có độ cứng k" tính theo công thức $k" = k_1 + k_2$

$$T" = 2\pi\sqrt{\frac{m''}{k''}} \rightarrow k'' = \frac{4\pi^2 m''}{T''^2} = \frac{2.4\pi^2.m}{T''^2}$$

$$k" = k_1 + k_2 \rightarrow \frac{2.4\pi^2 m}{T''^2} = \frac{4\pi^2 m}{T_2^2} + \frac{4T^2 m}{T_2^2}$$

$$\rightarrow T'' = \frac{2T_1T_2}{\sqrt{2(T_1^2 + T_2^2)}}$$

3. $k_1 = \frac{4\pi^2 m}{T_1^2} \simeq 109\ \text{N/m}$; $k_2 = \frac{4\pi^2 m}{T_2^2} \simeq 61{,}6\ \text{N/m}$

$$T' = \frac{0{,}5}{\sqrt{2}} \approx 0{,}353\text{s}, \text{ và } T" \simeq 0{,}339\text{s}.$$

Chủ đề III CON LẮC ĐƠN

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Con lắc đơn gồm một vật nặng, khối lượng m, kích thước nhỏ, treo bằng một sợi dây mảnh không co giãn (kích thước của vật rất nhỏ so với độ dài của dây, khối lượng của dây rất nhỏ so với m).

2. Lúc chưa dao động, con lắc đứng yên ở vị trí cân bằng, dây treo có phương thẳng đứng. Trong quá trình vật dao động, hợp lực tác dụng lên vật theo phương chuyển động là

$$F = -mg\sin\alpha$$

(α là góc lệch khỏi vị trí cân bằng).

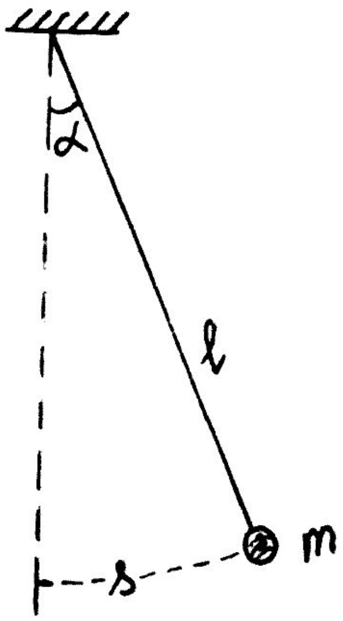
Với *dao động nhỏ* $F = -mg\dfrac{s}{l}$.

Phương trình dao động

$$s = s_0\sin(\omega t + \varphi)$$

hay $\alpha = \alpha_0\sin(\omega t + \varphi)$.

Tần số góc $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$



Chu kì dao động $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} = \dfrac{1}{f}$ (f: tần số dao động).

3. **Thế năng:** $E_t = mgl(1 - \cos\alpha) \approx mgl\dfrac{\alpha^2}{2}$.

Động năng: $E_đ = \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{m\omega^2 s_0^2}{2}\cos^2(\omega t + \varphi)$.

Cơ năng toàn phần $E = E_đ + E_t = \dfrac{m\omega^2 s_0^2}{2} = \dfrac{mgl\alpha_0^2}{2}$

4. Chu kì của con lắc đơn phụ thuộc vào độ cao (hoặc độ sâu). Ở độ cao h, gia tốc trọng trường

$$g_h = g_0 \left(\frac{R_đ}{R_đ + h}\right)^2$$

($R_đ$ là bán kính Trái đất, h là độ cao của vật (con lắc) so với mặt đất, $R_đ = 6400km$, g_0 là gia tốc trọng trường ở mặt đất).

Ở độ sâu d so với mặt đất $g_đ = g_0 \left(\frac{R_đ}{R_đ - d}\right)^2$.

Chu kì của con lắc đơn phụ thuộc vào nhiệt độ:

$$l = l_0(1 + \lambda t^0)$$

(λ là hệ số nở dài của dây treo con lắc, l_0 là độ dài ở 0°C, còn l là độ dài ở nhiệt độ t°C).

5. Nếu ngoài lực căng $\vec{T}$ của dây treo và trọng lực $\vec{P}$ của vật, con lắc còn chịu thêm tác dụng của ngoại lực $\vec{F}$ không đổi (lực điện....) thì coi như con lắc chịu tác dụng của trọng lực "hiệu dụng" $\vec{P}_h = \vec{P} + \vec{F}$ (ngoài lực căng $\vec{T}$).

Gia tốc $\vec{g}_h = \frac{\vec{P}_h}{m}$ gọi là gia tốc "hiệu dụng":

$\vec{g}_h = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$. Khi đó chu kì dao động của con lắc là:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_h}}.$$

B. CÁC BÀI TẬP CƠ BẢN

B1. Bài tập dạng 1. *Xác định chu kì (hoặc độ dài) của con lắc đơn và sự phụ thuộc của chu kì con lắc vào độ cao và nhiệt độ.*

I. Ví dụ

Con lắc của một chiếc đồng hồ quả lắc được coi như một con lắc đơn có chu kì dao động là 2 giây ở nhiệt độ 0°C và tại nơi có $g = 9{,}81 m/s^2$.

a) Tính chiều dài của thanh treo quả lắc.

b) Thanh treo quả lắc làm bằng kim loại có hệ số nở dài $\lambda = 1{,}80.10^{-5}K^{-1}$. Hỏi nhiệt độ tăng lên đến 20°C thì đồng hồ đó chạy nhanh lên hay chậm đi? Trong một tuần lễ nó chạy nhanh hay chậm bao nhiêu?

c) Đưa đồng hồ lên cao 1 km, tại đó nhiệt độ là 0°C thì nó chạy nhanh lên hay chậm đi? Trong một ngày nó chạy nhanh chậm bao nhiêu.

Giải

a) Áp dụng công thức tính chu kì

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_o}{g}} \qquad (1)$$

ta được $$l_0 = \frac{T^2}{4\pi^2} = 0.994 \text{ m.}$$

b) Gọi T' là chu kì con lắc ở 20°C và áp dụng công thức về sự dãn nở dài $l = l_0(1 + \lambda t^0)$ ta có

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \sqrt{\frac{l_0(1 + \lambda t^0)}{g}}. \qquad (2)$$

Từ đó

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{1 + \lambda t^o} \approx 1 + \frac{\lambda t^o}{2} \approx 1 + 10\lambda$$

18

(Sử dụng công thức tính gần đúng $\sqrt{1 + x} = 1 + \frac{x}{2}$ khi $x << 1$), suy ra $T' > T$: đồng hồ chạy chậm đi.

Số lần dao động n mà bây giờ con lắc thực hiện được trong 1 ngày là (1 ngày = 24.3600 = 86400s).

$$n = \frac{86400}{T'} = \frac{86400}{T(1 + 10\lambda)} = \frac{86400}{T}(1 - 10\lambda)$$

(vì với $x << 1$ thì $\frac{1}{1 + x} \approx 1 - x$).

Nhưng cứ sau một dao động (sau một chu kì T') kim đồng hồ của con lắc vẫn chỉ thời gian biểu kiến là T = 2s, vậy sau n lần dao động (sau 1 ngày) đồng hồ chỉ một thời gian biểu kiến là

$$\tau = nT = \frac{86400}{T}(1 - 10\lambda) . T = 86400(1 - 10\lambda)$$

nghĩa là đồng hồ ở nhiệt độ $t = 20^oC$ mỗi ngày chậm là $\theta = 86400 - \tau = 86400 . 10\lambda$, và trong một tuần lễ đồng hồ chạy chậm

$$7\theta = 86400 . 10\lambda . 7 \approx 109s.$$

c) Gọi T là chu kì con lắc ở độ cao h = 1km,

ta có $$T'' = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g_h}} \text{ với } g_h = g_0\left(\frac{R_đ}{R_đ + h}\right)^2 \qquad 3)$$

Ở đây $g_0 = g = 9{,}81 \text{ m/s}^2$, $R_đ = 6400$ km.

Từ (1) và (2) ta được

$$\frac{T''}{T} = \sqrt{\frac{g}{g_h}} = \frac{R_đ + h}{R_đ} = 1 + \frac{h}{R_đ}$$

Nghĩa là $T'' > T$: ở trên cao đồng hồ đã chạy chậm đi.

Lập luận tương tự như trên, ta tìm được số lần dao động n' mà con lắc ở trên cao đã thực hiện được trong 1 ngày là:

$$n' = \frac{86400}{T''} \approx 86400\left(1 - \frac{h}{R_đ}\right)$$

và mỗi ngày đồng hồ chạy chậm

$$\theta = 86400 . \frac{h}{R_đ} \approx 13{,}5s$$

II. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. *Áp dụng công thức* $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, *khi biết chu kì dao động của con lắc , ta tính được chiều dài con lắc, và ngược lại,*

khi biết l ta tính được T. Cũng có trường hợp, nếu đo được T và l tại một nơi nào đó ta sẽ tính được giá trị của gia tốc trọng trường tại nơi đặt con lắc.

2. *Dựa vào công thức* $l = l_0(1 + \lambda t^0)$ *ta tính được chiều dài con lắc ở một nhiệt độ nhất định, từ đó tính được chu kì dao động T' của con lắc ở nhiệt độ đó. Từ đó nếu T' > T thì chu kì dao động bây giờ lớn hơn trước, nghĩa là đồng hồ (quả lắc đồng hồ) chạy chậm đi. Còn nếu T' < T thì đồng hồ chạy nhanh lên.*

3. *Cũng như vậy, dựa vào công thức tính gia tốc trọng trường* g_h *ở độ cao h so với mặt đất (hoặc gia tốc trọng trường* g_d *ở độ sâu d so với mặt đất) ta tính được chu kì dao động T'' của con lắc ở độ cao h (hoặc ở độ sâu d). Từ đó sẽ thấy ở độ cao h T'' > T, nghĩa là ở độ cao h so với mặt đất đồng hồ chạy chậm lại (và, một cách tương tự, ở độ sâu d đồng hồ chạy nhanh hơn).*

4. *Để xác định xem đồng hồ chạy nhanh hay chạy chậm bao nhiêu trong một khoảng thời gian nhất định (trong 1 ngày, 1 tuần lễ, trong 1 tháng...), phải xác định số lần dao động n mà con lắc đã thực hiện trong khoảng thời gian* Δt *(bằng cách tính thương của n và T' (hoặc T''):* $n = \Delta t/T'$.

Và lưu ý rằng cứ sau một dao động (sau một chu kì T' (hoặc T'')) kim đồng hồ của con lắc vẫn chỉ thời gian biểu kiến là T = 2s, từ đó tìm được là: sau n lần dao động đó đồng hồ đã chỉ một thời gian biểu kiến bằng nT. Từ đó xác định được rằng trong khoảng thời gian Δt *đồng hồ đã chạy chậm (hoặc nhanh) là*

$$|\Delta t - nT| = \Delta t\left|1 - \frac{T}{T'}\right|.$$

4. *Khi giải các bài toán về con lắc đơn ta thường sử dụng các công thức gần đúng*

$$(1 \pm x)^n = 1 \pm nx,$$

$$\frac{1}{(1 \pm x)^n} \approx 1 \pm nx$$

khi $x << 1$.

5. *Khi tính toán bằng số cần chú ý đến đơn vị đo các đại lượng và phải đổi các dữ liệu cho trong đề về các đơn vị SI, trước khi thay chúng vào các công thức tính.*

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG

1. Hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là l_1, l_2 và có chu kì dao động T_1, T_2 tại một nơi có gia tốc trọng trường là $g = 9{,}81\ m/s^2$. Biết rằng cũng tại nơi đó, con lắc đơn có chiều dài $l_1 + l_2$ có chu kì dao động là 4,8s và con lắc đơn có chiều dài $l_1 - l_2$ ở chu kì dao động là 1,6s.

Hãy tính T_1, T_2, l_1 và l_2.

2. Con lắc của một đồng hồ quả lắc được coi như một con lắc đơn có chu kì 2s ở nhiệt độ 28°C trên mặt đất.

a) Nếu nhiệt độ tăng lên đến 32°C thì đồng hồ sẽ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu trong một ngày đêm? Biết thanh treo quả lắc làm bằng đồng hồ có hệ số nở dài $\lambda = 1{,}7 \,.\, 10^{-5}\,K^{-1}$,

b) Đưa đồng hồ lên cao 2 km so với mặt đất thì nó sẽ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu trong một ngày đêm? Giả sử nhiệt độ vẫn là 28°C. Biết gia tốc trọng trường ở mặt đất là $g_0 = 9{,}8\ m/s^2$.

c) Ở độ cao 2 km, nếu muốn cho con lắc đồng hồ vẫn có chu kì 2s thì nhiệt độ con lắc phải là bao nhiêu?

3. Hai con lắc đơn L_1 và L_2 có độ dài l_1 và l_2, hiệu số độ dài của chúng bằng 9cm. Cho hai con lắc đó dao động, người ta thấy trong cùng một khoảng thời gian con lắc L_1 thực hiện được 8 dao động, còn con lắc L_2 thực hiện được 10 dao động.

a) Tìm độ dài của mỗi con lắc.

b) Người ta dùng con lắc L_2 làm quả lắc đồng hồ, khi đó đồng hồ chạy đúng ở nhiệt độ 28°C trên mặt đất. Đem con lắc đó lên độ cao 5km và ở đó nhiệt độ bằng 18°C. Hỏi vị trí đó đồng hồ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu trong một ngày đêm, cho biết hệ số nở dài của thanh treo con lắc là $\lambda = 6 \,.\, 10^5\,K^{-1}$.

4. Một con lắc đồng hồ chạy đúng trên mặt đất với chu kì dao động bằng 2s.

a) Đưa đồng hồ xuống giếng sâu 100m thì trong một ngày đêm đồng hồ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu?

b) Khi đưa đồng hồ lên cao, nó chạy chậm đi 2,16s mỗi ngày đêm, tính độ cao của đồng hồ so với mặt đất.

5. Một đồng hồ quả lắc chỉ giờ đúng ở mức mặt biển và ở nhiệt độ 18°C. Thanh treo con lắc có hệ số nở dài $\lambda = 2 \,.\, 10^{-5}\,K^{-1}$.

a) Khi nhiệt độ hạ xuống đến 8°C và cũng ở vị trí ở mức mặt biển thì đồng hồ chạy nhanh hay chậm? Mỗi ngày nhanh chậm bao nhiêu?

b) Khi đưa đồng hồ đó lên một đỉnh núi, tại đó nhiệt độ là 8°C thì đồng hồ vẫn chỉ giờ đúng. Giải thích hiện tượng và tính độ cao của đỉnh núi đó so với mức mặt biển.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. Áp dụng công thức $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ta được

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2}.$$

Theo đề bài $l_1 = \frac{gT_1^2}{4\pi^2}$, $l_2 = \frac{gT_2^2}{4\pi^2}$,

$$l_1 + l_2 = \frac{gT_3^2}{4\pi^2} \text{ và } l_1 - l_2 = \frac{gT_4^2}{4\pi^2}.$$

Từ đó suy ra $T_1^2 + T_2^2 = T_3^2 = (4{,}8)^2.$

$$T_1^2 - T_2^2 = T_4^2 = (1{,}6)^2$$

$\rightarrow$ $2T_1^2 = (4{,}8)^2 + (1{,}6)^2 \rightarrow T_1 = 1{,}6\sqrt{5} \approx 3{,}58\,s$

và $2T_2^2 = (4{,}8)^2 - (1{,}6)^2 \rightarrow T_2 = 3{,}2\,s.$

Độ dài của con lắc:

$$l_1 = \frac{gT_1^2}{4\pi^2} = 3{,}18\text{ m}, \qquad l_2 = \frac{gT_2^2}{4\pi^2} = 2{,}55\text{ m}.$$

2. a) Chu kì con lắc trên mặt đất ở nhiệt độ $t_1 = 28^oC$ và $t_2 = 32^oC$ tương ứng là

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}},$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

với $l_1 = l_0(1 + 28\lambda)$, $l_2 = l_0(1 + 32\lambda)$.

Từ đó $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \sqrt{\frac{l_0(1 + 32\lambda)}{l_0(1 + 28\lambda)}} = \sqrt{(1 + 32\lambda)(1 - 28\lambda)}$

$$\rightarrow \frac{T_2}{T_1} \approx \sqrt{1 + 4\lambda} = 1 + 2\lambda \rightarrow T_2 > T_1:$$

Chu kì dao động tăng, con lắc dao động chậm hơn nên đồng hồ chạy chậm đi. Số lần dao động n mà bây giờ con lắc thực hiện trong một ngày đêm (86400s) là

$$n = \frac{68400}{T_2} = \frac{86400}{T_1(1 + 2\lambda)} = \frac{86400}{T_1}(1 - 2\lambda).$$

Nhưng cứ sau một dao động (sau một chu kì T_2) kim đồng hồ của con lắc vẫn chỉ thời gian biểu kiến $T_1 = 2s$.

Vậy sau 1 ngày đêm đồng hồ chỉ một thời gian biểu kiến

$$\tau = nT_1 = 86400(1 - 2\lambda)$$

và ở nhiệt độ $T_2 = 32^oC$, sau một ngày đêm đồng hồ chạy chậm.

$$\theta = 86400 - \tau = 86400 \, . \, 2\lambda \approx 2{,}9\text{ s}.$$

b) Ở độ cao h = 2km, chu kì dao động

$T_h = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g_h}}$, từ đó $\frac{T_h}{T_1} = \sqrt{\frac{g}{g_h}} = \frac{R_{\text{đ}} + h}{R_{\text{đ}}} = 1 + \frac{h}{R_{\text{đ}}}$

→ $T_h > T_1$: Đồng hồ chạy chậm. Lập luận tương tự cho thấy trong một ngày đêm đồng hồ chạy chậm

$$\theta' = 86400 \cdot \frac{h}{R_{\text{đ}}} = 86400 \cdot \frac{2}{6400} \approx 27\text{s}.$$

c) Ở độ cao 2km, muốn cho chu kì $T'_h = 2\text{s}$ (đồng hồ vẫn chạy đúng) thì nhiệt độ con lắc phải là t_3 sao cho $2\pi\sqrt{\frac{l_3}{g_h}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$.

Từ đó

$$\frac{l_3}{g_h} = \frac{l_1}{g} \rightarrow \left(\frac{R_{\text{đ}} + h}{R_{\text{đ}}}\right)^2 (1 + \lambda t_3) = 1 + 28\lambda$$

$$\rightarrow \left(1 + \frac{h}{R_{\text{đ}}}\right)^2 (1 + \lambda t_3) = 1 + 28\lambda \approx \left(1 + \frac{2h}{R_{\text{đ}}}\right)(1 + \lambda t_3) \approx$$

$$1 + \frac{2h}{R_{\text{đ}}} + \lambda t_3 \rightarrow t_3 = 28 - \frac{2h}{\lambda R_{\text{đ}}} \approx 24{,}3^{\circ}\text{C}.$$

3. a) Gọi Δt là khoảng thời gian L_1 thực hiện được 8 dao động, còn L_2 thực hiện được 10 dao động:

$$t = 8T_1 = 10\,T_2 \rightarrow 8 \cdot 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 10 \cdot 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

→ $16l_1 = 25l_2$. Theo đề bài $l_1 - l_2 = 9\text{cm}$,

suy ra $l_1 = 25\text{cm}$; $l_2 = 16\text{ cm}$.

b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1 + 28\lambda)}{g}}$; $T_h = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1 + 18\lambda)}{g_h}}$

$$\rightarrow \frac{T_1}{T} = \sqrt{\frac{(1 + 18\lambda)\,g}{(1 + 28\lambda)\,g_h}} \approx \sqrt{(1 - 10\lambda)\left(1 + \frac{2h}{R_{\text{đ}}}\right)}$$

$$\approx (1 - 5\lambda)\left(1 + \frac{h}{R_đ}\right) \approx 1 - 5\lambda + \frac{h}{R_đ}$$

Thay số $\frac{T_h}{h} \approx 1 + \frac{3,08}{6400} \rightarrow T_h > T$: đồng hồ chạy chậm đi. Lập luận tương tự như ở ví dụ 2, suy ra: Trong một ngày đêm đồng hồ chạy chậm

$$\theta \approx 86400 . \frac{3,08}{6400} \approx 41,6s.$$

4. a) Nhanh 1,35 s.

b) h = 160 m.

Hướng dẫn:

a) Giải như ví dụ 2, và áp dụng công thức

$$g_đ = g_0 \left(\frac{R_đ}{R_đ - đ}\right)^2 .$$

5. a) $T' = T(1 - 5\lambda) \rightarrow T' > T$: đồng hồ chạy nhanh lên. Mỗi ngày chạy nhanh

$$\theta = 86400 . 5\lambda \approx 8,6s.$$

b) Khi đưa đồng hồ lên cao, đồng hồ lại chạy chậm đi.

$$\left(\frac{T''}{T'} = 1 + \frac{h}{R_đ} \rightarrow T'' > T'\right).$$

Từ điều kiện T'' = T suy ra $\frac{h}{R_đ} = 5\lambda$

→ h = 640 m.

B2. Bài tập dạng 2. *Xác định chu kì dao động của một con lắc bằng phương pháp trùng phùng*

I. VÍ DỤ. Cho một con lắc đơn, có chu kì T chưa biết, dao động trước mặt một con lắc đồng hồ có chu kì T_0 = 2s. Con lắc đơn dao động chậm hơn con lắc đồng hồ một chút nên có những lần hai con lắc chuyển động cùng chiều và trùng với nhau tại vị trí cân bằng của chúng (gọi là những lần trùng phùng). Quan sát cho thấy khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp bằng 7 phút 30 giây. Hãy tính chu kì T của con lắc đơn và độ dài của con lắc đơn. Cho biết $g = 9{,}80\ m/s^2$.

Giải: Vì con lắc đơn giao động chậm hơn con lắc đồng hồ (nghĩa là trong cùng một khoảng thời gian số dao động của nó nhỏ hơn số dao động của con lắc đồng hồ), cho nên, trong khoảng thời gian $\theta = 7$ phút 30 giây = 450 giây nếu con lắc đơn thực hiện được n dao động thì con lắc đồng hồ thực hiện được (n + 1) dao động. Ta có

$$\theta = nT = (n + 1)\,T_0.$$

$$n = \frac{\theta}{T} = \frac{\theta}{T_0} - 1$$

hay $$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{\theta}.$$

Suy ra $$T = \frac{\theta T_0}{\theta - T_0} = \frac{2 \cdot 450}{448} \approx 2{,}009\ s.$$

Từ công thức $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ tìm được độ dài con lắc đơn.

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \approx 1{,}00\ m.$$

II. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Đây là loại bài tập về phương pháp trùng phùng, nhờ đó có thể đo được chu kì dao động của con lắc và độ dài con lắc (hoặc gia tốc trọng trường). Nội dung của bài toán là: Cho hai con lắc (một con lắc có chu kì T_0 đã biết và một con lắc có chu kì T cần xác định) dao động trong hai mặt phẳng thẳng đứng, song song, trước mặt người quan sát. Chúng được bố trí sao cho người quan sát ghi được những lần chúng đi qua vị trí cân bằng cùng một *lúc và cùng chiều (những lần trùng phùng). Gọi θ là khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp.*

Nếu $T < T_0$ thì con lắc có chu kì T cần xác định sẽ thực hiện được nhiều lần dao động hơn con lắc có chu kì T_0 một đơn vị, và ta có $\theta = nT_0 = (n + 1)T$. (1)

Ngược lại, nếu chu kì $T > T_0$, ta lại có

$\theta = (n + 1)T_0 = nT$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} + \frac{1}{\theta} \tag{3}$$

và

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{\theta} \tag{4}$$

Từ đó ta xác định được T (theo T_0 và θ), và, áp dụng công thức $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ ta sẽ xác định được độ dài l (khi biết g) hoặc gia tốc trọng trường g (khi biết l).

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

1. Cho một con lắc đồng hồ có chu kì $T_0 = 2s$ và một con lắc đơn dài 1m có chu kì T chưa biết. Con lắc đơn dao động nhanh hơn con lắc đồng hồ một chút. Dùng phương pháp trùng phùng người ta ghi được khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp bằng 8 phút 20 giây. Hãy tính chu kì T của con lắc đơn và gia tốc trọng trường tại nơi quan sát.

3. Cho một con lắc đơn dao động trước mặt một con lắc của đồng hồ gõ giây (có chu kì dao động là 2s).

Con lắc đơn dao động chậm hơn con lắc đồng hồ một chút nên có những lần hai con lắc đó chuyển động cùng chiều và đi qua vị trí cân bằng cùng một lúc (gọi là những lần trùng phùng). Quan sát cho thấy hai lần trùng phùng kế tiếp cách nhau 9 phút 30 giây.

a) Tính chu kì dao động của con lắc đơn.

b) Biết độ dài của con lắc đơn là 1m, hãy xác định gia tốc rơi tự do g.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. Ta có $\theta = nT_0 = (n+1)T$ với $\theta = 500$ s.

Suy ra $$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} + \frac{1}{\theta}$$

hay $$T = \frac{\theta T_0}{\theta + t_0} = \frac{500 \cdot 2}{500 + 2} = 1{,}992\text{s}.$$

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \approx 9{,}939 \text{ m/s}^2$$

2. a) Ta có $\theta = nT = (n+1)T_0$ với $\theta = 590$s, $T_0 = 2$s.

Suy ra $$T = \frac{\theta T_0}{\theta - T_0} = \frac{590}{588} \approx 2{,}0068\text{s}.$$

b) $$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = 9{,}791 \text{ m/s}^2.$$

B3. Bài tập dạng 3. *Xác định chu kì dao động của con lắc đơn chịu tác dụng của ngoại lực (ngoài trọng lực).*

I. VÍ DỤ:

Một con lắc đơn gồm một quả cầu nhỏ có khối lượng m = 100g mang điện tích $q = +10^{-5}$C, được treo bằng một sợi dây có độ dài l. Đặt con lắc vào trong một điện trường đều mà véctơ cường độ điện trường $\vec{E}$ hướng thẳng đứng lên trên và có độ lớn E = 100 V/cm. Hãy xác định chu kì dao động của con lắc, biết rằng gia tốc trọng trường $g = 9{,}80$ m/s^2 và khi không có điện trường thì chu kì dao động của con lắc bằng 1,4s.

Giải: (Con lắc dao động trong trọng trường và điện trường; trường tổng hợp này có tính chất hoàn toàn giống như trọng trường nên được gọi là "trọng trường hiệu dụng" và ta có thể coi con lắc chịu tác dụng của "trọng lực hiệu dụng";

$\vec{P'} = \vec{P} + \vec{F}$, với $F = qE$. Gọi $\vec{g'}$ là gia tốc của trọng trường hiệu dụng (gọi tắt là "gia tốc hiệu dụng"),

$$\text{ta có } \vec{g'} = \frac{\vec{P'}}{m} = \frac{\vec{P} + \vec{F}}{m} \text{ hay } \vec{g'} = \vec{g} + \frac{q\vec{E}}{m} \qquad (1)$$

Chọn trục xx' hướng thẳng đứng xuống dưới và chiếu đẳng thức véctơ (1) xuống trục xx' ta được.

$$g' = g - \frac{qE}{m}.$$

Do đó chu kì dao động T' của con lắc bây giờ bằng

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}.$$

Biết $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, ta có

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{g}{g - \frac{qE}{m}}},$$

Thay số ta được $\frac{qE}{m} = 1\ \text{m/s}^2$ (lưu ý $E = 100$ V/cm $= 10^4$ V/m),

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{9,8}{9,8 - 1}} \approx 1,06,$$

hay $T' = 1,06T \approx 1,48\text{s}.$

II. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. *Nếu ngoài lực căng $\vec{T}$ và trọng lực $\vec{P}$ con lắc còn chịu thêm tác dụng của một ngoại lực $\vec{F}$ không đổi thì coi như con lắc chịu tác dụng của "trọng lực hiệu dụng" $\vec{P'} = \vec{P} + \vec{F}$. Gọi*

$\vec{g}'$ là gia tốc của "trọng trường hiệu dụng" (gọi tắt là "gia tốc hiệu dụng"). Ta có:

$$\vec{g}' = \frac{\vec{P}'}{m} = \frac{\vec{P} + \vec{F}}{m} \rightarrow \vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}.$$

Như vậy khi có thêm ngoại lực không đổi tác dụng chu kì dao động của con lắc được xác định bằng công thức:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}.$$

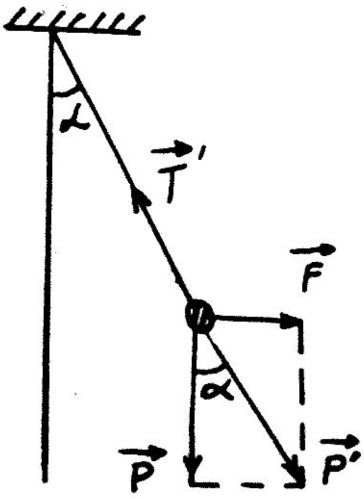
2. Nếu ngoại lực $\vec{F}$ hướng thẳng đứng lên trên ta có:

$$P' = P - F \rightarrow g' = g - \frac{F}{m} < g \text{ và } T' > T.$$

Nếu F hướng thẳng đứng xuống dưới.

$$P' = P + F \rightarrow g' = g + \frac{F}{m} > g \text{ và } T' < T.$$

Còn nếu $\vec{F}$ có phương nằm ngang thì ở vị trí cân bằng dây treo của con lắc lệch với phương thẳng đứng một góc α. Trọng lực hiệu dụng:



$$P'' = \sqrt{P^2 + F^2}.$$

Suy ra:

$$g' = \frac{P'}{m} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2}.$$

Góc lệch α được xác định bởi $tg\alpha = \frac{F}{P}$.

Nếu $\vec{F}$ có phương bất kì thì ở vị trí cân bằng dây treo của con lắc lệch theo phương của hợp lực $\vec{F}$ và $\vec{P}$. Biết phương của lực $\vec{F}$ (biết góc giữa $\vec{F}$ và $\vec{g}$), dựa vào hệ thức lượng trong tam giác tạo bởi $\vec{F}$ và $\vec{P}$, ta sẽ tìm được P' và góc giữa $\vec{P}'$, và $\vec{P}$, từ đó suy ra g' và vị trí cân bằng mới của con lắc, do đó tính được chu kì T'.

3. Các ngoại lực $\vec{F}$ thường gặp là:

a) Lực điện trường: $\vec{F} = q\vec{E}$, trong đó $\vec{E}$ được cho biết trong đề bài (cả độ lớn và hướng), hoặc tính từ công thức $E = \frac{U}{d}$ trong trường hợp điện trường trong khoảng không gian giữa hai bản tụ điện.

b) Lực đẩy Acsimet: $F_A = DVg$

c) Lực từ.

d) Lực quán tính: Khi con lắc treo trong một hệ chuyển động với gia tốc $\vec{a}$, nó chịu tác dụng của lực $\vec{F} = -m\vec{a}$, có hướng ngược với $\vec{a}$ và có cường độ ma.

4. Chú ý quy đổi về hệ đơn vị SI và các đại lượng cho trong đề.

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

1. Một con lắc đơn gồm một quả cầu nhỏ bằng kim loại có khối lượng m = 40g được treo vào một sợi dây dài 1,2m, tại nơi mà $g = 9{,}8\ m/s^2$.

a) Tính chu kì dao động của con lắc.

b) Tích điện cho quả cầu một điện tích $q = +10^4C$ rồi cho nó dao động trong điện trường đều có cường độ E = 10V/cm. Hãy xác định vị trí cân bằng và chu kì dao động của con lắc trong hai trường hợp: véctơ $\vec{E}$ hướng thẳng đứng xuống dưới, véctơ $\vec{E}$ hướng nằm ngang.

2. Một con lắc đơn có chu kì dao động T = 1,5s tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 9{,}80\ m/s^2$. Treo con lắc vào trần một thang máy. Hãy tính chu kì của con lắc trong các trường hợp:

a) Thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc $0{,}6\ m/s^2$.

b) Thang máy đi lên chậm dần đều với gia tốc $0{,}6 m/s^2$.

c) Thang máy chuyển động đều.

3. Một con lắc đơn có chu kì dao động T = 2s tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 10 m/s^2$. Treo con lắc vào trần một thang máy.

a) Tìm chu kì dao động của con lắc trong trường hợp thang máy đi lên: nhanh dần đều với gia tốc a = 0,2m/s^2, chậm dần đều với a = 0,2m/s^2, đều.

b) Hỏi như câu 1 trong trường hợp thang máy đi xuống.

c) Để cho chu kì dao động của con lắc giảm 2% so với lúc thang máy đứng yên thì thang máy phải chuyển động với gia tốc bằng bao nhiêu. Hãy nói rõ tính chất chuyển động của thang máy khi đó.

4. Một con lắc đơn gồm một quả cầu nhỏ bằng sắt có khối lượng 50g được treo bằng một sợi dây dài 25 cm tại nơi mà g = 9,81 m/s^2.

a) Tính chu kì dao động của con lắc.

b) Tích điện cho quả cầu một điện tích q = – 5.10^{-5}C rồi cho nó dao động trong một điện trường đều có phương thẳng đứng thì thấy chu kì dao động của con lắc bây giờ là 0,75s. Hãy xác định chiều và độ lớn của cường độ điện trường $\vec{E}$.

c) Nếu đổi chiều của $\vec{E}$ thì chu kì dao động của con lắc là bao nhiêu.

5. Một con lắc đơn, gồm một quả cầu bằng kim loại có thể tích 2cm^3, có khối lượng riêng 4.10^3 kg/m^3, dao động trong không khí với chu kì 1,5s.

a) Đặt dưới con lắc một nam châm có từ trường đều, theo phương thẳng đứng. Biết lực hút của nam châm tác dụng lên quả cầu bằng 0,018N. Tính chu kì dao động của con lắc.

b) Cho con lắc dao động trong một chất khí có khối lượng riêng 3g/lít, tính chu kì dao động của con lắc.

Lấy g = 10m/s^2.

6. Một con lắc đơn có chiều dài 1,73m dao động trên một chiếc xe đang lăn không ma sát xuống một cái dốc nghiêng một góc 30° so với phương ngang.

a) Xác định gia tốc của xe và vị trí cân bằng của con lắc.

b) Tính chu kì dao động của con lắc.

Lấy g = 10 m/s^2.

7. Một con lắc đơn có chiều dài 1m được treo vào trần của một chiếc xe chạy nhanh dần đều với gia tốc a, khi đó ở vị trí cân bằng ta thấy dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc 60°. Hãy tính a và chu kì dao động của con lắc khi đó. Lấy $g = 10m/s^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 6{,}28\sqrt{\frac{1{,}2}{9{,}8}} \approx 2{,}2s.$

b) $E = 10V/cm = 1000\ v/m,$

$$\frac{qE}{m} = \frac{10^{-4}.10^3}{0{,}04} = 2{,}4\ m/s^2.$$

Trường hợp 1. Con lắc có vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng và có chu kì

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \frac{qE}{m}}} = 6{,}28\sqrt{\frac{1{,}2}{9{,}8 + 2{,}5}} \approx 1{,}96\ s$$

Trường hợp 2: Ở vị trí cân bằng dây treo con lắc có phương nghiêng một góc α so với phương thẳng đứng, với

$$tg\alpha = \frac{F}{P} = \frac{10^{-4}.10^3}{0{,}04.9{,}8} \approx 0{,}255.$$

Chu kì của con lắc là

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$$

với $$g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2} \approx 10{,}14;$$

suy ra $T_2 \approx 2{,}16\ s.$

2. Chu kì dao động của con lắc phụ thuộc vào gia tốc rơi tự do của các vật đối với hệ quy chiếu gắn với điểm treo con lắc. Vì con lắc treo trong thang máy chuyển động với gia tốc $\vec{a}$ nên con lắc chịu tác dụng thêm một ngoại lực $\vec{F} = -m\vec{a}$, do đó con lắc chịu tác dụng của trọng lực hiệu dụng" $\vec{P'} = \vec{P} + \vec{F} = m\vec{g} + (-m\vec{a})$.

Gia tốc hiệu dụng bằng $\vec{g'} = \dfrac{\vec{P'}}{m} = \vec{g} - \vec{a}$ (1)

(Cũng có thể tìm được công thức (1) bằng cách lập luận như sau: gọi vật rơi tự do là 1, thang máy và vật 2, còn mặt đất là vật 3, ta có $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$ (2). Lấy đạo hàm (2) theo thời gian, ta có $\vec{a}_{13} = \vec{a}_{12} + \vec{a}_{23}$ hay $\vec{g} = \vec{g'} + \vec{a}$; từ đó suy ra (1)).

a) Chọn trục x'x hướng thẳng đứng xuống dưới và chiếu (1) lên x'x ta được

$$g' = g - (-a) = g + a.$$

Chu kì con lắc bây giờ là

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}.$$

Do đó $\dfrac{T'}{T} = \sqrt{\dfrac{g}{g+a}} \approx 0{,}97,$

và $T' = 0{,}97T \approx 1{,}46s.$

b) Chiếu (1) lên x'x, bây giờ ta có

$$g' = g - (+a) = g - a.$$

Suy ra $T'' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g-a}}$

và $\dfrac{T'}{T} = \sqrt{\dfrac{g}{g-a}} \approx 1{,}03 \rightarrow T' = 1{,}03T \approx 1{,}55s.$

c) Vì a = 0, nên $g' = g \rightarrow T''' = T = 1{,}5$ s.

3. a) Thang máy đi lên nhanh dần đều:

$g' = g + a$

$$\rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}} \rightarrow \frac{T_1}{T} = \sqrt{\frac{g}{g+a}}$$

Vì a << g nên $T_1 \approx T\left(1 - \dfrac{a}{2g}\right) \approx 1{,}98$.

– Thang máy đi lên chậm dần đều:

$g' = g - a$. Tương tự suy ra $T_2 = T\left(1 + \dfrac{a}{2g}\right) = 2{,}02s$.

– Thang máy đi lên đều $T_3 = T = 2s$.

b) Thang máy đi xuống:

– Nhanh dần đều: $T'_1 = 2{,}02s$

– Chậm dần đều: $T'_2 = 1{,}98s$

– Đều: $T'_3 = T = 2s$

c) Giả sử thang máy đang chuyển động với gia tốc a' độ lớn) thì chu kì là T' giảm 2% so với chu kì T (lúc thang máy đứng yên). Ta có

$T' = T - \dfrac{2}{100}T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g'}}$. Từ đó

$\dfrac{T'}{T} = 1 - \dfrac{2}{100} = \sqrt{\dfrac{g}{g'}} < 1 \rightarrow g' > g$. Do đó, ta có

$g' = g + a$. Suy ra $1 - \dfrac{2}{100} = \sqrt{\dfrac{g}{g+a}} \approx 1 - \dfrac{a}{2g} \rightarrow$

$$a = \frac{4g}{100} = 0{,}4ms^2.$$

Vì $g' = g + a$ và $\vec{g'} = \vec{g} + \vec{a}$, nên có thể suy rằng: Do thang máy có gia tốc $a' = -a$, nên (vì $\vec{a}$ có cùng hướng với $\vec{g}$) gia tốc của thang máy có hướng ngược với $\vec{g}$. Như vậy có thể kết luận rằng:

– Nếu thang máy đi lên thì nó phải đi lên nhanh dần đều.

– Còn nếu thang máy đi xuống thì nó phải đi xuống chậm dần đều.

4. a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \approx 1s$.

b) Vì $T' = 0{,}75$ s < T nên cường độ điện trường $\vec{E}$ hướng thẳng đứng lên trên. Từ

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g - \frac{qE}{m}}}$$ suy ra E 7630 V/m

(chú ý rằng $q < 0$).

c) Bây giờ $\frac{T''}{T} = \sqrt{\frac{g}{g + \frac{qE}{m}}} \rightarrow T'' \approx 2{,}21$ s.

5. a Trong không khí

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Khi có lực hút của nam châm $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}}$ với $g_1 = g + \frac{F}{m}$.

Suy ra $\frac{T_1}{T} = \sqrt{\frac{g}{g_1}}$.

Thay số ta được $g_1 = 12{,}25$ m/s^2 và

$$\frac{T_1}{T} \approx 0{,}816 \rightarrow T_1 \approx 1{,}22 \text{ s.}$$

b) Trong chất khí $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_2}} \rightarrow$

$\frac{T_2}{T} = \sqrt{\frac{g}{g_2}}$ với $g_2 = g - \frac{F}{m} = g - \frac{VDg}{m}$.

Thay số $\frac{VDg}{m} = \frac{0{,}03}{8}$ m/s^2,

$$\frac{T_2}{T} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{0{,}03}{8}}} \approx 1 + \frac{0{,}003}{16} \rightarrow T_2 \approx 1{,}5003 \text{ s.}$$

6. Xe chịu tác dụng của trọng lực và phản lực. Chiếu các lực tác dụng lên phương của dốc và áp dụng định luật II Niutơn suy ra

$$a = g\sin\alpha = 5\ m/s^2.$$

Ngoài lực căng $\vec{T}$ của dây treo và trọng lực $\vec{P}$, con lắc còn chịu tác dụng của lực quán tính $\vec{F} = -m\vec{a}$. Vị trí cân bằng của con lắc ứng với hợp ba lực đó bằng không.

Suy ra: Ở vị trí cân bằng dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc 30°.

b) Gia tốc hiệu dụng $\vec{g'} = \vec{g} + \dfrac{\vec{F}}{m} = \vec{g} - \vec{a}$.

Suy ra $g' = g\cos\alpha$ và $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g\cos\alpha}} \approx 2{,}81s$.

7. Ngoài lực căng của sợi dây và trọng lực, con lắc còn chịu tác dụng lực $\vec{F} = -m\vec{a}$. Ở vị trí cân bằng của con lắc hợp 3 lực đó bằng không.

Suy ra $ma = mg\mathrm{tg}\alpha \rightarrow a = g\mathrm{tg}\alpha \approx 17{,}3\ m/s^2$.

Gia tốc hiệu dụng $\vec{g'} = \vec{g} + \dfrac{\vec{F}}{m} = \vec{g} - \vec{a}$,

suy ra $g' = \dfrac{g}{\cos\alpha} = 2g$

và $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g'}} \approx 1{,}40\ s.$

B4. Bài tập dạng 4. *Dựa vào sự biến đổi năng lượng của con lắc để xác định vận tốc của con lắc và lực căng của dây treo*

I. VÍ DỤ: Một con lắc đơn gồm một quả cầu có khối lượng 200g treo vào một sợi dây không giãn dài 1m.

Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha_0 = 45°$ rồi buông ra không có vận tốc đầu.

a) Tính vận tốc của quả cầu và lực căng T của dây treo khi góc lệch của con lắc (li độ góc) bằng α. Vận tốc của quả cầu đạt giá trị cực đại tại vị trí nào của con lắc? Hãy tính vận tốc cực đại đó. Lực căng T đạt giá trị cực đại tại vị trí nào? Tính lực căng cực đại.

b) Bây giờ người ta đóng một cái đinh nằm ngang tại một điểm ở dưới điểm treo trên phương thẳng đứng và cách điểm treo một đoạn bằng 40cm, để cho dây treo va vào đấy. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha_0 = 45°$ như trên. Hãy mô tả chuyển động của con lắc khi đó và tính góc lệch cực đại của con lắc khi dây treo va vào đinh.

Bỏ qua mọi ma sát và lấy $g = 9,80\ m/s^2$.

Giải: a) Theo định luật bảo toàn cơ năng thì khi quả cầu đi từ vị trí M_0 đến vị trí M thế năng của nó giảm đi bao nhiêu thì động năng của nó tăng lên đúng bấy nhiêu. Ta có:

$$mgh = \frac{mv^2}{2}$$

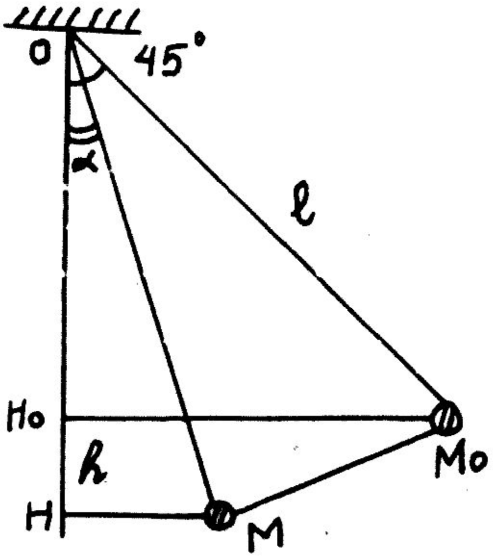
với $h = OH - OH_0 = l(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$

Từ đó suy ra:

$$v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}\ . \qquad (1)$$

Theo công thức (1) ta thấy vận tốc của quả cầu đạt giá trị cực đại khi $\alpha = 0$, tức là khi con lắc đi qua vị trí cân bằng. Khi đó ta có

$$v_{max} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_0)} \approx 1,61 m/s.$$



Quả cầu chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$ và lực căng $\vec{T}$. Phân tích $\vec{P}$ làm hai thành phần: $\vec{P}_1$ theo phương của dây và $\vec{P}_2$ vuông góc với dây. Vì quả cầu dao động trên một cung tròn nên hợp lực $\vec{T} + \vec{P}_1$ là lực truyền cho nó gia tốc hướng tâm, do đó ta có:

$$T - P\cos\alpha = m\frac{v^2}{l}$$

suy ra
$$T = mg\cos\alpha + \frac{mv^2}{l}\ .$$

Thay v từ (1) vào ta được:

$$T = 3mg\cos\alpha - 2mg\cos\alpha_0 = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0). \quad (2)$$

Từ công thức (2) ta thấy lực căng T đạt giá trị cực đại khi $\alpha = 0$ tức là khi con lắc đi qua vị trí cân bằng. Khi đó

$$T_{max} = mg(3 - 2\cos\alpha_0) \approx 3{,}12N.$$

b) Từ vị trí $\alpha_0 = 45^o$, con lắc đi xuống, tới vị trí cân bằng dây treo con lắc gặp đinh. Sau khi gặp đinh con lắc tiếp tục chuyển động lên cao. Trong chuyển động mới này con lắc có điểm treo tại đinh và dây treo bây giờ có độ dài $l' = 100 - 40 = 60cm$. Vì cơ năng của quả cầu được bảo toàn nên thế năng ở điểm bên trái bằng thế năng ở điểm bên phải, nghĩa là ta có

$$mgl(1 - \cos 45^o) = mgl'(1 - \cos\alpha_m).$$

hay
$$1\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0{,}6(1 - \cos\alpha_m)$$

Suy ra $\cos\alpha_m \approx 0{,}5$ hay $\alpha_m = 60^o$.

Vậy góc lệch cực đại mới của con lắc là $\alpha_m = 60^o$.

II. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Khi không có ma sát (đề bài nói rõ là bỏ qua ma sát) ta áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho chuyển động của quả cầu (cần lưu ý rằng, ở đây, ngoài trọng lực quả cầu còn chịu tác dụng của lực căng $\vec{T}$ của sợi dây, nhưng vì quả cầu chuyển động trên cung tròn nên công của lực căng bằng không).

2. Để tính thế năng của quả cầu, ta lấy mốc thế năng tại vị trí cân bằng của quả cầu (nghĩa là coi rằng tại vị trí đó thế năng của quả cầu bằng không). Khi đó thế năng của quả cầu khi li độ góc của con lắc là α sẽ bằng $W_t = mgl(1 - \cos\alpha)$.

3. Bằng cách dựa vào điều kiện: cơ năng tại một vị trí bất kì = động năng cực đại (tại vị trí cân bằng) = thế năng cực đại (tại vị trí ứng với li độ góc cực đại), ta sẽ tính được vận tốc của quả cầu (khi biết li độ góc α) hoặc li độ góc α (khi biết vận tốc góc của quả cầu).

4. Để tính lực căng T ta dựa vào lập luận: lực hướng tâm (vì quả cầu chuyển động tròn) = hợp lực tác dụng lên quả cầu dọc theo phương của sợi dây (là hợp lực của $\vec{T}$ và thành phần $\vec{P}_1$ của trọng lực $\vec{P}$ dọc theo dây). (Còn thành phần $\vec{P}_2$ của trọng lực vuông góc với dây treo thì có tác dụng gây nên chuyển động có gia tốc của quả cầu trên cung tròn, nó có tác dụng "kéo" con lắc trở về vị trí cân bằng).

5. Nếu có lực ma sát thì dao động của con lắc sẽ tắt dần (cơ năng của con lắc sẽ không còn được bảo toàn nữa).

6. Khi tính toán bằng số, cần chú ý quy đổi đơn vị các đại lượng cho trong đề về các đơn vị SI.

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

1. Một con lắc đơn gồm một quả cầu có khối lượng 100g treo vào một sợi dây không giãn dài 80cm.

a) Kéo con lắc ra khỏi vị trí cân bằng đến vị trí có li độ góc $\alpha_0 = 30^\circ$ rồi buông ra không có vận tốc đầu. Tính động năng và vận tốc của quả cầu khi con lắc qua vị trí cân bằng.

b) Khi tới vị trí cân bằng sợi dây treo đụng vào một cái đinh nằm dưới điểm treo con lắc trên phương thẳng đứng và cách điểm treo một đoạn bằng 40cm. Hãy mô tả chuyển động của con lắc ở hai bên vị trí cân bằng.

Tính tỉ số lực căng của dây treo cũng với hai vị trí biên ở hai bên vị trí cân bằng.

c) Tính chu kì của con lắc trong chuyển động nói trên khi biên độ góc nhỏ.

Bỏ qua ma sát và lấy $g = 9{,}80 \text{ m/s}^2$.

2. Một con lắc đơn gồm một quả cầu có khối lượng 40g (coi là chất điểm) treo vào một sợi dây không giãn dài 2m. Kéo con lắc lệch ra khỏi vị trí cân bằng một góc 30° rồi buông không có vận tốc đầu.

a) Tính vận tốc của quả cầu và lực căng của dây treo khi con lắc đi qua vị trí cân bằng.

b) Khi con lắc đi qua vị trí cân bằng thì dây treo bị đứt. Hỏi quả cầu chạm đất cách vị trí cân bằng bao xa (tính theo phương ngang), biết rằng vị trí cân bằng của quả cầu ở cách mặt đất 1m. Bỏ qua ma sát và lấy $g = 9{,}81 m/s^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. a) $E_đ = mgl(1 - \cos\alpha_0) \approx 0{,}106\ J$,

$$v = \sqrt{\frac{2E_đ}{m}} \approx 1{,}46\ m/s.$$

b) Con lắc dao động với hai biên độ góc khác nhau: một biên độ góc $\alpha_0 = 30^o$, còn một biên độ góc được tính như sau

$$mgl(1 - \cos\alpha_0) = mgl'(1 - \cos\alpha_1),$$

với $l' = 40\ cm = \frac{l}{2}$, suy ra $\cos\beta = 0{,}73$.

c) Lực căng ở hai biên độ góc đó là (tại đó vận tốc của quả cầu bằng không)

$$T_1 = mg\cos\alpha_0, \qquad T_2 = mg\cos\alpha_1.$$

Từ đó $\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha_1} = \dfrac{1}{2}$.

d) $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$; $\quad T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l'}{g}}$,

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} \approx 1{,}52\ s,$$

2. a) $\dfrac{mv^2}{2} = mgl(1 - \cos 30^o)$

suy ra $v = 2{,}30\ m/s$.

$$T - mg = \frac{mv^2}{l}$$

suy ra $T = m\left(g + \frac{v^2}{l}\right) \approx 0,496N$.

b) Khi dây treo bị đứt, quả cầu chuyển động dưới tác dụng của trọng lực với vận tốc ban đầu hướng theo phương ngang có độ lớn bằng v (vật được ném ngang).

Thời gian chạm đất $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 0,45s$

Quả cầu chạm đất cách vị trí cân bằng

$$s = vt \approx 1,03 \text{ m}.$$

IV. BÀI TẬP TỔNG HỢP VỀ CON LẮC ĐƠN

1. Một con lắc đơn, chiều dài dây treo $l = 0,4m$, khối lượng vật nặng $m = 200g$, vị trí cân bằng 0 cách mặt đất 0,45m. Bỏ qua ma sát, lấy $g = 10m/s^2$.

a) Kéo con lắc lệch 60° so với vị trí cân bằng rồi buông nhẹ. Tìm độ lớn vận tốc của vật lúc lực căng của dây bằng 4N.

b) Giả sử đúng lúc trên dây bị đứt. Tìm phương trình quỹ đạo của vật sau khi dây đứt. Tính khoảng cách từ điểm vật chạm đất đến phương thẳng đứng qua điểm treo.

(Trích ĐTTS Đại học Quốc gia TP Hồ Chí Minh đợt I năm 1996).

2. Một con lắc đơn gồm một quả cầu nhỏ có khối lượng m treo ở đầu một sợi dây mềm (không dãn, khối lượng không đáng kể) dài 1m, dao động với biên độ nhỏ.

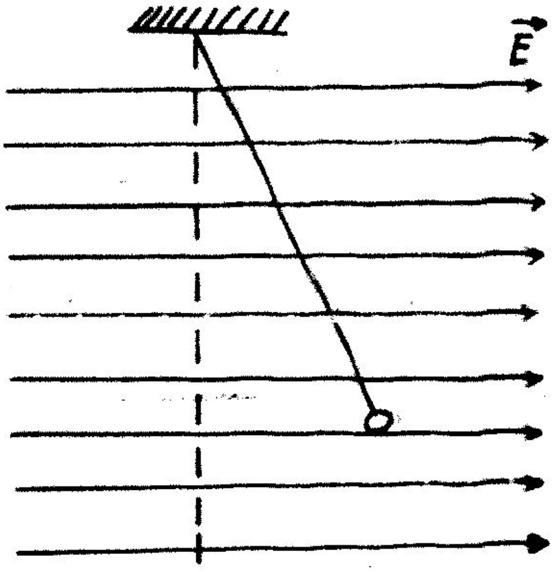
a) Xác định chu kì từ dao động của con lắc đơn đó.

b) Phía dưới điểm treo trên phương thẳng đứng có một chiếc đinh được đóng chắc vào điểm O' cách điểm treo O một đoạn OO' = 50cm, sao cho con lắc vấp phải đinh khi dao động. Xác định chu kì dao động của con lắc trong trường hợp này (coi $g = 9,8m/s^2$). Chu kì dao động của con lắc sẽ thay đổi thế nào khi chiều dài của nó tăng thêm 0,5m?

(Trích ĐTTS Đại học Kiến trúc Hà Nội năm 1996).

3. Một con lắc đơn có chu kì dao động bằng 2s ở nơi mà gia tốc trọng trường là $g = 9,8 m/s^2$ và ở 0°C. Dây treo con lắc có hệ số nở dài $\alpha = 4.10^{-5} K^{-1}$. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản của môi trường.

1. Tính chiều dài l_0 của con lắc ở 0°C và chu kì dao động của nó ở 20°C.



2. Để con lắc ở 20°C có chu kì vẫn là 2s, người ta truyền cho quả cầu của con lắc một điện tích $q = 2.10^{-9}C$ rồi đặt nó trong một điện trường đều có cường độ E nhỏ, có các đường sức nằm ngang và song song với mặt phẳng dao động của con lắc. Biết khối lượng của con lắc m = 1g, hãy tính cường độ điện trường và góc giữa phương thẳng đứng và phương của dây treo con lắc khi nó đứng cân bằng.

(Trích ĐTTS Học viện Quân y Hà Nội năm 1996).

4. Một con lắc đơn gồm một quả cầu khối lượng m được treo vào một sợi dây dài l = 1m tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,8 m/s^2$. Bỏ qua sức cản của không khí và ma sát ở điểm treo.

1. Tính chu kì của con lắc khi nó dao động với biên độ nhỏ.

2. Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc $\alpha = 45°$ rồi thả không vận tốc ban đầu. Tính:

a) Vận tốc cực đại của quả cầu.

b) Vận tốc của quả cầu khi con lắc lệch một góc $\beta = 30'$.

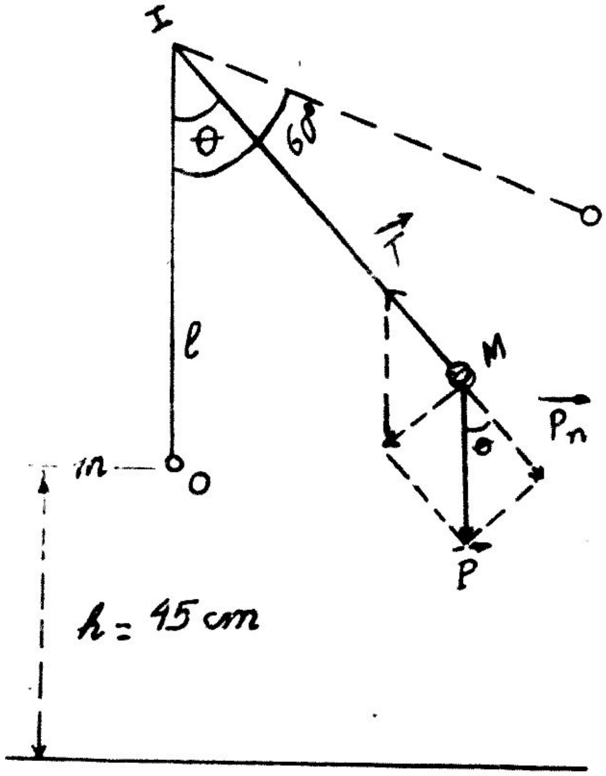
3. Con lắc đi lên đến vị trí có góc lệch 30° thì dây treo bị tuột ra.

a) Thành lập phương trình quỹ đạo của vật sau khi dây bị tuột. Nhận xét.

b) Xác định độ cao cực đại của quả cầu trong chuyển động này, so sánh với độ cao của quả cầu ở điểm thả con lắc và giải thích.

(Trích ĐTTS Cao đẳng Sư phạm Hà Nội năm 1996).

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ



1. a) Vật nặng của con lắc chịu tác dụng của hai lực: trọng lực $\vec{P}$ và lực căng $\vec{T}$ của dây hợp lực $\vec{P} + \vec{T}$ tạo nên lực hướng tâm làm vật nặng chuyển động tròn. Gọi $\vec{P}_n$ là hình chiếu của $\vec{P}$ lên phương của dây treo, áp dụng định luật II Niutơn, tại một vị trí M bất kì, xác định bằng góc lệch θ, ta có:

$T - P_n = m\frac{v^2}{l}$, với v là vận tốc vật nặng tại M và $P_n = mg\cos\theta$. Từ đó

$$v^2 = \frac{1}{m}(\tau - mg\cos\theta) \qquad (1)$$

Mặt khác, áp dụng định luật bảo toàn cơ năng (xét vị trí ban đầu của vật và vị trí M) ta có $v^2 = 2gl(\cos\theta - \cos60^\circ)$. (2).

Giả sử M là vị trí tại đó lực căng dây T = 4N, khi đó từ (1) và (2) và với T = 4N ta suy ra

$$3v^2 = \frac{2lT}{m} - 2gl\cos60^\circ = 12 \text{ hay } v^2 = 4, \text{ rút ra } v = 2\text{m/s}.$$

b) Để tìm vị trí M mà T = 4N, ta thay v = 2m/s trong (2) và suy ra: $\cos\theta = \frac{v^2}{2gl} + \cos60^\circ = 1$ hay $\theta = 0$;

điều đó có nghĩa là dây bị đứt đúng lúc con lắc qua vị trí cân bằng. Để xét chuyển động tiếp theo của vật, dùng hệ trục tọa độ Oxy, có trục Ox hướng theo chiều vận tốc $\vec{v}$ của vật tại O, và trục Oy hướng thẳng đứng xuống dưới. Khi đó phương trình chuyển động của vật là: $x = v_0t = 2t.$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 = \frac{5}{4}x^2.$$

Tại đất y = 0,45m, suy ra $x = \frac{6}{\sqrt{10}} \simeq 1{,}9\text{m}$. Như vậy khoảng cách từ điểm vật chạm đất đến phương thẳng đứng qua điểm treo là 1,9m.

2. a) Ta có $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \approx 2{,}007\text{s}.$

Khi bị đinh chặn lại, chiều dài của con lắc là $l' = \frac{1}{2}$ chu kì T do đó, giảm $\sqrt{2}$ lần, ta được

$$T' = \frac{T}{\sqrt{2}}$$

và chu kì dao động của con lắc bây giờ sẽ bằng

$$T_1 = \frac{T}{2} + \frac{T'}{2} \approx 1{,}713\text{ s}.$$

Khi chiều dài của con lắc tăng thêm 0,5m thì $l_1 = \frac{3l}{2}$, chu kì T thành

$$T'' = \sqrt{\frac{3}{2}}\,T \simeq 2{,}458 \quad \text{s}.$$

Khi bị đinh chặn, chu kì trở lại bằng T, và chu kì dao động mới của con lắc là

$$T_2 = \frac{T''}{2} + \frac{T}{2} = 2{,}233\text{ s}.$$

3. 1. $l_0 = \frac{gT_0^2}{4\pi} \approx 0{,}994\text{ m}\ ;\ T' = T_0\sqrt{1 + 20\alpha} \approx 20008\text{ s}.$

2. $E = \frac{2mg}{q}\sqrt{10\alpha} = 1,96 \, . \, 10^5$ V/m,

$$\theta = 2\sqrt{10\alpha} = 4 \, . \, 10^{-2} \text{ rad} = 2^o13'$$

4. 1. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2,006$ s.

2. a) $V_{max} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)} = 2,4$ m/s.

b) $v = \sqrt{2gl(\cos\beta - \cos\alpha)} = 1,76$ m/s.

3. a) $x = v_0\cos\alpha \, . \, t \rightarrow t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}$.

$$y = v_0\sin\alpha \, . \, t - \frac{1}{2}gt^2 = tg\alpha \, . \, x - 4,9 \, . \, \frac{1}{v^2\cos^2\alpha}x^2,$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{3}} - \frac{2}{3}(\sqrt{3} + \sqrt{2})x^2.$$

Quỹ đạo là hình parabol

4. Ở điểm cao nhất N của quỹ đạo thì vận tốc bằng $v_{0x} = v_0\cos\alpha$. Ta có độ giảm động năng bằng độ tăng thế năng

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\cos^2\alpha = mg \, . \, \Delta h$$

$$\rightarrow \Delta h = \frac{1}{2g}v_0^2(1 - \cos^2\alpha) = 0,0395m = 3,95cm.$$

Độ cao cực đại so với vị trí lúc dây tuột là 3,95cm.

So với độ cao của quả cầu khi thả con lắc thì thấp hơn một đoạn là bằng $50 - 100\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 3,95 = 32,6cm$.

Chủ đề IV DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA CỦA VẬT CHỊU TÁC DỤNG CỦA LỰC CÓ DẠNG CỦA LỰC ĐÀN HỒI (LỰC GIẢ ĐÀN HỒI HAY LỰC HỒI PHỤC).

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN.

1. Khi kéo một vật ra khỏi vị trí cân bằng 0 của nó một đoạn nhỏ x theo phương Ox, hợp lực tác dụng lên vật theo phương Ox có xu hướng kéo vật trở lại vị trí cân bằng và có độ lớn tỉ lệ với x, nghĩa là hợp lực đó có dạng $F = -kx$ với k là hệ số có giá trị không đổi (phụ thuộc vào vật và điều kiện chuyển động của nó).

Hợp lực đó có dạng như lực đàn hồi nên còn được gọi là lực giả đàn hồi.

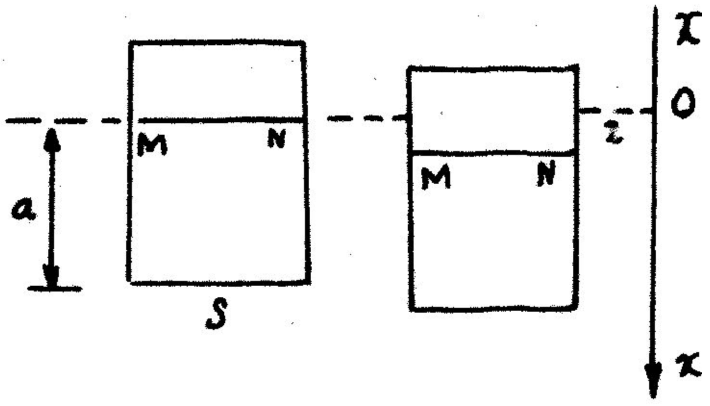
2. Do tác dụng của lực giả đàn hồi, giống như trường hợp con lắc lò xo, vật có thể thực hiện dao động nhỏ quanh vị trí cân bằng. Phương trình dao động của vật cũng có dạng: $x = A\sin(\omega t + \varphi)$.

Chu kì dao động của vật là $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN.

VÍ DỤ. Một khúc gỗ hình trụ có diện tích đáy 0,03 m^2 và có khối lượng 8kg, đang nổi trên mặt nước ở vị trí thẳng đứng. Ấn khúc gỗ chìm xuống một chút rồi thả cho nó tự dao động. Hãy chứng tỏ dao động của khúc gỗ là do động điều hòa và tính chu kì dao động của khúc gỗ. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

Giải:



Chọn trục tọa độ x'x hướng thẳng đứng xuống dưới, gốc tọa độ 0 nằm ở mặt nước. Vị trí của khúc gỗ được xác định bằng tọa độ x của một vạch MN kẻ trên khúc gỗ, được chọn sao cho khi khúc gỗ nằm cân bằng vạch này trùng với mặt nước, tức là khi đó khúc gỗ có tọa độ $x = 0$.

Khúc gỗ chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$ (hướng xuống dưới) và lực đẩy Acsimet $\vec{F}_A$ (hướng lên trên). Khi khúc gỗ nằm cân bằng hai lực $\vec{P}$ và $\vec{F}_A$ cân bằng nhau. Ta có: $F_A = P \rightarrow DVg = mg$, (1)

trong đó $V = Sa$ là thể tích phần chìm của khúc gỗ nằm cân bằng, D là khối lượng riêng của nước. Khi ấn khúc gỗ chìm xuống một chút, khúc gỗ có tọa độ x, và bây giờ lực đẩy Acsimet có độ lớn:

$$F_A = DS(a + x)g > P.$$

Hợp lực $\vec{F}$ của $\vec{P}$ và $\vec{F}_A$ hướng lên trên và có độ lớn:

$$F = P - F_A = mg - DS(a + x)g.$$

Chú ý đến (1) ta có:

$$F = -DSgx = -Kx,$$

với $K = DSg$. Như vậy hợp lực F tác dụng lên khúc gỗ có dạng của lực đàn hồi. Do đó khúc gỗ dao động đàn hồi.

Áp dụng định luật II Niutơn ta có:

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{DSg}{m}x = -\omega^2 x,$$

với $$\omega^2 = \frac{DSg}{m}.$$

Từ đó suy ra chu kì dao động của khúc gỗ là :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{DSg}}.$$

Thay số ta được $T \approx 1,02s$.

C. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. *Xác định các lực tác dụng lên vật khi nó nằm cân bằng, từ đó áp dụng điều kiện cân bằng của vật để lập hệ thức giữa các lực đó (chủ yếu xét hình chiếu của các lực tác dụng lên phương chuyển động).*

2. *Sau đó kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng với li độ x nhỏ, khi đó lại xác định các lực tác dụng lên vật theo phương chuyển động và tìm hợp lực của chúng. Nếu hợp lực này có xu hướng kéo vật trở lại vị trí cân bằng và có độ lớn tỉ lệ với độ dài x thì hợp lực đó có dạng của lực đàn hồi. Dưới tác dụng của lực này vật sẽ dao động điều hòa.*

3. *Để thiết lập phương trình dao động của vật, áp dụng định luật II Niutơn* $a = F_{hl}/m$ *(xét theo phương chuyển động) và rút ra phương trình vi phân* $a = -\omega^2 x$. *Từ đó suy ra phương trình dao động* $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ *và kết luận rằng vật dao động điều hòa với tần số góc* ω.

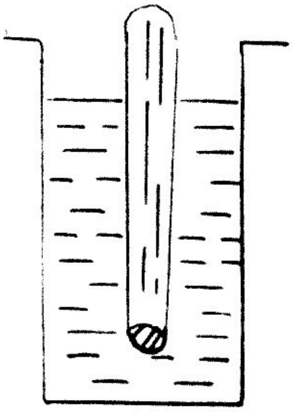
Căn cứ vào đó tính được chu kì $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ *hoặc tần số* $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$.

Từ đó cũng có thể tìm được các đại lượng khác đặc trưng cho dao động điều hòa (biên độ, pha ban đầu, năng lượng...) nếu đề bài cho ta các dữ liệu ban đầu.

4. *Khi tính toán bằng số phải quy đổi ra đơn vị SI các đại lượng cho trong đề bài.*

5. *Cần lưu ý rằng nếu vật có kích thước lớn thì ta xét dao động của trọng tâm của vật. Các lực tác dụng lên vật, ngoài trọng lực, có thể thuộc nhiều loại khác nhau như lực đẩy Acsimet (vật nổi trong chất lỏng), ...*

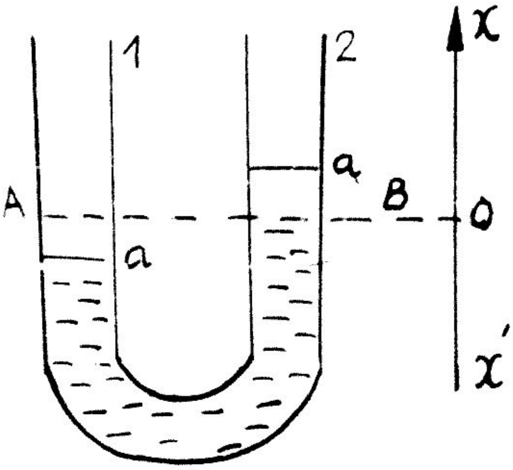
D. BÀI TẬP ÁP DỤNG.



1. Một vật khối lượng 400g, có phần trên có dạng hình trụ đường kính 1cm, nổi trên mặt một chất lỏng. Ấn đầu trên của vật xuống một chút rồi thả cho vật tự dao động, người ta thấy chu kì dao động của vật là 4s.

Hãy tìm biểu thức của hợp lực tác dụng lên vật khi vật dao động. Dao động của vật có phải là dao động điều hòa không. Tìm khối lượng riêng của chất lỏng.

Bỏ qua mọi ma sát và lực cản của môi trường. Lấy g = 9,8 m/s^2.



2. Một mẩu gỗ hình hộp chữ nhật, có diện tích đáy 0,02 m^2 có khối lượng 50g, nổi trên mặt nước ở vị trí thẳng đứng. Hỏi khi mẩu gỗ dao động tự do thì tần số dao động của nó bằng bao nhiêu.

3. Một bình thông nhau có tiết diện đều 4cm^2 đựng một lượng chất lỏng có khối lượng 240g. Trên mặt chất lỏng ở nhánh 1 có một pittông mỏng, khối lượng không đáng kể. Người ta ấn pittông này xuống dưới mức cân bằng của chất lỏng một đoạn 1 cm rồi buông ra.

a) Hãy giải thích tại sao khối chất lỏng lại dao động. Tính chu kì dao động của nó.

b) Tính vận tốc cực đại của chất lỏng.

Bỏ qua mọi ma sát. Cho biết khối lượng riêng của chất lỏng là 3 kg/lít và lấy g = 10 m/s^2.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. Vật chịu tác dụng của hai lực: trọng lực $\vec{P}$ (P = mg) và lực đẩy Acsimet $\vec{F}_A$ (F_A = DVg, V là thể tích của phần vật chìm trong

chất lỏng). Ở vị trí cân bằng của vật $P = F_A$. Khi ta ấn vật xuống dưới vị trí cân bằng thì $F_A > P$ và hợp lực $\vec{F} = \vec{F}_A + \vec{P}$ hướng lên trên, đẩy vật chuyển động nhanh dần về vị trí cân bằng. Đến vị trí cân bằng vật tiếp tục chuyển động lên trên do quán tính. Khi đó ta lại có $P > F_A$ và hợp lực $\vec{F}$ lại hướng xuống dưới làm vật chuyển động chậm dần, rồi nó dừng lại, và sau đó do tác dụng của lực vật lại chuyển động nhanh dần về vị trí cân bằng. Kết quả là vật dao động xung quanh vị trí cân bằng.

Chọn trục x'x hướng thẳng đứng xuống dưới, có gốc tại vị trí cân bằng 0, cũng là mặt chất lỏng. Giả sử ở thời điểm t, vật chìm sâu thêm vào chất lỏng một đoạn bằng x $(x > 0)$, khi đó hợp lực $\vec{F}$ hướng lên trên nên $F < 0$. Bằng cách lập luận và tính toán như ở bài tập cơ bản, ta có

$$F = -DSgx = -Kx$$

Với $$K = DSg = E\,\frac{\pi d^2 Dg}{4} \qquad (1)$$

Hợp lực F đã gây nên dao động của vật. Áp dụng định luật II Niutơn ta có

$$a = -\frac{F}{m} = -\omega^2 x \text{ với } \omega^2 = \frac{k}{m}.$$

Suy vật dao động điều hòa với tần số góc ω. Chu kì dao động của vật

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$D = \frac{16m\pi}{T^2 d^2 g} = 1{,}28.10^3\ \text{kg/m}^3.$$

2. Khi mẩu gỗ dịch chuyển khỏi vị trí cân bằng một đoạn là x (theo phương thẳng đứng) thì mẩu gỗ chịu tác dụng của hợp lực F, đóng vai trò lực đàn hồi $F = -DgSx = -Kx$ với $K = DgS$. Do đó tần số dao động của vật là:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{DgS}{m}} \approx 10\text{Hz}.$$

3. a) Gọi AB là mức cân bằng của mặt chất lỏng khi đứng yên. Khi cho mực chất lỏng ở nhánh 1 tụt xuống dưới mức cân bằng một đoạn d = 1cm thì mực chất lỏng ở nhánh 2 dâng lên trên mức cân bằng một đoạn cũng bằng 1cm. Sự chênh lệch mực chất lỏng ở hai nhánh (bằng 2d) làm xuất hiện một lực có tác dụng kéo toàn bộ khối chất lỏng chuyển động nhanh dần về mức cân bằng AB, lực này có độ lớn bằng trọng lượng của phần chất lỏng chênh lệch. Khi chất lỏng về đến mức AB thì lực này mất đi, nhưng, khi đó, do quán tính, khối chất lỏng lại tiếp tục chuyển động vượt qua mức cân bằng AB theo chiều ngược lại. Và, sự chênh lệch mực chất lỏng lần này lại làm xuất hiện lực ngược chiều với trước, nó làm cho khối chất lỏng chuyển động chậm dần rồi dừng lại. Cứ như thế, khối chất lỏng dao động. Chọn trục x'x hướng thẳng đứng lên trên, có gốc O tại mức cân bằng AB. Giả sử ở thời điểm t, mực chất lỏng bên nhánh 1 có tọa độ x. Khi đó lực gây ra dao động của khối chất lỏng hướng xuống dưới và có biểu thức:

$$F = -P = -2DgSx = -Kx.$$

Suy ra $\omega^2 = \frac{K}{m} = \frac{2DgS}{m}$ và chu kì dao động của chất lỏng

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2DgS}} \approx 0,63\text{s}.$$

(chú ý $D = 3\text{kg/lít} = 3.10^3\ \text{kg/m}^3$).

b) Động năng của khối chất lỏng có giá trị cực đại ở mức cân bằng và bằng phần thế năng của chất lỏng tăng thêm so với thế năng của khối chất lỏng khi đứng yên:

$$\frac{m}{2}v_{max}^2 = DgSd^2 \rightarrow v_{max} = d\sqrt{\frac{2DgS}{m}},$$

$$v_{max} \approx 0,1\ \text{m/s}.$$

BÀI TẬP TỔNG HỢP VỀ DAO ĐỘNG CƠ HỌC

1. 1. Một chất điểm chuyển động trong mặt phẳng xy theo quy luật: $x = a\sin\omega t$, $y = b\cos\omega t$, trong đó a, b và ω là các hằng số dương. Tìm:

a) Phương trình quỹ đạo của chất điểm.

b) Độ lớn gia tốc của chất điểm theo bán kính r của nó đối với gốc tọa độ.

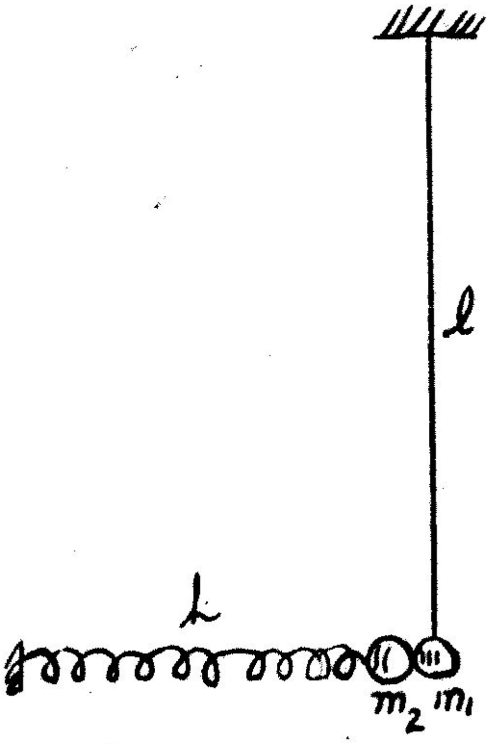
2. Một chất điểm M dao động điều hòa theo phương ngang trên đoạn thẳng AB = 2a với chu kì T. Lập phương trình dao động của chất điểm, chọn gốc thời gian khi chất điểm có tọa độ $x = \frac{a}{2}$ và $v < 0$. Tính thời gian để chất điểm chuyển động từ điểm P đến điểm Q với $x_P = \frac{a}{2}$; $x_Q = -\frac{a}{2}$.

(Trích ĐTTS Đại học Quốc gia T.P. Hồ Chí Minh đợt III 1996).

2. Con lắc đơn khối lượng $m_1 = 100g$ dài $l = 1m$. Con lắc lò xo gồm một lò xo có khối lượng không đáng kể, độ ứng $k = 25$ N/m, khối lượng $m_2 = m_1 = m = 100g$.

1. Tìm chu kì dao động riêng của mỗi con lắc.

2. Bố trí 2 con lắc sao cho khi hệ cân bằng, lò xo không biến dạng, dây treo thẳng đứng và hai quả cầu tiếp xúc nhau (xem hình vẽ). Kéo m_1 lệch khỏi vị trí cân bằng một góc $\alpha = 0,1$ rad rồi buông tay.



a) Tìm vận tốc của quả cầu m_1 ngay trước lúc va chạm vào quả cầu m_2 (xem α là góc nhỏ).

b) Tìm vận tốc của quả cầu m_2 ngay sau khi va chạm với m_1 và độ nén cực đại của lò xo sau khi va chạm.

c) Tìm chu kì dao động của hệ.

Coi va chạm là xuyên tâm đàn hồi. Bỏ qua mọi ma sát, lấy $g = 10 m/s^2$, $\pi^2 = 10$.

(Trích ĐTTS Đại học Giao thông vận tải Hà Nội năm 1996)

3. 1. Hai con lắc đơn có chiều dài là l_1, l_2 ($l_1 > l_2$) nó có chu kì dao động tương ứng là T_1, T_2 và tại nơi có gia tốc trọng trường là $g = 9{,}8\ m/s^2$. Biết rằng cũng tại nơi đó, con lắc đơn có chiều dài $l_1 + l_2$ có chu kì dao động là 1,8s và con lắc đơn có chiều dài $l_1 - l_2$ có chu kì dao động là 0,9s. Tính T_1, T_2, l_1 l_2.

2. Một vật có khối lượng m treo bằng một lò xo vào một điểm cố định 0 thì dao động với tần số 5,2 Hz. Treo thêm một gia trọng m = 138g vào vật thì tần số dao động là 4Hz. Tính m và độ cứng k của lò xo. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản không khí. Lấy $\pi = 3{,}14$.

(Trích ĐTTS Đại học Tài chính kế toán Hà Nội năm 1996)

4. Một con lắc đơn có chu kì T = 2s, vật nặng là quả cầu kim loại có khối lượng m.

a) Tính chiều dài của dây treo.

b) Con lắc đang ở vị trí cân bằng. Dùng búa gõ nhẹ vào con lắc làm cho nó có vận tốc v = 5cm/s theo phương nằm ngang trong mặt phẳng dao động của con lắc. Tìm góc lệch cực đại của con lắc khỏi vị trí cân bằng.

c) Viết phương trình dao động của con lắc sau kích thích.

d) Chu kì dao động của con lắc thay đổi bao nhiêu lần nếu quả cầu được tích điện dương q và đặt thêm một điện trường đều có véctơ cường độ $\vec{E}$ hướng xuống dưới theo phương thẳng đứng ở vùng dao động của con lắc ?

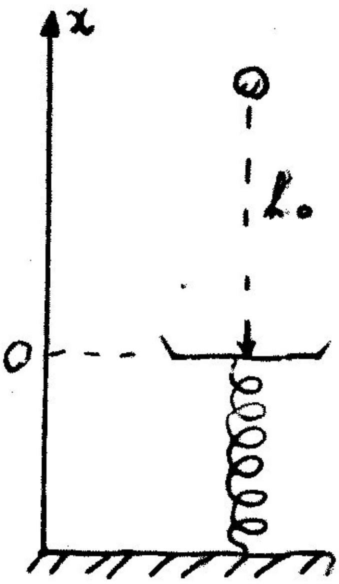
(lấy $g = 10\ m/s^2$ và bỏ qua mọi ma sát)

(Trích ĐTTS Đại học Sư phạm Hà Nội 2 năm 1996)

5. 1. Vật có khối lượng m vận tốc v_1 va chạm đàn hồi vào vật có khối lượng 3m đi ngược chiều với vận tốc có cùng độ lớn. Tính các vận tốc v_1 của vật m và v_2 của vận tốc vật 3m sau va chạm.

2. Vật có khối lượng M được gắn vào lò xo có khối lượng nhỏ không đáng kể nên có thể dao động điều hòa. Tìm liên hệ giữa chu kì T và biên độ A của dao động biết vận tốc cực đại của vật là v_{max}.

3. Một hòn bi có khối lượng $m_1 = m$ được thả không có vận tốc ban đầu từ độ cao h_o xuống một cái đĩa có khối lượng $m_2 = 3m$, ban đầu đứng yên. Đĩa gắn với lò xo (xem hình vẽ). Va chạm là đàn hồi.



Bi nảy lên, rơi xuống, lại va chạm vào đĩa, lần va chạm thứ hai này xảy ra sau lần thứ nhất một khoảng thời gian bằng T/2, T là chu kì dao động của đĩa.

a) Sau lần va chạm thứ hai này, bi nảy lên độ cao h_2 bằng bao nhiêu (tính từ vị trí ban đầu của đĩa, lấy làm gốc O của trục thẳng đứng Ox).

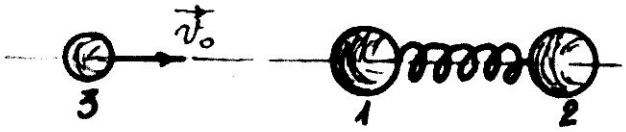
b) Tính (theo h_o và gia tốc rơi tự do g) chu kì và biên độ dao động của đĩa.

c) Hiện tượng tiếp tục xảy ra thế nào? (bỏ qua sức cản của không khí). Cho $h_o = 1m$, $g = 9,8\ m/s^2$. Vẽ trên cùng một hình các đường biểu diễn $x_b(t) = f(t)$, $x_d(t) = g(t)$, x_b và x_d là hoành độ trên trục x của bi và đĩa. Ghi các thời điểm va chạm (khoảng 3 va chạm, lấy gốc thời gian lúc thả bi).

Chú thích: Khi xét va chạm, ta coi hệ các vật tương tác là kín.

(Trích Đề thi học sinh giỏi toàn quốc môn Vật lí lớp 12, 1993).

6. Ba quả cầu được xâu vào một dây thép căng thẳng nằm ngang (xem hình vẽ) và có thể trượt không qua ma sát trên dây. Các quả cầu 1 và 2 giống nhau có khối lượng m được nối với nhau bằng một lò xo có độ cứng k và khối lượng không đáng kể. Lúc đầu hai quả cầu đứng yên, lò xo có chiều dài tự nhiên l. Quả cầu 3 có khối lượng $\frac{m}{2}$ được truyền vận tốc $\vec{v_o}$ va chạm đàn hồi vào quả cầu 1.



1. Tính vận tốc các quả cầu 1 và 3 ngay sau va chạm.

2. Sau va chạm, khối tâm G của các quả cầu 1 và 2 chuyển động thế nào? Tính vận tốc của G.

3. Chứng minh rằng hai quả cầu 1 và 2 dao động điều hòa ngược pha quanh các vị trí cố định đối với G. Tính tần số góc ω của dao động ấy.

4. Tính khoảng cách cực đại d giữa hai quả cầu, coi các quả cầu như những chất điểm. Lò xo có độ cứng đồng đều.

5. Áp dụng bằng số $m = 0,1$ kg; $l = 0,3$m; $k = 5$ N/m, $v_o = 3$m/s. Tính ω và d.

(Trích Đề thi học sinh giỏi toàn quốc môn Vật lí, lớp 12 1992).

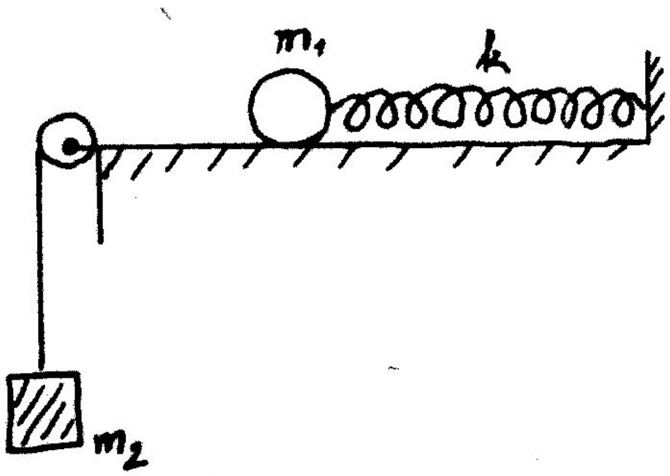
7. Một con lắc đơn cấu tạo bởi một quả cầu nhỏ bằng sắt khối lượng $m = 100$g treo ở đầu một sợi dây mảnh cách điện không co giãn. Chu kì dao động của con lắc tại mặt đất là $T_o = 2$s.

1. Tìm chiều dài dây treo con lắc. Nếu đưa con lắc lên cao 6,4km thì chu kì dao động T của con lắc sẽ là bao nhiêu. Giả thiết chiều dài dây treo thay đổi không đáng kể.

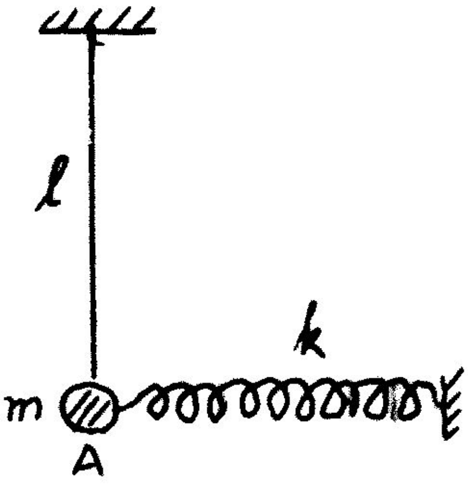
2. Trên mặt đất muốn cho chu kì con lắc có giá trị bằng T người ta tích điện cho quả cầu rồi đặt nó trong một điện trường đều, hướng thẳng đứng xuống dưới và có cường độ $E = 9860$ V/m. Xác định dấu và giá trị của điện tích cần truyền cho quả cầu.

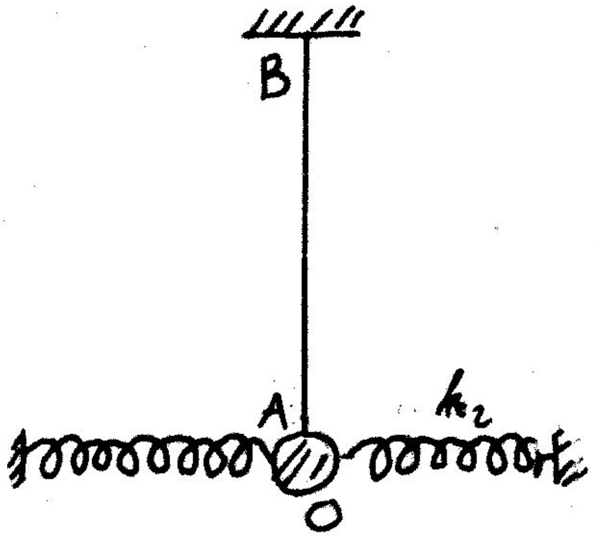
Cho biết gia tốc trọng trường tại mặt đất $g_o = 9,86$ m/s^2 và lấy $\pi^2 \approx 9,86$. Bán kính Trái đất $R = 6400$ km.

8. Một con lắc lò xo nằm ngang, gồm (xem hình vẽ dưới đây) lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng k = 250 N/m gắn với quả cầu m_1 = 1 kg có thể chuyển động không ma sát trên một mặt bàn nằm ngang. Quả cầu m_1 được nối với một vật nặng m_2 = 1,5kg bằng một sợi dây mảnh không dãn vắt qua một ròng rọc. Kéo m_2 theo phương thẳng đứng xuống dưới một đoạn 1cm rồi buông ra. Viết phương trình chuyển động của m_1. Lấy g = 10 m/s^2.



9. Cho cơ hệ như trên hình vẽ bên cạnh. Quả cầu A có khối lượng m = 0,5kg. Thanh treo OA có chiều dài l = 25cm, lò xo nằm ngang có độ cứng k = 25 N/m, thanh treo và lò xo có khối lượng không đáng kể. Ở vị trí cân bằng lò xo không bị biến dạng. Từ vị trí cân bằng kéo quả cầu để thanh OA nghiêng với phương thẳng đứng góc α_o = 0,05 rad rồi buông nhẹ. Tính chu kì dao động của quả cầu. Viết phương trình dao động của A. Lấy g = 10 m/s^2.



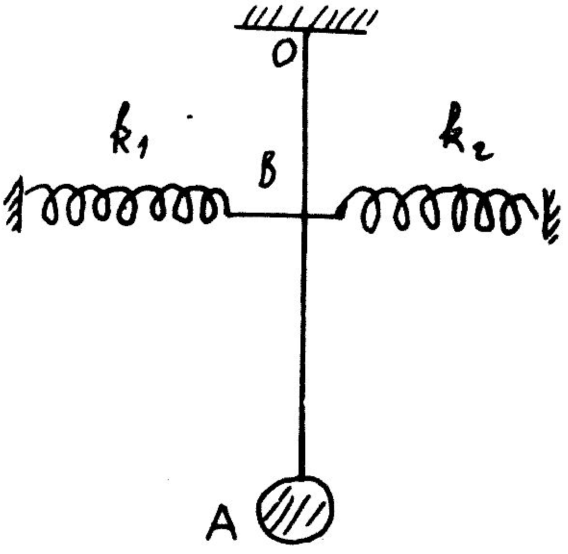


10. Một con lắc đơn gồm một quả cầu A có khối lượng m = 200g gắn vào một thanh cứng BA có độ dài l = 20cm, khối lượng không đáng kể. Quả cầu A lại được gắn với hai lò xo nằm ngang như trên hình vẽ, có khối lượng không đáng kể và có độ cứng tương ứng bằng $k_1 = 40$ N/m và $k_2 = 22$ N/m. Ở vị trí cân bằng O của quả cầu (chọn làm gốc tọa độ) lò xo không bị biến dạng. Biết rằng sau khi quả cầu dao động được 2,5s, quả cầu ở tọa độ $x = -5\sqrt{2}$ mm, đi theo chiều âm của quỹ đạo và vận tốc đạt giá trị $3\pi\sqrt{2}$ cm/s. Lấy $\pi^2 = 10$; $g = 10$ m/s^2.

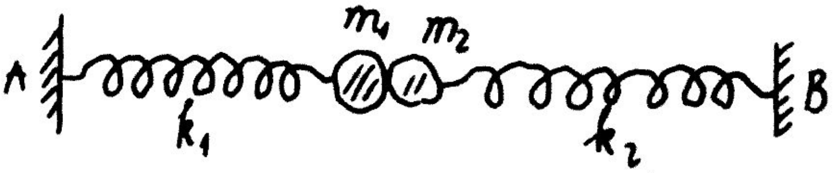
1. Tính chu kì dao động của quả cầu.

2. Viết phương trình dao động của cầu.

11. Một con lắc đơn gồm một quả cầu A khối lượng m = 200g gắn vào một đầu của thanh cứng OA, dài l = 1m, khối lượng không đáng kể. Điểm B của thanh OA (OB = b = 10cm) được gắn với hai lò xo nằm ngang có độ cứng k_1, k_2 ($k_1 = 80$ N/m và $k_2 = 40$ N/m), khối lượng không đáng kể (xem hình vẽ bên). Ở vị trí cân bằng của quả cầu A, hai lò xo không bị biến dạng. Kéo quả cầu A lệch khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ 1cm rồi buông ra không có vận tốc ban đầu. Chứng minh quả cầu dao động điều hòa. Viết phương trình dao động của quả cầu.



12. Cơ hệ trên hình vẽ dưới đây gồm hai con lắc lò xo nằm ngang. Con lắc 1 gồm quả cầu $m_1 = 0{,}5$kg và lò xo có độ cứng $k_1 = 50$ N/m. Con lắc 2 gồm quả cầu $m_2 = 0{,}5$ kg và lò xo có độ cứng $k_2 = 200$ N/m. Khối lượng của các lò xo không đáng kể, ở vị trí cân bằng hai quả cầu tiếp xúc với nhau và các lò xo không bị biến dạng. Kéo quả cầu m_1 sang bên trái một đoạn 1cm rồi buông ra không có vận tốc đầu.



1. Tính vận tốc của các quả cầu ngay sau khi chúng va chạm vào nhau. Coi va chạm đàn hồi, xuyên tâm. Bỏ qua ma sát. Tính độ nén cực đại của lò xo k_2 trong quá trình chuyển động của hai quả cầu.

2. Tìm khoảng thời gian giữa hai lần va chạm liên tiếp của chúng.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ CÁC BÀI TỔNG HỢP VỀ DAO ĐỘNG CƠ HỌC

1. 1. a) Muốn có phương trình quỹ đạo của chất điểm ta khử t giữa các phương trình:

$$x = a\cos\omega t \qquad (1)$$

$$y = b\sin\omega t \qquad (2)$$

Ta có $\cos\omega t = \frac{x}{a}$ và $\sin\omega t = \frac{y}{b}$.

Bình phương hai vế phương trình, rồi cộng vế với vế ta được

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \cos^2\omega t + \sin^2\omega t = 1 \qquad (3)$$

Đây là phương trình của một elip, tâm là gốc tọa độ 0, và hai bán trục là a và b.

b) Véctơ gia tốc $\vec{\gamma}$ của chất điểm có các thành phần

$$x'' = -a\omega^2\cos\omega t = -\omega^2 x, \qquad (4)$$

$$y'' = -b\omega^2\sin\omega t = -\omega^2 y. \qquad (5)$$

Hai phương trình này cho thấy ngay rằng véctơ gia tốc luôn luôn đi qua gốc tọa độ 0 và hướng về 0. Độ lớn của $\vec{\gamma}$ là:

$$|\gamma| = \sqrt{x''^2 + y''^2} = \omega^2\sqrt{x^2 + y^2} = \omega^2 r,$$

suy ra $\gamma = -\omega^2 r$

Ta phải cho γ dấu -, vì $\vec{\gamma}$ ngược chiều $\vec{r}$ như đã nhận xét ở trên.

2. Lấy gốc tọa độ O là trung điểm O của đoạn AB, thì biên độ dao động là $\frac{AB}{2} = \frac{2a}{2} = a$.

Phương trình dao động của chất điểm có dạng:

$$x = a\sin(\omega t + \varphi) = a\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right). \tag{1}$$

Ở thời điểm t = 0, ta phải có :

$$x = x_o = a \cdot \frac{1}{2} = a\sin(0 + \varphi) \tag{2}$$

và

$$v = v_o = \omega a\cos(v + \varphi) = \omega a\cos\varphi < 0. \tag{3}$$

Từ điều kiện (2) ta suy ra:

$$\sin\varphi = \frac{1}{2} \text{ và } \varphi = \frac{\pi}{6} \text{ hoặc } \frac{5\pi}{6}$$

(không cần thêm $2k\pi$, vì ta chỉ lấy giá trị của φ).

Từ điều kiện (3) ta lại suy ra $\cos\varphi < 0$.

Vậy kết hợp cả hai điều kiện, ta phải lấy:

$$\varphi = \frac{5\pi}{6}. \tag{4}$$

Vậy phương trình của chất điểm là:

$$x = a\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{5\pi}{6}\right). \tag{5}$$

Chất điểm qua các điểm P và Q hai lần trong mỗi chu kì. Ta chỉ tính khoảng thời gian Δt ngắn nhất để chất điểm đi từ P đến Q. Hình vẽ cho thấy rằng hai điểm P và Q đối xứng nhau qua O, vậy thời gian để chất điểm đi từ P đến Q bằng hai lần thời gian để nó đi từ P đến O. Chất điểm ở P lúc t = 0, và qua O lúc t ứng với

$x_t = a\sin(\frac{2\pi}{T}t + \frac{5\pi}{6}) = 0$, tức là $\frac{2\pi}{T}t + \frac{5\pi}{6} = \pi$, từ đó $t = \frac{T}{12}$ và $\Delta t = 2t = \frac{T}{6}$.

2. 1. Chu kì dao động của con lắc đơn: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2s$.

Chu kì dao động con lắc lò xo:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{2}{5}s.$$

2. a) Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng, tìm được vận tốc quả cầu m_1 ngay trước lúc va chạm:

$$v = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_o)} = 2\sin\frac{\alpha_o}{2}\sqrt{gl} \approx \alpha_o\sqrt{gl} = 0,1\pi$$

$$\rightarrow v = 0,314 \text{ m/s}.$$

b) Vì va chạm là xuyên tâm và đàn hồi và hai quả cầu lại có cùng khối lượng, nên áp dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn động năng dễ dàng thấy rằng trong va chạm chúng trao đổi vận tốc cho nhau, nghĩa là $v_1' = v_2$ và $v_2' = v_1$, do đó:

$$v_2' = 0,314\text{m/s và } v_1' = 0.$$

Khi lò xo bị nén cực đại, thì động năng ban đầu (cực đại) $\frac{m_2v_2^2}{2}$ của quả cầu chuyển thành thế năng cực đại $\frac{kA^2}{2}$ của nó. Ta có

$$\frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}kA^2.$$

Từ đó: $A = v_2\sqrt{\frac{m_2}{k}} = \frac{0,1}{5}\text{ m} = 2\text{cm}.$

Sau khi lò xo bị nén cực đại, lò xo bị giãn dần, và đẩy quả cầu m_2 sang trái. Vận tốc của m_2 tăng dần, và khi lò xo giãn hết, m_2 lại có vận tốc v_2. Đúng lúc đó nó va chạm đàn hồi với quả cầu m_1, và dừng lại. Quả cầu m_1 khi nhận được vận tốc $v_2 = v_1$ lại dao động trở về đến độ lệch cực đại ban đầu, rồi lại đi xuống, và va chạm với m_2. Quá trình cứ thế lặp lại, và mỗi con lắc chỉ dao động trong một nửa chu kì. Vậy chu kì dao động của hệ là:

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = 1,2s.$$

3. 1) Áp dụng công thức $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$, $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$,

$$T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}} = 1,8, \quad T_4 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1 - l_2}{g}} = 0,9s.$$

Rút ra $l_1 + l_2) = (\frac{1,8}{0,9})^2 (l_1 + l_2) = 4(l_1 - l_2)$

$l_2 = \frac{3}{5.}l_1$. Từ đó:

$$l_1 + \frac{3}{5}l_1 = \frac{g.(1,8)^2}{4\pi^2} \rightarrow l_1 = 0,503m, \; l_2 = 0,302m.$$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \approx 1,423s \text{ và } T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \approx 1,095s.$$

2. Từ $\frac{1}{f} = T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, suy ra $m = \frac{k}{4\pi^2 f^2}$.

Do đó: $m = \frac{k}{4\pi^2.(5,2)^2}$, $m + \Delta m = \frac{k}{4\pi^2 . 4^2}$.

Rút ra: $\frac{\Delta m}{m} = 0,69$, từ đó m = 200g và k ≈ 213,3 N/m.

4. a) Chiều dài dây treo:

$$l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = 1,013 \ldots \approx 1m.$$

b) Gọi α là góc lệch cực đại của con lắc, v là vận tốc cực đại (tức là vận tốc lúc con lắc qua vị trí cân bằng) thì, áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có:

$$v^2 = 2gh = 2gl\ (1 - \cos\alpha).$$

Do đó:

$$1 - \cos\alpha = \frac{v^2}{2gl} = 0{,}000125.$$

Do góc α nhỏ nên một cách gần đúng.

$$1 - \cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha^2}{2} \rightarrow \alpha^2 = 2.12{,}5.10^{-4}$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{5\sqrt{2}}{2}.10^{-2} \rightarrow \alpha \approx 0{,}0035\,\text{rad} \approx 12'.$$

c) Biên độ dao động:

$$A = l\alpha_m = 1.0{,}0035\text{m} = 3{,}5\text{mm}$$

Nếu lấy gốc thời gian là lúc vật bắt đầu chuyển động thì phương trình dao động (với $\varphi = 0$) là:

$$x = A\sin\frac{2\pi}{T}t = 3{,}5\sin\pi t\ (\text{mm}).$$

Hoặc, theo góc α,

$$\alpha = \alpha_m\sin\omega t = 3{,}5.10^{-3}\sin\pi t\ (\text{rad}).$$

d) Lực tác dụng vào quả cầu $\vec{F} = q\vec{E}$ cũng hướng xuống như $\vec{E}$, do đó làm cho quả cầu có thêm gia tốc:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}.$$

Và gia tốc toàn phần là:

$$g' = g + a = g(1 + \frac{a}{g}).$$

Gọi T' là chu kì dao động mới thì:

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{a}{g}}}$$

$$\rightarrow T' = T \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{a}{g}}} \qquad \text{với} \qquad \frac{a}{g} = \frac{qE}{mg}.$$

Như vậy chu kì dao động nhỏ đi $\sqrt{1 + \frac{qE}{mg}}$ lần.

5. 1. Chọn chiều dương là chiều chuyển động của vật 3m. Áp dụng các định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn năng lượng ta có:

$$3mv_1 - mv_1 = mv'_1 + 3mv'_2 \rightarrow 2v_1 - v'_1 = 3v'_2 \,, \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}3mv_1^2 = \frac{1}{2}mv'^2_1 + \frac{3}{2}mv_2^2 \rightarrow (2v_1 - v'_1)(2v_1 + v'_1) = 3v_2^2. \quad (2)$$

Giả sử $(2v_1 - v'_1) \neq 0$, từ (1) và (2) ta có $2v_1 + v'_1 = v'_2$. Thay vào (1) ta được $v'_1 = -v_1$ và $v'_2 = v_1$. Điều này phi lí. Do đó phải có $2v_1 - v_1' = 0$ hay $v'_1 = 2v_1$, và, do đó $v_2' = 0$: sau va chạm vật 3m đứng yên, còn vật m chuyển động với vận tốc lớn gấp đôi vận tốc của nó trước va chạm nhưng có chiều ngược lại.

2. Vật dao động điều hòa nên phương trình chuyển động có dạng

$$x = A\sin(\omega t + \varphi).$$

Vận tốc của vật là $v = x' = \omega A\cos(\omega t + \varphi)$, từ đó

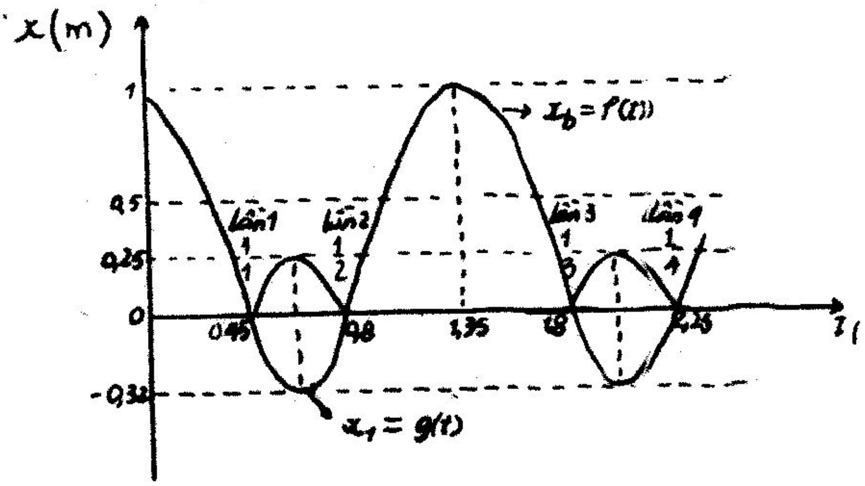
$$v = v_{nax} \text{ khi } \cos(\omega t + \varphi) = 1 \rightarrow v_{max} = \omega A = 2\pi f A = \frac{2\pi A}{T}.$$

$$\rightarrow T = \frac{2\pi A}{v_{max}}.$$

3. Vì lần va chạm thứ hai xảy ra sau lần va chạm thứ nhất nột khoảng thời gian $\frac{T}{2}$ (bằng nửa chu kì dao động của đĩa cân), chứng tỏ lần va chạm thứ hai này xảy ra ở đúng vị trí lần va chạm đầu, đó là vị trí cân bằng 0.

a) Sau lần va chạm thứ nhất, giải tương tự như câu 1, biết vận tốc của bi trước lúc va chạm vào đĩa bằng $v_o = \sqrt{2gh_o}$, ta thấy hòn bi sẽ nảy trở lên với vận tốc v_1 mà $v_1 = \frac{v_o}{2} = \frac{\sqrt{2gh_o}}{2}$. Với vận tốc này hòn bi sẽ nảy lên cao tới độ cao bằng $h_1 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{h_o}{4}$. Trong khi đó đĩa đi xuống dưới với vận tốc ban đầu $v_{max} = \frac{v_o}{2}$ và sau thời gian $\frac{T}{2}$ nó trở lại vị trí cân bằng 0.

Khi trở lại va chạm với nhau lần thứ hai, thì trước khi va chạm hòn bi có vận tốc v_1 hướng xuống dưới, còn đĩa có vận tốc v_{max} hướng lên trên. Sử dụng hết quả đã có trong câu 1 ở trên, ta có vận tốc của hòn bi sau va chạm là $v_1' = 2v_1 = v_o$, và như vậy có nghĩa là hòn bi bật trở lên với độ cao $h_2 = h_o$, còn đĩa thì đứng yên tại chỗ. Sau đó hiện tượng lại xảy ra lặp lại từ đầu.



b) Ta đã biết thời gian hòn bi rơi từ độ cao $h_1 = \frac{h_o}{4}$ bằng $\frac{T}{4}$ (vì thời gian giữa hai lần va chạm bằng $\frac{T}{2}$). Gọi thời gian đó là t, ta có: $\frac{h_o}{4} = \frac{gt^2}{2} \to t = \sqrt{\frac{h_o}{2g}} = \frac{T}{4} \to T = \sqrt{\frac{8h_o}{g}}$. Mặt theo, theo câu 2, $T = \frac{2\pi A}{v_{max}}$, với $v_{max} = \frac{v_o}{2}$, ta tìm được biên độ dao động A của đĩa:

$$A = \frac{Tv_o}{4\pi} = \frac{h_o}{\pi}.$$

c) Ta có $T = \sqrt{\frac{8.1}{9,8}} \approx 0,9$s, và $A = \frac{1}{\pi} = 0,32$m, và hòn bi rơi từ độ cao 1m xuống đất hết $t' = \sqrt{\frac{2h_o}{g}} \approx 0,45$s.

Vẽ các đường biểu diễn $x_b = f(t)$ và $x_d = g(t)$ ta được đồ thị như ở hình vẽ bên.

Nhận xét: Lần va chạm thứ 3 cách lần va chạm thứ 2 là 0,9s. Chu kì của hiện tượng bằng 0,45 + 0,9 = 1,35s.

6. 1 Va chạm là tức thời và đàn hồi. Áp dụng các định luật bảo toàn động lượng và năng lượng, ta có:

$$\frac{m}{2}\vec{v}_o = m\vec{v}_1 + \frac{m}{2}\vec{v}_3, \qquad (1)$$

$$\frac{m}{2}\frac{v_o^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{1}{2}\frac{mv_3^2}{2}. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $v_o - v_3 = 2v_1$; $(v_o - v_3)(v_o + v_3) = 2v_1^2$.

Từ đó rút ra: $v_3 = -\frac{v_o}{3}$; $v_1 = \frac{2v_o}{3}$.

Nghĩa là ngay sau va chạm quả cầu 1 nhận được vận tốc $v_1 = \frac{2v_o}{3}$ hướng sang phải, còn quả cầu 3 thì bật ngược trở lại với vận tốc $v_3 = \frac{v_o}{3}$.

2. Hệ hai quả cầu 1 và 2 là hệ cô lập (tổng các ngoại lực tác dụng vào hệ bằng không). Do đó ngay sau va chạm, khối tâm G của hệ (tại trung điểm của đoạn thẳng nối hai quả cầu) chuyển động đều với vận tốc:

$$\vec{v}_G = \frac{m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{\vec{v}_1}{2}.$$

Khối tâm G chuyển động cùng chiều với quả cầu 1 với vận tốc không đổi $v_G = \frac{v_1}{2} = \frac{v_o}{3}$.

(Cũng có thể lập luận dựa vào định luật bảo toàn động lượng:

$$m.v_1 = 2mv_G = \text{động lượng của hệ}).$$

3. Trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm G, các quả cầu có vận tốc là:

$$\vec{v}_{o1} = \vec{v}_1 - \vec{v}_G = \frac{\vec{v}_o}{3},$$

$$\vec{v}_{02} = \vec{v}_2 - \vec{v}_G = -\vec{v}_G = -\frac{\vec{v}_o}{3}.$$

Ta thấy $\vec{v}_{01} = -\vec{v}_{02}$: hai quả cầu sẽ chuyển động ngược chiều, độ lớn vận tốc như nhau; do đó mỗi quả cầu coi như được gắn vào một lò xo có đầu G cố định, có chiều dài l/2, nghĩa là có độ cứng 2k. Vậy hai quả cầu dao động ngược pha quanh các vị trí cân bằng cách G một khoảng là l/2.

Tần số góc của dao động: $\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$.

4. Trong dao động điều hòa ta có phương trình $x = A\sin\omega t$, vận tốc chuyển động của các quả cầu $v = A\omega\cos\omega t$. Lúc $t = 0$ thì $v = A\omega$, và theo trên $v = \frac{v_o}{3}$. Từ đó:

$$A = \frac{v_o}{3\omega} = \frac{v_o}{3}\sqrt{\frac{m}{2k}}.$$

Khoảng cách cực đại giữa 2 quả cầu là (chú ý là chúng dao động ngược pha):

$$d_{max} = l + 2A = l + \frac{v_o}{3}\sqrt{\frac{2m}{k}}.$$

5. Thay số ta được:

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}} = \sqrt{\frac{2.5}{0,1}} = 10 \text{ rad/s},$$

$$l_{max} = l + \frac{v_o}{3}\sqrt{\frac{2m}{k}} = 0,3 + \frac{3}{3}\sqrt{\frac{2.0,1}{5}} = 0,5\text{m}.$$

7. 1) $T_o = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_o}} \rightarrow l = \frac{T_o^2 g_o}{4\pi^2} = 1\text{m}.$

Ở độ cao h, chu kì con lắc $T_h = \sqrt{\frac{l}{g_h}}$.

Ta có: $\frac{T_h}{T_o} = \sqrt{\frac{g_o}{g_h}} = \sqrt{\frac{g_o}{g_o\left(\frac{R}{R+h}\right)^2}} = 1 + \frac{h}{R}.$

Suy ra:

$$T = T_o + \frac{h}{R}T_o \approx 2,002\text{s}.$$

2. Gọi T' là chu kì của con lắc đặt trong điện trường, theo đề bài:

$$T' = T_h$$

với $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$, g' là gia tốc hiệu dụng.

Ta có:

$$2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_h}}$$

$$\rightarrow g' = g_h = g_o\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = g_o\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2} \approx g_o\left(1-\frac{2h}{R}\right). \qquad (1)$$

Ta thấy $g' < g_o$, mà $m\vec{g'} = m\vec{g_o} + \vec{F}$, suy ra lực điện trường $\vec{F}$ hướng lên trên, trong khi đó điện trường $\vec{E}$ lại hướng xuống dưới, nghĩa là điện tích của quả cầu $q < 0$. Mặt khác, vì $\vec{F}$ hướng lên rên ta có:

$$g' = g_o - \frac{F}{m} = g_o - \frac{|q|E}{m}. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$g_o\left(1-\frac{2h}{R}\right) = g_o - \frac{|q|E}{m},$$

từ đó:

$$|q| = \frac{2hmg_o}{ER} = 2.10^{-7}C.$$

Như vậy: $q = -2.10^{-7}C$.

8. Có thể giải bằng phương pháp động lực học: Tìm các lực tác dụng lên m_1, tìm hợp lực, áp dụng định luật Niutơn, rút ra phương trình $m_1x'' + Kx = 0$.

Ở đây ta giải bằng phương pháp bảo toàn năng lượng. Lấy vị trí cân bằng của m_1 làm gốc tọa độ, lấy thời gian lúc buông m_2 làm gốc thời gian. Giả sử ở thời gian t, m_1 có tọa độ x, m_1 và m_2 có vận tốc v.

Động năng của hệ $(m_1 + m_2)$:

$$E_đ = \frac{(m_1+m_2)}{2}v^2.$$

Thế năng đàn hồi của lò xo:

$$E_t = \frac{k}{2}x^2.$$

Cơ năng toàn phần $E = E_đ + E_t = \frac{(m_1 + m_2)}{2}v^2 + \frac{kx^2}{2} = \text{const.}$

Lấy đạo hàm của E theo thời gian, ta được:

$$E'_t = (m_1 + m_2)\,vv' + kxx' = 0.$$

Ta biết v = x' và v' = x", ta có:

$$(m_1 + m_2)x'x'' + kxx' = 0$$

$$\rightarrow (m_1 + m_2)x'' + kx = 0,$$

hay

$$x'' + \omega^2 x = 0, \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 10 \text{ rad/s.}$$

Phương trình chuyển động của m_1:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

Lúc t = 0, x = 1cm và v = x' = 0

Rút ra: $x = \sin(10t + \frac{\pi}{2})$ cm.

9. Có thể giải bằng phương pháp động lực học. Ở đây nêu cách giải bằng phương pháp bảo toàn năng lượng.

Chọn vị trí cân bằng của quả cầu làm gốc tọa độ và lúc bắt đầu buông nó làm gốc thời gian (t = 0). Xét chuyển động của quả cầu ở thời điểm t, quả cầu có tọa độ x và vận tốc v, thanh treo có góc lệch α:

Động năng của quả cầu: $E_đ = \frac{mv^2}{2}$.

Thế năng đàn hồi: $E_{t1} = \frac{kx^2}{2}$.

Thế năng trọng trường:

$$E_{t2} = mgh = mgl(1 - \cos\alpha) \approx \frac{1}{2}mgl\alpha^2.$$

Vì $\alpha = \frac{x}{l}$ nên $E_{t2} = \frac{mg}{2l}x^2$.

Cơ năng toàn phần:

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} + \frac{mg}{2l}x^2 = \text{const}.$$

Lấy đạo hàm của E theo thời gian ta được:

$$E'_t = mvv' + kxx' + \frac{mg}{l}xx' = 0.$$

Vì $v = x'$, $v' = x''$ nên ta có

$$mx'x'' + kxx' + \frac{mg}{l}xx' = 0, \text{ suy ra}$$

$$x'' + (\frac{k}{m} + \frac{g}{l})\,x = 0,$$

hay: $x'' + \omega^2 x = 0$ với $\omega = \sqrt{\frac{k}{m} + \frac{g}{l}} = 3\sqrt{10}$ rad/s.

Chu kì dao động: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0{,}66\text{s}$.

Lúc $t = 0$, $x = l\alpha_o = 1{,}25\text{cm}$, $v = 0$, do đó

$$x = 1{,}25\sin(3\sqrt{10}\,t + \frac{\pi}{2})\ \text{(cm)}.$$

10. 1) Giải bằng phương pháp bảo toàn năng lượng. Xét ở thời điểm t, quả cầu có tọa độ x, vận tốc v.

Động năng của quả cầu: $E_đ = \frac{mv^2}{2}$.

Thế năng đàn hồi:

$$E_{t_1} = \frac{k_1x^2}{2} + \frac{k_2x^2}{2} = (k_1 + k_2)\frac{x^2}{2}.$$

Thế năng trọng trường:

$$E_{t_2} = mgh = mgl(1 - \cos\alpha) \approx mgl\frac{\alpha^2}{2} = mgl(\frac{x}{l})^2,$$

$$E_{t_2} = \frac{mg}{2l}x^2.$$

Cơ năng toàn phần:

$$E = \frac{mv^2}{2} + (k_1 + k_2)\frac{x^2}{2} + \frac{mg}{2l}x^2 = const.$$

Lấy đạo hàm E theo thời gian

$$E'_t = mvv' + (k_1 + k_2)xx' + \frac{mg}{l}xx' = 0.$$

Thay $v = x'$, $v' = x''$ vào rút ra:

$$x'' + \left(\frac{g}{l} + \frac{k_1 + k_2}{l}\right)x = 0$$

hay $x'' + \omega^2 x = 0$, với $\omega = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{k_1 + k_2}{l}} = 6\sqrt{10} = 6\pi$ rad/s.

Chu kì dao động của quả cầu:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{3} = 0,33s.$$

2. Từ hệ thức: $\omega^2x^2 + v^2 = \omega^2A^2$, suy ra:

$$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = 1cm.$$

Như vậy phương trình dao động của quả cầu có dạng:

$$x = \sin(6\pi t + \varphi) \text{ (cm)}.$$

Ở thời điểm t = 2,5s, $x = -5\sqrt{2}$ mm, từ đó:

$$-0,5\sqrt{2} = \sin(6\pi.2,5 + \varphi) \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

Phương trình dao động của quả cầu:

$$x = \sin(6\pi t + \frac{\pi}{4})\ (\text{cm}).$$

11. Giải bằng phương pháp bảo toàn năng lượng. Xét ở tời điểm t, quả cầu có li độ x (thanh OA lệch góc nhỏ α), vận tốc v, khi đó mỗi lò xo bị biến dạng (một lò xo bị nén, một lò xo bị giãn) đoạn $x_1 = \frac{b}{l}x$.

Động năng của quả cầu: $E_đ = \frac{mv^2}{2}$.

Thế năng đàn hồi:

$$E_{t_1} = \frac{k_1x_1^2}{2} + \frac{k_2x_1^2}{2} = \left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right)\left(\frac{b}{l}\right)^2 x^2.$$

Thế năng trọng trường:

$$E_{t_2} = mgh = mgl(1 - \cos\alpha) \approx \frac{mg}{2l}x^2 ...$$

Cơ năng toàn phần của quả cầu:

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{(k_1 + k_2)b^2}{2l^2}x^2 + \frac{mg}{2l}x^2 + \text{const}.$$

Lấy đạo hàm E theo t và thay v = x'; v' = x", ta rút ra:

$$x'' + \left[\frac{g}{l} + \frac{(k_1 + k_2)b^2}{ml^2}\right]x = 0$$

hay: $x'' + \omega^2 x = 0$.

Với: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{(k_1 + k_2)b^2}{ml^2}} = 4\text{rad/s}.$

Chứng tỏ vật dao động điều hòa với tần số góc 4 rad/s. Chọn gốc thời gian lúc buông quả cầu, ta tìm được phương trình dao động:

$$x = \sin\left(4t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}.$$

12. 1) Vận tốc của quả cầu m_1 ngay trước khi va chạm (áp dụng định luật bảo toàn cơ năng).

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}k_1A_1^2, \qquad (1)$$

$$\rightarrow v_1 = A_1\sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = 10 \text{ cm/s}. \qquad (2)$$

Gọi v'_1, v'_2 là vận tốc của m_1, m_2 ngay sau va chạm, áp dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn động năng (chú ý rằng $m_1 = m_2$), ta có:

$$\begin{cases} m_1v_1 = m_1v'_1 + m_2v'_2 \\ \dfrac{m_1v_1^2}{2} = \dfrac{m_1v_1'^2}{2} + \dfrac{m_2v'_2}{2} \end{cases}.$$

Từ đó rút ra:

$$v'_1 = 0 \text{ và } v'_2 = v_1 = 10 \text{ cm/s} \qquad (3)$$

Độ nén cực đại A_2 của lò xo k_2 được xác định từ định luật bảo toàn cơ năng đối với con lắc 2 (chú ý đến (1), (2) và (3)):

$$\frac{1}{2}k_2A_2^2 = \frac{1}{2}m_2v_2'^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}k_1A_1^2.$$

Suy ra: $A_2 = A_1\sqrt{\dfrac{k_1}{k_2}} = 0{,}5\text{cm}.$

2. Gọi T_1 và T_2 lần lượt là chu kì dao động của con lắc 1, 2:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = \frac{\pi}{5}\text{ s};$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k_2}} = \frac{\pi}{10}\text{ s}.$$

Sau khi va chạm lần 1, quả cầu 1 dừng lại, còn quả cầu 2 chuyển động sang bên phải. Sau khoảng thời gian $t_2 = \frac{T_2}{2} = \frac{\pi}{20}$ s, quả cầu 2 trở về vị trí cân bằng và va chạm với quả cầu 1 tại đó. Vậy khoảng thời gian giữa lần va chạm 1 đến lần va chạm 2 là:

$$t_2 = \frac{\pi}{20} \approx 0{,}157\text{s}.$$

Sau va chạm lần 2, tiến hành tính toán như ở câu 1, ta thấy quả cầu 2 sẽ dừng lại và quả cầu 1 chuyển động sang bên trái. Sau khoảng thời gian $t_3 = \frac{T_1}{2} = \frac{\pi}{10}$s, quả cầu 1 trở về vị trí cân bằng và va chạm với quả cầu 2 tại đó. Như vậy khoảng thời gian từ lần va chạm 2 đến lần va chạm 3 là:

$$t_3 = \frac{\pi}{10} \approx 0{,}314\text{s}.$$

Tương tự $t_4 = 0{,}157\text{s}$, $t_5 = 0{,}314$ s...

Phần thứ ba

SÓNG CƠ HỌC - SÓNG ÂM

Chủ đề I PHƯƠNG TRÌNH SÓNG

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN.

1. Sóng cơ học là những dao động đàn hồi lan truyền trong môi trường vật chất theo thời gian.

Chu kì dao động T của sóng, tần số sóng f(tần số góc ω), vận tốc truyền sóng và bước sóng λ liên hệ với nhau theo các hệ thức:

$$T = \frac{1}{f}, \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f, \lambda = vT = \frac{v}{f}$$

2. Phương trình sóng, cũng tức là phương trình dao động tại một điểm M nằm cách nguồn O một khoảng r, có dạng:

$$u \equiv x_M = a_M \sin\omega(t - \tau) = a_M \sin\omega\left(t - \frac{r}{v}\right) =$$

$$= a_M \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right)$$

với T là thời gian để sóng (tức là một pha nhất định) truyền từ O đến M, a_M là biên độ sóng tại M.

3. Năng lượng sóng tại O và tại M:

$$W_o = ka_o^2, \qquad W_M = ka_M^2$$

với $k = \frac{D\omega^2}{2}$ là hệ số tỉ lệ (D là khối lượng riêng của môi trường truyền sóng), a_o là biên độ dao động tại O ($a_o > a_M$).

Với sóng tròn trên mặt phẳng: $W_o = 2\pi r W_M$.

Với sóng cầu: $W_o = 4\pi r^2 W_M$.

B. Bài tập cơ bản. *Xác định đặc trưng của sóng và viết phương trình sóng*

VÍ DỤ. Một mũi nhọn S được gắn vào đầu A của một lá thép nằm ngang và chạm vào mặt nước. Khi lá thép dao động với tần số f = 100Hz, S tạo ra trên mặt nước một sóng có biên độ 0,4cm.

a) Biết rằng khoảng cách giữa 7 gợn lồi liên tiếp là 3cm, hãy tính vận tốc truyền sóng trên mặt nước.

b) Viết phương trình sóng và phương trình dao động tại điểm M nằm trên mặt nước cách S một khoảng 5cm. Coi rằng biên độ không phụ thuộc vào khoảng cách tới S.

c) Chiếu sáng mặt nước bằng một đèn nhấp nháy phát ra 25 chớp sáng trong một giây. Hỏi khi đó người ta sẽ quan sát thấy gì?

Giải:

a) Giữa 7 gợn lồi liên tiếp có 6 bước sóng, do đó, theo đề bài ta có:

$$6\lambda = 3 \text{ cm},$$

suy ra: $\lambda = 0{,}5$ cm.

Dao động của lá thép cũng là dao động của S, tức là dao động của sóng. Ta có: f = 100 Hz.

Bước sóng $\lambda = vT = \frac{v}{f}$, suy ra vận tốc truyền sóng trên mặt nước $v = \lambda f = 50$ cm/s.

b) Ta chọn gốc thời gian là lúc phần tử nước ở S đi qua mặt thoáng theo chiều đi lên. Dao động của mặt nước ở S là:

$$x_o = a_o \sin\omega t = a_o \sin 2\pi f t.$$

Theo đề bài: $a_o = 0{,}4$ cm, $\omega = 2\pi f = 200\pi$ rad/s.

Ta có: $x_o = 0{,}4 \sin 200\pi t$ (cm)

Phương trình sóng (phương trình dao động của một điểm bất kì nằm cách S một khoảng d (cm)) là:

$$x = a\sin 200\pi\left(t - \frac{d}{v}\right),$$

với $a \approx a_o = 0,4$ cm,

hay $$x = 0,4\sin 200\pi\left(t - \frac{d}{50}\right)\ (\text{cm}).$$

Tại điểm M thì d = 5 cm, phương trình dao động tại M là:

$$x_M = 0,4\sin 200\pi\,(t - 0,1)\ (\text{cm}).$$

c) Khoảng thời gian giữa hai lần chớp sáng liên tiếp của đèn là:

$$t_o = \frac{1}{25} = 0,04\ \text{s}.$$

Chu kì dao động của sóng là: $T = \dfrac{1}{f} = 0,01$ s.

Ta nhận xét rằng $t_o = 4T$. Điều đó có nghĩa là trong khoảng thời gian t_o, sóng trên mặt nước đã lan truyền được một quãng đường bằng 4 lần bước sóng và nó lại trùng với chính nó. Do đó khi ta chiếu sáng mặt nước bằng đèn chớp sáng 25 lần trong một giây thì ta có cảm giác là hình như sóng không lan truyền đi và trên mặt nước có những gợn lồi, gợn lõm đứng yên.

C. BÀI TẬP ÁP DỤNG

Ở đầu một thanh thép đàn hồi dao động với tần số 16 Hz có gắn một quả cầu nhỏ chạm nhẹ vào mặt nước, khi đó trên mặt nước có hình thành một sóng tròn tâm O.

a) Người ta thấy rằng hai điểm M và N trên mặt nước, nằm cách nhau 6 cm trên một đường thẳng qua O, luôn luôn dao động cùng pha với nhau. Hãy tính vận tốc truyền sóng trên mặt nước biết rằng vận tốc đó chỉ vào khoảng từ 0,4 m/s đến 0,6 m/s.

b) Biết điểm M nằm cách O một khoảng 6 cm. Hãy so sánh biên độ dao động tại M và tại N.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ.

a) Vì hai điểm nằm trên cùng một phương truyền sóng, luôn luôn dao động đồng pha, nên khoảng cách giữa chúng phải là một số nguyên là bước sóng:

$$l = MN = k\lambda$$

Mặt khác: $$\lambda = \frac{v}{f}$$

suy ra: $$v = \frac{lf}{k}.$$

Theo đề bài $l = 6$ cm, $f = 16$ Hz.

Biết $0{,}4\ m/s \leq v \leq 0{,}6\ m/s$ hay $40 \leq v \leq 60$ (cm/s), a có

$$40 \leq \frac{96}{k} \leq 60$$

Từ đó suy ra: $1{,}6 \leq k \leq 2{,}4$

Vì k phải là một số nguyên nên ta có $k = 2$ và:

$$v = \frac{lf}{k} = 48\ cm/s.$$

b) Ta biết rằng với sóng tròn trên mặt phẳng, năng lượng sóng $W_o = 2\pi r W_M = 2\pi r k a_M^2$, điều đó có nghĩa là biên độ dao động sóng tỉ lệ nghịch với căn bậc hai của khoảng cách đến nguồn:

$$\frac{a_M}{a_N} = \sqrt{\frac{r_N}{r_M}}$$

với a_M và a_N là biên độ dao động sóng tại M và tại N,

$r_M = OM = 6$ cm, $r_N = ON = OM + MN = 12$ cm.

Vậy:

$$\frac{a_M}{a_N} = \sqrt{\frac{12}{6}} = \sqrt{2} = 1{,}41.$$

Chủ đề II SỰ GIAO THOA SÓNG. SÓNG DỪNG, SÓNG ÂM

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN:

1. Hai nguồn dao động có cùng tần số (hay chu kì) và độ lệch pha giữa chúng không thay đổi theo thời gian là hai nguồn kết hợp:

$$x_1 = A_1\sin(\omega t + \varphi_1),$$

$$x_2 = A_2\sin(\omega t + \varphi_2).$$

Độ lệch pha: $\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1 =$ không đổi.

Thường chỉ xét hai nguồn giống nhau: $A_1 = A_2$, $\varphi_1 = \varphi_2$ (hay $\Delta\varphi = 0$).

2. Hai sóng kết hợp là hai sóng do hai nguồn kết hợp phát ra, chúng có cùng bước sóng và hiệu số pha dao động tại cùng một điểm M không đổi theo thời gian:

$$x_{1M} = A_M\sin\omega\left(t - \frac{r_1}{v}\right),$$

$$x_{2M} = A_M\sin\omega\left(t - \frac{r_2}{v}\right),$$

$$\Delta\varphi_M = \omega\,\frac{r_2 - r_1}{v} = 2\pi\,\frac{r_2 - r_1}{\lambda} = 2\pi\,\frac{\Delta}{\lambda},$$

với $\Delta = r_2 - r_1$ là hiệu đường đi từ hai nguồn đến điểm M.

3. Điều kiện để dao động tại M có biên độ cực đại (vân giao thoa cực đại):

$$\Delta\varphi_M = 2k\pi$$

hay $\Delta = k\lambda$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2\ldots$).

Điều kiện để dao động tại M có biên độ cực tiểu (hoặc bằng không: M đứng yên) (vân cực tiểu):

$$\Delta\varphi_M = (2k + 1)\pi \text{ hay } \Delta = (2k + 1)\,\frac{\lambda}{2}$$

($k = 0, \pm 1, \pm 2...$).

4. Hai sóng kết hợp cùng biên độ, cùng phương truyền nhưng chiều ngược nhau, giao thoa với nhau, và kết quả là trên phương truyền sóng xuất hiện những nút sóng và bụng sóng cố định. Khi đó ta có sóng dừng. Một loại sóng dừng thường gặp khi có sự giao thoa của một sóng tới và sóng phản xạ của nó cùng truyền theo một phương.

a) Nếu sóng phản xạ tại một đầu cố định thì tại đầu đó sóng phản xạ luôn luôn ngược pha với sóng tới và tại đó có nút sóng.

b) Muốn ở hai đầu là hai nut hoặc hai bụng sóng thì khoảng cách l giữa hai đầu phải là số nguyên lần nửa bước sóng.

$$l = k\frac{\lambda}{2} \qquad (k = 1, 2, 3, 4,...).$$

c) Muốn một đầu là nút, một đầu là bụng sóng thì khoảng cách giữa hai đầu phải là một số lẻ lần một phần tư bước sóng:

$$l = (2k + 1)\frac{\lambda}{4} \qquad (k = 0, 1, 2, 3,...)$$

d) Khoảng cách giữa hai nút (hoặc hai bụng) cạnh nhau là $\frac{\lambda}{2}$.

5. Sóng âm là các sóng dọc cơ học truyền trong các môi trường khí, lỏng hoặc rắn. Sóng âm nghe thấy được có tần số nằm trong khoảng từ 16Hz đến 20.000 Hz.

a) Độ cao của âm là đặc trưng sinh lí của âm liên quan đến tần số âm. Âm cơ bản hay họa âm thứ nhất có tần số f_o. Họa âm thứ hai có tần số $2f_o$. Họa âm thứ ba có tần số $3f_o$.

b) Cường độ âm I (đơn vị W/m^2) là lượng năng lượng do sóng âm truyền qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với phương truyền âm tại điểm mà ta đo, trong một đơn vị thời gian.

c) Mức cường độ âm L:

$$L = \log\frac{I}{I_o}.$$

Đơn vị đo L: ben (B), $I_o = 10^{-12}$ W/m^2 là cường độ của âm chuẩn.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN.

B1. Bài tập dạng 1. *Khảo sát sự giao thoa của hai sóng* (xét vân giao thoa, lập phương trình sóng...)

I. VÍ DỤ: Một sợi dây thép nhỏ uốn thành hình chữ U (hai nhánh của nó cách nhau 8cm) được gắn vào đầu một lá thép nằm ngang và đặt sao cho hai đầu S_1 và S_2 của sợi dây thép chạm nhẹ vào mặt nước. Cho lá thép rung với tần số $f = 100$ Hz, biên độ dao động của S_1, S_2 là 0,4cm. Khi đó trên mặt nước, tại vùng giữa S_1 và S_2 người ta quan sát thấy xuất hiện 5 gợn lồi và những gợn này cắt đoạn S_1S_2 thành 6 đoạn mà hai đoạn ở hai đầu chỉ dài bằng một nửa các đoạn còn lại.

1. Tính bước sóng và vận tốc truyền sóng trên mặt nước.

2. Viết phương trình dao động tại điểm M nằm trên mặt nước cách S_1 và S_2 lần lượt là $r_1 = 6$cm và $r_2 = 10$cm.

3. Nếu bây giờ ta uốn sợi dây sao cho khoảng cách giữa hai nhánh chữ U giảm đi và chỉ còn bằng 8mm thì ta sẽ quan sát thấy bao nhiêu gợn lồi trong vùng giữa S_1 và S_2.

Giải:

1. Khi lá thép rung thì hai nhánh chữ U sẽ kích thích cho các phần tử nước ở hai điểm S_1 và S_2 dao động và chúng trở thành hai nguồn phát sóng kết hợp (có cùng tần số $f = 100$Hz và cùng pha). Hai sóng kết hợp do hai nguồn S_1, S_2 phát ra, lan trên mặt nước, khi gặp nhau sẽ giao thoa với nhau. Tại những điểm mà hiệu đường đi đến S_1 và S_2 là một số nguyên lần bước sóng ($r_2 - r_1 = k\lambda$) thì dao động tổng hợp của các phân tử nước sẽ có biên độ cực đại. Quỹ tích của các điểm đó là những đường hipebol có hai tiêu điểm là S_1 và S_2. Mỗi đường hipebol ứng với một giá trị của k. Vì các phần tử nước tại các điểm đó dao động rất mạnh nên nhìn vào mặt nước ta sẽ thấy những hipebol này biểu hiệu thành gợn lồi. Đặc biệt, gợn lồi ứng với $k = 0$ sẽ là một đường thẳng nằm trên đường trung trực của S_1S_2.

Xen kẽ với các gợn lồi là các gợn lõm, tại đó các phần tử nước nằm yên (dao động tổng hợp có biên độ bằng không).

Để tính bước sóng ta xét giao điểm M_o của gợn lồi với đường S_1S_2 nằm gần S_2 nhất. Vì chỉ có 5 gợn lồi nên ta có $r_1 - r_2 = k\lambda$ với $k = 0, \pm 1, \pm 2$ và tại M_o ta có $r_1 - r_2 = 2\lambda$ (1). Mặt khác, theo đề bài, 5 gợn lồi đó cắt đoạn S_1S_2 thành 6 đoạn mà hai đoạn ở hai đầu chỉ dài bằng một nửa các đoạn còn lại, như vậy có nghĩa là ta sẽ có:

$$r_1 = \frac{9d}{10} \text{ và } r_2 = \frac{d}{10}, \text{ với } d = S_1S_2. \qquad 2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $r_1 - r_2 = 0{,}8d = 2\lambda$

hay: $\lambda = 0{,}4d = 0{,}4 \,.\, 8 = 3{,}2$ cm.

Vận tốc truyền sóng trên mặt nước:

$$v = \lambda f = 320 \text{ cm/s} = 3{,}2 \text{ m/s}.$$

2. Phương trình dao động tại S_1 và S_2: $x_1 = x_2 = A\sin\omega t = 0{,}4\sin 200\pi t$ (cm). Phương trình dao động tại M do sóng truyền từ S_1 và S_2 tới gây ra

$$x_{1M} = A_{1M} \sin 200\pi \left(t - \frac{r_1}{v}\right),$$

$$x_{2M} = A_{2M} \sin 200\pi \left(t - \frac{r_2}{v}\right).$$

Coi rằng $A_{1M} = A_{2M} = A = 0{,}4$cm. Phương trình dao động tổng hợp tại M:

$$x_M = x_{1M} + x_{2M} = 2A\cos\left(200\pi \frac{r_1 - r_2}{2v}\right)$$

$$\times \sin 200\pi \left(t - \frac{r_1 + r_2}{2v}\right).$$

Thay số ta được:

$$x_M = 2A\cos\frac{5\pi}{4} \sin 200\pi\,(t - 0{,}05),$$

$$x_M = -4\sqrt{2} \sin 200\pi\,(t - 0{,}05) \text{ (mm)}.$$

3. Để cho thuận tiện ta có thể góp các công thức xác định vị trí của các gợn lồi và gợn lõm thành một công thức duy nhất $r_1 - r_2 = k\lambda/2$, khi đó gợn lồi ứng với $k = 0, \pm 2, \pm 4...$, còn gợi lõm ứng với $k = \pm 1, \pm 3...$ Xét một điểm M trên S_1S_2, dĩ nhiên ta có: $|r_1 - r_2| \leq S_1S_2$, với

$$S_1S_2 = d = 0{,}8\,\text{cm} = \frac{\lambda}{4}.$$

Do đó ta có: $\left| k\frac{\lambda}{2} \right| \leq \frac{\lambda}{4}$ hay $|k| \leq 0{,}5$.

Vì k phải là một số nguyên, nên ta phải có $k = 0$, tức là chỉ quan sát được một gợn lồi nằm dọc theo đường trung trực của S_1S_2.

II. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

Hai nguồn phát sóng kết hợp S_1 và S_2, luôn luôn dao động cùng pha nằm cách nhau 6cm trên mặt nước. Người ta quan sát thấy rằng, các giao điểm của các gợn lồi với đường thẳng S_1S_2 chia S_1S_2 làm 10 đoạn bằng nhau.

a) Tính bước sóng và vận tốc truyền sóng trên mặt nước, biết rằng tần số dao động của S_1 và S_2 là 50Hz.

b) Hãy tìm trên đường trung trực của S_1S_2 những điểm dao động cùng pha với dao động của trung điểm O của S_1S_2.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ.

a) Gợn lồi nằm dọc theo đường trung trực S_1S_2 ứng với $r_1 - r_2 = 0$.

Giao điểm của gợn lồi nằm ngay cạnh đường trung trực của S_1S_2, về phía S_2, ứng với hiệu đường đi: $r'_1 - r'_2 = \lambda$,

với: $$r'_1 = r_1 + \frac{S_1S_2}{10} = r_1 + 0{,}6\text{cm}$$

$$r'_2 = r_2 - \frac{S_1S_2}{10} = r_2 - 0{,}6\text{cm}$$

Vì: $r_1 = r_2$, rút ra $\lambda = 1{,}2\text{cm}$.

Vận tốc truyền sóng trên mặt nước: $v = \lambda f = 60$ cm/s.

b) Muốn cho dao động tại điểm M trên đường trung trực cùng pha với dao động tại 0 ta phải có:

$$S_1M - S_1O = k\lambda \text{ với } k = 0, 1, 2...$$

Mặt khác ta lại có: $OM^2 = S_1M^2 - S_1O^2 = (S_1O + k\lambda)^2 - S_1O^2$

$\rightarrow OM^2 = k\lambda\ (2S_1O + k\lambda)$

Với $\lambda = 1{,}2$ cm, $S_1O = 3$ cm, ta có:

$$OM = \sqrt{k\,(7{,}2 + 1{,}44\,k)}\ (\text{cm})$$

Từ đó tìm được OM = 0; 2,94cm; 4,49cm; 5,88cm...

B2. Bài tập dạng 2: *Khảo sát sóng dừng (phương trình dao động, nút sóng, bụng sóng, bước sóng...)*

I. VÍ DỤ:

Một sợi dây OA dài 60cm, đầu A cố định, đầu O dao động điều hòa theo phương trình $x_o = 0{,}5 \sin 400\pi t$ (cm).

1. Viết phương trình dao động của một điểm M trên dây cách A một khoảng d, do sự giao thoa của sóng tới và sóng phản xạ từ A. Cho biết vận tốc truyền sóng trên dây là 120 m/s và coi biên độ sóng giảm không đáng kể.

2. Xác định vị trí của các nút sóng. Tính khoảng cách giữa hai nút sóng kế tiếp.

3. Xác định vị trí các bụng sóng. Tính bề rộng của một bụng sóng.

Giải:

1. Phương trình dao động của O: $x_o = a\sin 2\pi ft$,

với a = 0,5cm, f = 200 Hz.

Điểm M cách O một khoảng bằng $l - d$ ($OA = l$).

Do đó phương trình dao động tại M do sóng tới từ O truyền đến là:

$$x_{1M} = a\sin 2\pi f\left(t - \frac{l-d}{v}\right) = a\sin 2\pi\left(ft - \frac{l-d}{\lambda}\right).$$

Phương trình dao động tại A do sóng tới từ 0 truyền đến là:

$$x_A = a\sin 2\pi f\left(t - \frac{l}{v}\right) = a\sin 2\pi\left(ft - \frac{l}{\lambda}\right).$$

Vì A là vật cản cố định nên sóng phản xạ tại A luôn luôn ngược pha với sóng tới tại A. Do đó phương trình dao động tại A gây ra bởi sóng phản xạ là:

$$u_A = -x_A = -a\sin 2\pi\left(ft - \frac{l}{\lambda}\right).$$

Phương trình dao động tại M do sóng phản xạ truyền đến là:

$$u_M = -a\sin 2\pi\left[f\left(t - \frac{d}{v}\right) - \frac{l}{\lambda}\right] =$$

$$= -a\sin 2\pi\left(ft - \frac{l+d}{\lambda}\right).$$

Phương trình dao động tổng hợp tại M là:

$$x_M = x_{1M} + u_M = 2a\sin\frac{2\pi d}{\lambda}\cos 2\pi\left(ft - \frac{l}{\lambda}\right).$$

Thay số ta được: $\lambda = \frac{v}{f} = 60$ cm,

$$x_M = \sin\frac{\pi d}{30}\cos 2\pi(200t - 1)\ (\text{cm})$$

2. Vị trí các nút sóng ứng với $\left|2a\sin\frac{2\pi d}{\lambda}\right| = 0$

hay $\left|\sin\frac{\pi d}{30}\right| = 0,$

suy ra $\frac{\pi d}{30} = k\pi \rightarrow d = 30k$ (cm).

Như vậy hai nút liên tiếp cách nhau 30 cm.

3. Vị trí các bụng sóng ứng với $\left| 2a\sin 2\pi \frac{d}{\lambda} \right| = 2a$

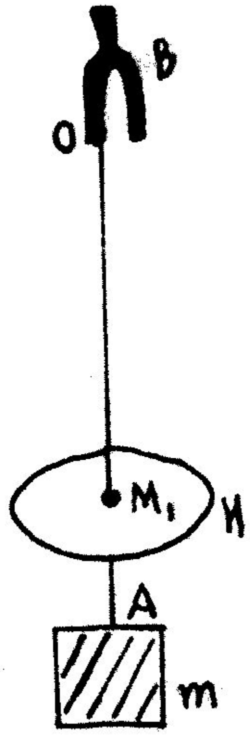
hay: $$2\pi \frac{d}{\lambda} = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$$

$$\rightarrow d = (2k + 1)\frac{\lambda}{4} = 15\,(2k + 1)\ (cm)$$

Bề rộng của bụng sóng là:

$$2.2a = 4a = 2cm.$$

II. BÀI TẬP ÁP DỤNG.



Một sợi dây OA không dãn, đầu O gắn vào một nhánh của âm thoa B, đầu A treo một vật có khối lượng m để làm căng dây. Dây xuyên qua một lỗ nhỏ của đĩa kim loại mỏng K, nhờ đó điểm M_1 của sợi dây được giữ bất động.

a) Khi m = 4 kg và $OM_1 = l_1 = 1m$ thì, cho âm thoa dao động với tần số f = 100Hz, người ta quan sát thấy có hình thành sóng dừng trên dây mà tại O và tại M_1 có các nút sóng và giữa chúng có một bụng sóng.

Hãy tính vận tốc truyền sóng trên dây.

b) Biết rằng vận tốc truyền sóng trên một sợi dây được xác định bằng công thức $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ với F là lực làm căng dây và μ là khối lượng của một đơn vị dài của dây, hãy tính μ.

c) Với giá trị nào của m thì trên đoạn dây OM_1 đó người ta sẽ quan sát thấy 4 bụng sóng, O và M_1 là các nút sóng.

d) Vẫn treo vật có khối lượng m = 4 kg nhưng dịch chuyển đĩa K tới vị trí M_2 (với $OM_2 = l_2$) sao cho quan sát thấy trên OM_2 có hai bụng sóng và, O và M_2 là các nút sóng. Hãy tính l_2. Lấy $g = 10m/s^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ.

a) Vì khoảng cách giữa hai nút cạnh nhau là $\frac{\lambda}{2}$ nên ta có

$$l_1 = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f},$$

suy ra: $v = 2fl_1 = 2.100.1 = 200$ m/s.

b) Áp dụng công thức: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, ở đây $F = P = mg$,

suy ra: $$\mu = \frac{mg}{v^2} = 10^{-3}\ \text{kg/m}.$$

c) Giả sử trên dây ta quan sát thấy k bụng sóng, ta có:

$$l_1 = k\frac{\lambda}{2} = \frac{kv}{2f} = \frac{k}{2f}\sqrt{\frac{m'g}{\mu}},$$

suy ra: $$m' = \frac{4l_1^2f^2\mu}{gk^2}$$

Thay số (ở đây $k = 4$) ta được:

$$m = 0{,}25\ \text{kg}$$

d) Ta có: $$l_2 = \frac{k}{2f}\sqrt{\frac{mg}{\mu}} \text{ với } k = 2.$$

Thay số ta được: $l_2 = 2$m.

B3. Bài tập dạng 3: *Xác định mức cường độ âm và ngưỡng nghe của tai.*

I. VÍ DỤ.

Ở khoảng cách 1m trước một cái loa mức cường độ âm là 70 dB.

1. Hãy tính mức cường độ âm do loa đó phát ra tại điểm nằm cách 5m trước loa. Coi sóng âm do loa đó phát ra là sóng cầu.

2. Một người đứng trước và cách loa nói trên ngoài 100m thì không nghe được âm do loa đó phát ra nữa. Hãy xác định ngưỡng nghe của tai người đó (theo đơn vị W/m^2). Cho biết cường độ chuẩn của âm là $I_o = 10^{-12} W/m^2$.

Bỏ qua sự hấp thụ âm của không khí và sự phản xạ âm trên tường

Giải:

1. Gọi r_1, r_2, r_3 là khoảng cách từ loa đến các điểm A, B, C mà $r_1 = 1m$, $r_2 = 5m$, $r_3 = 100m$. Gọi I là công suất phát âm của loa, coi như một nguồn điểm và I_1, I_2, I_3 lần lượt là cường độ âm tại các điểm A, B, C. Ta có (vì với sóng cầu $W_o = 4\pi r^2 W_M$):

$$I_1 = \frac{I}{4\pi r_1^2}, \qquad I_2 = \frac{I}{4\pi r_2^2}, \qquad I_3 = \frac{I}{4\pi r_3^2}. \tag{1}$$

Gọi L_1, L_2, L_3 lần lượt là mức cường độ âm tại các điểm A, B, C (đo bằng đơn vị dB), ta có:

$$L_1 = 10\log\frac{I_1}{I_o},\ L_2 = 10\log\frac{I_2}{I_o},\ L_3 = 10\log\frac{I_3}{I_o} \tag{2}$$

với $I_o = 10^{-12}$ W/m^2 là cường độ âm chuẩn.

Theo đề bài $L_1 = 70$ dB.

Theo (1) ta có $L_1 = 10(\log I_1 - \log I_o)$,

$L_2 = 10(\log I_2 - \log I_o)$.

Suy ra: $L_2 - L_1 = 10(\log I_2 - \log I_1) = 10\log\frac{I_2}{I_1}$.

Theo (1) ta lại có:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}.$$

Do đó: $L_2 - L_1 = 10\log\frac{1}{25} = -10\log 25 = -13,979$,

$L_2 - L_1 \approx -14$,

hay: $L_2 = L_1 - 14 = 70 - 14 = 56dB$.

Vậy mức cường độ âm tại B là 56dB.

2. Theo (2) ta lại có: $L_3 = 10(\log I_3 - \log I_o)$.

Suy ra: $$L_3 - L_1 = 10\log\frac{I_3}{I_1}.$$

Theo (1) $$\frac{I_3}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_3}\right)^2 = \left(\frac{1}{100}\right)^2 = 10^{-4}.$$

Do đó: $$L_3 - L_1 = 10\log 10^{-4} = -40$$

→ $$L_3 - L_1 - 40 = 70 - 40 = 30.$$

Từ đó:

$$L_3 = 10\log\frac{I_3}{I_o} = 30 \rightarrow \log\frac{I_3}{I_o} = 3 = \log 10^3$$

hay $I_3 = 10^3 I_o = 10^{-9}$ W/m^2.

Vậy ngưỡng nghe của tai người đó là 10^{-9}W/m^2.

II. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

1. Hai âm có mức cường độ âm chênh nhau 1dB. Hãy tìm tỉ số cường độ âm của chúng. Hỏi mức cường độ âm của một âm tăng lên bao nhiêu dB nếu cường độ âm của âm đó tăng lên 3000 lần.

2. Một người đứng cách một cái loa khoảng 20m, trước loa, nghe được âm ở mức cường độ khoảng 60dB. Tính công suất phát âm của loa. Cho rằng loa có dạng một hình nón có nửa góc ở đỉnh là 30°. Cho biết cường độ âm chuẩn là 10^{-12}W/m^2.

Bỏ qua sự hấp thụ âm của không khí.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ.

1. Ta có: $L_1 = 10\log\frac{I_1}{I_o}$, $L_2 = 10\log\frac{I_2}{I_o}$;

từ đó: $L_2 - L_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 1\text{db}$, suy ra $\frac{I_2}{I_1} = 1{,}26$

Ngược lại, biết $\frac{I_2}{I_1} = 3000$, suy ra $L_2 - L_1 = 34{,}8$ dB.

2. Mức cường độ âm (đo bằng dB) tại điểm mà ta xét là:

$$L = 10 \log \frac{I}{I_o} = 60$$

(với $I_o = 10^{-12}\text{W/m}^2$), suy ra $\log \frac{I}{I_o} = 6$

hay $I = 10^6 I_o = 10^{-6}\text{W/m}^2$.

Gọi r = 20m là khoảng cách từ loa đến điểm mà ta xét. Diện tích của chỏm cầu bán kính r và chiều cao h là $S = 2\pi rh$. Vì một nửa góc mở của chỏm cầu là 30° nên $h = r - r\cos 30° = r\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Từ đó $S = 2\pi r^2 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Công suất mà chỏm cầu nhận được bằng công suất phát âm của loa

$$P = IS = 2\pi I r^2 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 3.36 \,.\, 10^{-4}\ \text{W}.$$

C. BÀI TẬP TỔNG HỢP.

1. Một sợi dây đàn bầu dài 80 cm.

a) Tính lực căng của dây khi người ta gẩy cho đàn phát ra âm có tần số 220Hz. Cho biết vận tốc truyền sóng trên dây có thể tính theo công thức

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

trong đó F là lực căng của dây và μ là khối lượng của một đơn vị chiều dài của dây; cho $\mu = 2 \,.\, 10^{-4}$ kg/m.

b) Tính độ biến thiên lực căng của dây nếu thoạt tiên người ta gẩy cho đàn phát ra âm có tần số 220Hz, rồi sau đó kéo cần đàn cho nó luyến lên âm có tần số 550 Hz.

2. Một ống sáo dọc có miệng lỗ thổi hơi (nguồn âm) cách lỗ ứng với âm La cao 19cm.

a) Tính tần số của âm La cao đó, biết rằng ở hai đầu cột không khí trong ống sáo (đầu chỗ nguồn âm và đầu ở nốt La cao) là hai bụng sóng dừng. Vận tốc truyền âm trong không khí ở nhiệt độ phòng lúc thổi sáo là 331m/s)

b) Tính khoảng cách giữa miệng lỗ thổi hơi và lỗ ứng với âm. Đô cao (có tần số 518 Hz) trên ống sáo đó.

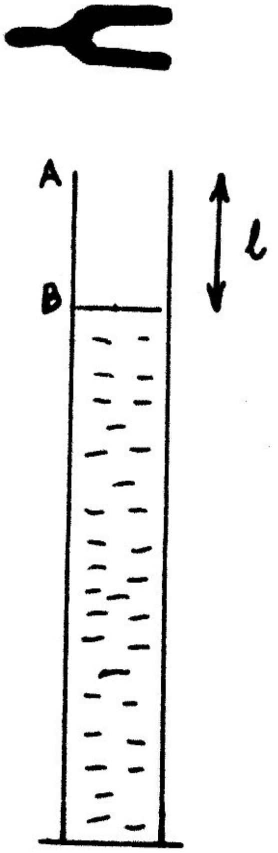
c) Biết rằng các âm La trầm và âm Đô trầm có tần số bằng nửa tần số của các âm La cao và Đô cao. Hãy tính khoảng cách giữa hai lỗ ứng với hai âm La, và khoảng cách giữa hai lỗ ứng với hai âm Đô, trên ống sáo đó.

3. Có một ống sáo bằng nhôm ở nhiệt độ 15°C. Cột không khí ống sáo là một hộp cộng hưởng có hai bụng sóng ở hai đầu.

a) Hãy tính khoảng cách từ miệng lỗ thổi hơi (nguồn âm) đến lỗ ứng với nốt La_3 (có tần số 440 Hz). Cho biết vận tốc truyền âm trong không khí tỉ lệ thuận với $\sqrt{T}$ (T là nhiệt độ tuyệt đối của không khí), và ở 0°C vận tốc âm là 330m/s.

b) Ở nhiệt độ 35°C thì âm ứng với nốt La_3 của ống sáo đó sẽ có tần số là bao nhiêu. Cho biết hệ số nở dài của nhôm là $2{,}3.10^{-5}\ K^{-1}$.

4. Cột không khí trong ống thủy tinh có độ cao l có thể thay đổi được nhờ điều chỉnh mực nước trong ống. Đặt một âm thoa K trên miệng ống thủy tinh đó. Khi âm thoa dao động nó phát ra một âm cơ bản, ta thấy trong cột không khí có một sóng dừng ổn định.

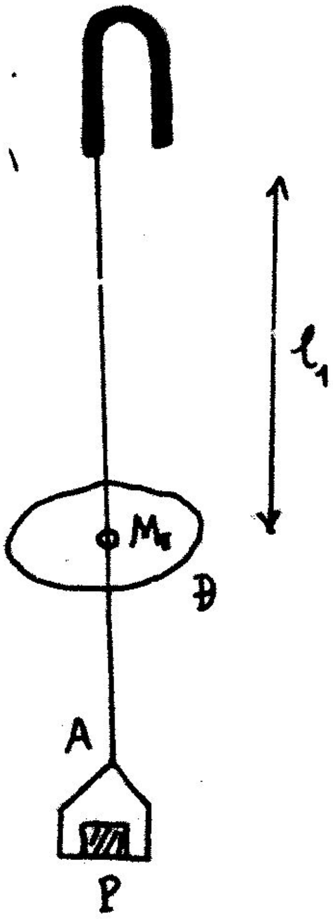


a) Khi độ cao thích hợp của cột không khí có trị số nhỏ nhất $l_o = 12$ cm, người ta nghe thấy âm to nhất. Tính tần số của âm do âm thoa phát ra, biết rằng đầu A hở của cột không khí là một bụng sóng, còn đầu B kín là một nút sóng.

b) Thay đổi (tăng) độ cao của cột không khí (hạ mực nước trong ống) ta thấy khi nó bằng 60cm thì âm lại to nhất (lại có cộng hưởng âm). Tính số bụng sóng trong cột không khí.

Cho biết vận tốc truyền âm là 340m/s.

5. Một sợi dây OA thẳng đứng không giãn, đầu O gắn vào nhánh của một âm thoa dao động với tần số f không đổi. đầu A treo một vật trọng lượng P để làm căng dây (xem hình vẽ). Dây xuyên qua một lỗ thủng nhỏ đục trên đĩa kim loại mỏng Đ để cho điểm M_1 của dây được giữ bất động.



1. Với P = 20N và dịch chuyển đĩa tới vị trí M_1 ứng với $OM_1 = l_1 = 1$m ta quan sát thấy sóng dừng trên dây mà O và M_1 là các nút sóng và giữa chúng có một bụng sóng.

a) Biết vận tốc truyền sóng trên dây lúc đó là v = 100m/s, hãy tìm tần số của âm thoa.

b) Giả sử vận tốc truyền sóng trên dây có biểu thức $v = \sqrt{\frac{P}{\mu}}$, trong đó P là trọng lượng làm căng dây, μ là khối lượng của một đoạn dây dài 1m, hãy tính khối lượng của đoạn dây OM_1.

2. Với giá trị nào của P thì trên đoạn dây OM_1 quan sát thấy hai bụng sóng mà O và M_1 là hai nút sóng.

3. Nếu lấy P = 10N, đồng thời dịch chuyển đĩa tới vị trí M_2 ($OM_2 = l_2$) để quan sát thấy trên OM_2 có hai bụng sóng mà O và M_2 là hai nút sóng thì l_2 có giá trị bao nhiêu?

(Đề thi tuyển sinh Đại học Hàng Hải năm 1996).

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. a) Đàn phát âm cơ bản $\lambda = 2l = \frac{v}{f}$

$$\rightarrow v = 2lf = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

suy ra $$F = 4l^2f^2\mu \approx 39N. \qquad (1)$$

b) Vì tần số tăng lên gấp $\frac{550}{220} = 2,5$ lần nghĩa là $f' = 2,5f$ nên lực căng của dây sẽ tăng lên gấp $(2,5)^2 = 6,25$ lần:

$$F' = 6,25F = 243,75 \approx 244\ N.$$

Độ biến thiên lực căng của dây là:

$$\Delta F = F' - F = 209N.$$

2. a) Gọi λ_1 là bước sóng của âm La cao.

Khoảng cách giữa hai bụng sóng dừng trong ống sáo là một số nguyên lần nửa bước sóng âm.

Do đó ta có:

$$l_1 = k\frac{\lambda_1}{2},$$

với $l_1 = 19$ cm. Gọi tần số của âm La cao là f_1. Ta có $\lambda_1 = \frac{v}{f_1}$, với v là vận tốc âm.

Suy ra: $$f_1 = k\frac{v}{2l_1} \approx k\,.\,871\ Hz.$$

Âm ứng với $k = 1$ (âm cơ bản) có cường độ lớn nhất mà ống sáo phát ra. Do đó ta có thể nói: tần số của âm La cao của ống sáo đó là

$$f_1 = 871\ Hz.$$

b) Với âm Đô cao, có tần số $f_2 = 518$ Hz, một cách tương tự ta có:

$$l_2 = k\frac{v}{2f_2}.$$

Ta cũng chỉ lấy k = 1. Từ đó ta có

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{871}{518} \approx 1{,}68$$

$\rightarrow l_2 = 1{,}68 l_1 \approx 0{,}319\ \text{m} = 31{,}9\ \text{cm}.$

c) Tần số của các âm La trầm và Đô trầm là:

$$f_3 = \frac{1}{2} f_1 = 436\ \text{Hz};\ f_4 = \frac{1}{2} f_2 = 259\ \text{Hz}.$$

Khoảng cách từ miệng lỗ thổi đến các lỗ ứng với hai âm trầm đó là:

$$\frac{l_3}{l_1} = \frac{f_1}{f_3} = 2;\ l_3 = 2l_1 = 38\text{cm},$$

$$\frac{l_4}{l_2} = \frac{f_2}{f_4} = 2;\ l_4 = 2l_2 = 63{,}8\ \text{cm}.$$

3. a) Ống sáo được coi như một hộp cộng hưởng có hai bụng ở hai đầu (hai đầu hở). Gọi l là khoảng cách từ miệng lỗ thổi đến lỗ ứng với âm La_3 ta có

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f},$$

với v là vận tốc âm trong không khí ở 15°C.

Gọi v_o và v là vận tốc âm trong không khí ở 0°C ($T_o = 273$K) và ở 15°C

($T = 15 + 273$K) ta có $\frac{v}{v_o} \sqrt{\frac{T}{T_o}} = \sqrt{\frac{288}{273}}$

$$\rightarrow v = v_o \sqrt{\frac{288}{273}} \approx 339\ \text{m/s}.$$

Từ đó: $l = \frac{v}{2f} = \frac{339}{2 . 440} \approx 0{,}385\ \text{m} = 38{,}5\ \text{cm}.$

b) Gọi l_o là khoảng cách từ miệng lỗ thổi đến lỗ ứng với âm La_3 ở 0°C, l và l' là khoảng cách đó ở 15°C và 35°C ta có:

$$l = l_o(1 + 15\alpha),$$

$$l' = l_o(1 + 35\alpha). \text{ Với } \alpha = 2,3 \cdot 10^{-5}\,K^{-1}.$$

Suy ra: $l' = l\dfrac{1 + 35\alpha}{1 + 15\alpha} \approx l(1 + 20\alpha) \approx 38,67\,cm.$

Ở 35°C (T = 35 + 273 = 308 K) vận tốc âm bằng:

$$v' = v_o\sqrt{\frac{308}{273}} \approx 350,5\ m/s.$$

Tần số của âm lúc đó là:

$$f' = \frac{v'}{2l'} = \frac{350,5}{2 \cdot 0,36867} \approx 453\,Hz.$$

4. a) Vì l_o là độ cao ngắn nhất nên giữa hai đầu A và B của cột không khí còn có một nút hay một bụng sóng liền kề nó. Do đó:

$$l_o = \frac{\lambda}{4};\ \text{suy ra } l = 4l_o = 48\ cm.$$

Tần số của âm do âm thoa phát ra

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0,48} \approx 708Hz$$

b) Ta thấy $\dfrac{l}{l_o} = \dfrac{60}{12} = 5,$

$$\text{suy ra } l = 5l_o = 5 \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{4} + 2 \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad (1)$$

Ta biết vị trí các bụng sóng cách mặt phản xạ B một khoảng

$$L = \frac{\lambda}{4} + k\frac{\lambda}{2} \text{ với } k = 0, 1, 2... \qquad (2)$$

(vì bụng sóng thứ nhất cách B là $\frac{\lambda}{4}$ và khoảng cách giữa hai bụng sóng liên tiếp là $\frac{\lambda}{2}$).

Từ (1) và (2) suy ra k = 2. Vậy khi $l_1 = 60$cm thì nếu không kể bụng sóng ở đầu A, trong phần giữa hai đầu A và B của cột không khí có 2 bụng sóng.

5. Giải tương tự như ở Bài tập áp dụng, Bài tập dạng 2.

1. a) $l = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f} \rightarrow f = \frac{v}{2l} = 50$ Hz.

b) Từ $v = \sqrt{\frac{P}{\mu}}$ suy ra $\mu = \frac{P}{v^2} = 2 . 10^{-3}$ kg/m.

$\rightarrow m = \mu . l_1 = 2 . 10^{-3}$ kg.

2. $l = k\frac{\lambda}{2} = \frac{k}{2} . \frac{v}{f} = \frac{k}{2f}\sqrt{\frac{P}{\mu}}$.

Do đó $P = \frac{4l^2 . f^2\mu}{k^2} = 5$N.

3. $l_2 = \frac{k}{2f}\sqrt{\frac{P}{\mu}} = \sqrt{2}$ m.

Phần thứ tư

DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

Chủ đề 1. SUẤT ĐIỆN ĐỘNG XOAY CHIỀU

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN.

1. Cho khung dây dẫn diện tích S quay đều với vận tốc góc ω trong từ trường đều $\vec{B}$ ($\vec{B} \perp$ trục quay).

Từ thông qua khung $\phi = BS\cos\alpha$, α là góc giữa $\vec{B}$ và pháp tuyến $\vec{n}$ của khung, $\alpha = \omega t$ (nếu lúc t = 0, $\vec{n} \parallel \vec{B}$).

2. Suất điện động xoay chiều xuất hiện trong khung:

$$E = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = BS\omega\sin\omega t = E_0\sin\omega t,$$

với $E_0 = BS\omega \; (= \phi_{max}\omega)$.

Nếu khung dây có N vòng dây thì

$$\phi = NBS\cos\omega t,$$

và $E_0 = NBS\omega \; (= \phi_{max}\omega)$.

3. Nếu lúc t = 0, $\vec{n}$ hợp với $\vec{B}$ một góc φ ta có:

$$E = E_0\sin(\omega t + \varphi).$$

4. Chu kì và tần số dòng điện xoay chiều:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}, \; \omega = 2\pi f.$$

B. BÀI TẬP CƠ BẢN.

Một khung dây có 2000 vòng, diện tích một vòng là 200 cm^2, được đặt trong một từ trường đều B = 0,1 T. Cho khung dây quay đều với vận tốc góc ω = 300 vòng/phút.

a) Tính ϕ_{max} và E_o.

b) Viết biểu thức của suất điện động xoay chiều, biết rằng lúc t = 0 thì mặt khung dây vuông góc với véctơ $\vec{B}$.

Giải.

a) Ta có $\phi = NBS\cos\alpha = NBS\cos\omega t$.

Do đó $\phi_{max} = NBS = 2000.0,1.200.10^{-4} = 4Wb$,

$E_o = NBS\omega$, với $\omega = 300$ vòng/phút $= 300.2\pi/60 = 10\pi$ rad/s

Suy ra $E_0 = 4.10\pi \approx 126V$.

b) Biểu thức của suất điện động xoay chiều:

$$E = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = E_o\sin\omega t,$$

$$E = 127\sin 10\pi t\ (V).$$

C. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

1. Áp dụng các công thức $\phi = NBS\cos\alpha$ (với $\alpha = \omega t + \varphi$

φ là góc giữa $\vec{n}$ và $\vec{B}$)

và $E = -\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t} = NBS\omega\sin(\omega t + \varphi)$

hay $E = E_0\sin(\omega t + \varphi)$,

với $E_0 = NBS\omega$.

2. Cần chú ý đến điều kiện cho trong đề bài về góc hợp bởi $\vec{n}$ và $\vec{B}$. Nếu $\vec{n} \parallel \vec{B}$ thì $\varphi = 0$, còn nếu $\vec{n} \perp \vec{B}$ thì

$$\varphi = \frac{\pi}{2}.$$

3. Khi tính toán bằng số, cần quy đổi các đại lượng cho trong đề bài về các đơn vị SI (S tính bằng m^2, ω tính bằng rad/s, φ tính bằng radian). Chú ý ghi bên cạnh biểu thức của e đơn vị của suất điện động (V).

D. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

1. Một khung dây quay đều trong từ trường B với ω = 150 vòng/phút. Lúc t = 0 thì $\vec{n}$ cùng phương, chiều với $\vec{B}$, lúc $t = \frac{1}{4}$s thì suất điện động xoay chiều bằng 168V.

Hãy tính ϕ_{max} và viết biểu thức của suất điện động.

2. Một khung dây quay đều với vận tốc 3000 vòng/phút trong một từ trường đều. Hãy viết biểu thức của suất điện động trong khung. Cho biết từ thông cực đại qua khung dây là $\frac{1}{\pi}$ Wb và lúc t = 0 thì góc hợp bởi $\vec{n}$ và $\vec{B}$ bằng 60°.

3. Một cuộn dây bẹt hình chữ nhật, tiết diện 54cm^2, có 500 vòng dây, quay với vận tốc 50 vòng/giây, xung quanh một trục đi qua tâm và song song với một cạnh khung. Đặt cuộn dây trong từ trường đều có cảm ứng từ B = 0,1 tesla vuông góc với trục quay. Tính từ thông cực đại qua cuộn dây. Tìm biểu thức của suất điện động xuất hiện trong cuộn dây, biết rằng tại thời điểm ban đầu bề mặt của cuộn dây vuông góc với véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. Áp dụng công thức $E = E_0 \sin\omega t$,

với ω = 150 vòng/phút = 2,5 vòng/s = 5π rad/s.

Theo đề bài lúc $t = \frac{1}{4}$ s, $|e| = 168$V, suy ra $E_0 = 168\sqrt{2}$ (V).

Biểu thức của suất điện động xoay chiều

$$e = 168\sqrt{2}\sin 5\pi t \text{ (V)}.$$

$$\phi_{max} = \frac{E_0}{\omega} = 15{,}1\text{Wb}.$$

2. ω = 3000 vòng/phút = 50 vòng/s = 100πrad/s.

$$E_0 = \phi_{max}\,\omega = 100\text{V},\ \varphi = 60^\circ = \frac{\pi}{3},$$

$$e = 100\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\ (V).$$

3. $\phi_{max} = NBS = 0{,}27Wb \quad \omega = 100\pi rad/s$

$$E_0 = \phi_{max}\omega = 84{,}8V;$$

$$e = 84{,}8\sin 100\pi t\ (V)$$

Chủ đề 2 MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU KHÔNG PHÂN NHÁNH.

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN.

1. Biểu thức của cường độ dòng điện (tức thời) trong mạch

$$i = I_0\sin\omega t. \qquad (1)$$

Biểu thức của hiệu điện thế giữa hai đầu mạch điện

$$u = U_0\sin(\omega t + \varphi), \qquad (2)$$

với φ là độ lệch pha của u so với i $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f.$ (3)

Cường độ dòng điện hiệu dụng $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}.$ (4)

Hiệu điện thế hiệu dụng $U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}.$ (5)

Suất điện động hiệu dụng $E = \frac{E_0}{\sqrt{2}}.$

2. Trở kháng của các phần tử mạch điện:

Điện trở thuần R, cảm kháng của cuộn cảm (hay cuộn dây thuần cảm, có điện trở thuần không đáng kể). $Z_L = L\omega$ (6) (L là hệ số tự cảm của cuộn dây).

Dung kháng của tụ điện $Z_c = \frac{1}{C\omega}$ (7) (C là điện dung của tụ điện)

3. Định luật Ôm cho mạch điện xoay chiều không phân nhánh RLC:

$$I = \frac{U}{Z} \quad (8), \qquad \text{hay } U = IZ \qquad (9)$$

với Z là tổng trở của mạch điện:

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Zc)^2} = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}. \qquad (10)$$

U là hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu mạch điện:

$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_c)^2}$ (11) với $U_R = IR$ (12) là hiệu điện thế (hiệu dụng) ở hai đầu điện trở R, $U_L = IZ_L$ (13) là hiệu điện thế (hiệu dụng) ở hai đầu cuộn cảm L, $U_c = IZ_c$ (14) là hiệu điện thế (hiệu dụng) ở hai đầu tụ điện C.

4. Độ lệch pha của u so với i:

$$tg\varphi = \frac{Z_L - Z_c}{R} = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}, \qquad (15)$$

hay $$tg\varphi = \frac{U_L - U_c}{U_R} \qquad (16)$$

và $$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U}. \qquad (17)$$

Các trường hợp riêng:

- Đoạn mạch chỉ có R: u_R cùng pha với i, $\varphi = 0$.
- Đoạn mạch chỉ có L: u_L sớm pha $\pi/2$ so với i:

$$\varphi = +\frac{\pi}{2}.$$

– Đoạn mạch chỉ có C: u_c trễ pha $\frac{\pi}{2}$ so với i:

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}.$$

– Đoạn mạch chỉ có L và C; $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ (nếu $Z_L > Z_c$),

hoặc $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ (nếu $Z_L < Z_c$).

5. Công suất của dòng điện xoay chiều:

a) Công suất tiêu thụ ở mạch điện

$$P = UI\cos\varphi, \tag{18}$$

hoặc $$P = RI^2 = U_RI. \tag{19}$$

b) Hệ số công suất

$$\cos\varphi = \frac{P}{UI} = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U}. \tag{20}$$

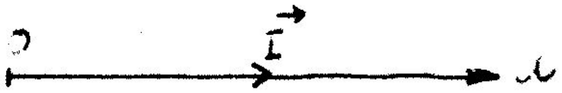
c) Với đoạn mạch chỉ có C hoặc L, hoặc L và C: $P = 0$.

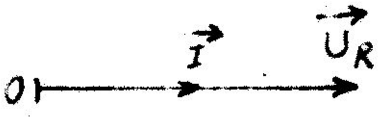
d) Điện năng tiêu thụ ở mạch điện $A = Pt$. (21)

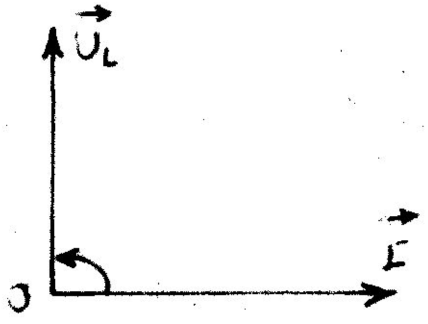
6. Giản đồ véctơ.

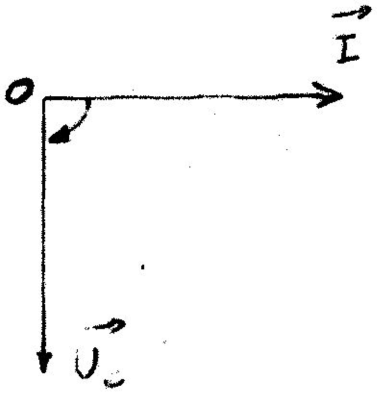
Chọn trục Ox là trục dòng điện:

Với đoạn mạch chỉ có R, chỉ có L hoặc chỉ có C:

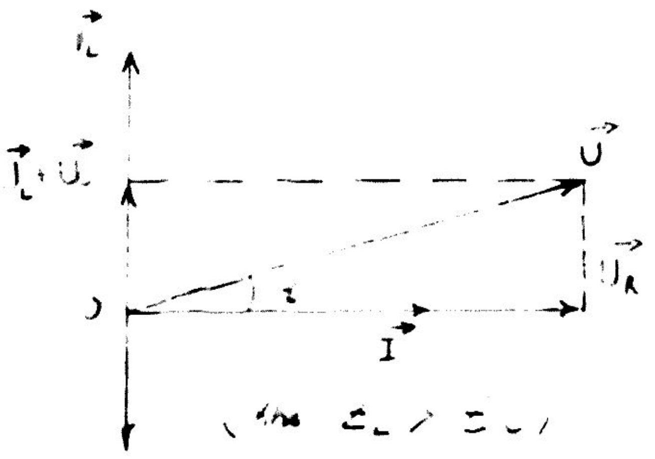


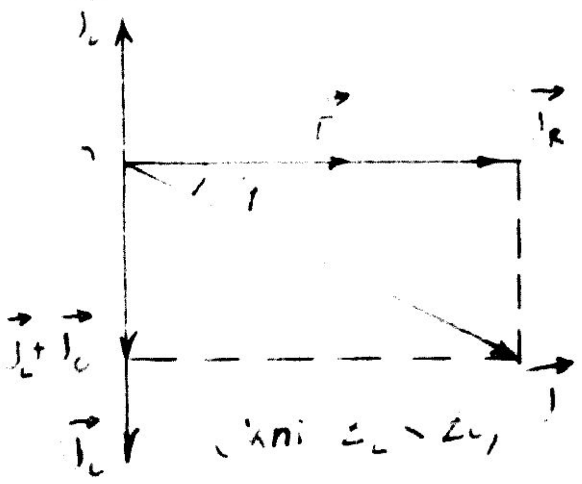






Với mạch điện RLC không phân nhánh: $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_c$ (22)


$\vec{U}_L$
$\vec{U}_L + \vec{U}_C$
$\vec{U}$
$\vec{U}_R$
O
φ
$\vec{I}$
(khi $Z_L > Z_C$)


$\vec{U}_L$
$\vec{U}_R$
$\vec{I}$
O
φ
$\vec{U}_L + \vec{U}_C$
$\vec{U}_C$
$\vec{U}$
(khi $Z_L < Z_C$)

7. Một số trường hợp thường gặp:

a) Đoạn mạch chỉ có R và L, hoặc có cuộn dây có điện trở thuần R và hệ số tự cảm L:

$U_d = IZ_d$, với $Z_d = \sqrt{R^2 + Z_L^2}$, $U_d = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$,

$$\operatorname{tg}\varphi_d = \frac{L\omega}{R} \qquad (23)$$

b) Đoạn mạch chỉ có R và C (hoặc có tụ điện bị "rò"):

$U = IZ$, với $Z = \sqrt{R^2 + Z_C^2}$, $U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{C\omega R} \qquad (24)$$

c) Đoạn mạch chỉ có L và C:

$$[U = IZ, \text{ với } Z = |Z_L - Z_C|],$$

$$\varphi = +\frac{\pi}{2} \text{ (khi } Z_L > Z_c), \quad \text{hoặc} \quad -\frac{\pi}{2} \text{ (khi } Z_L < Z_c) \qquad (25)$$

8. Cộng hưởng điện:

Cường độ dòng điện trong mạch RLC không phân nhánh đạt giá trị cực đại ($I = I_{max}$) khi $Z_L = Z_c$, hay $LC\omega^2 = 1 \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Khi đó

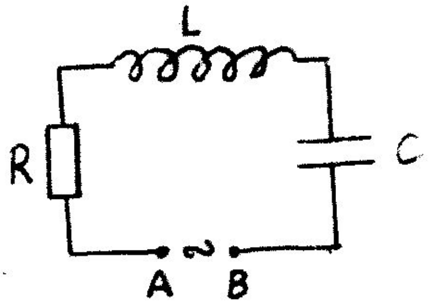
$$I_{mzx} = \frac{U}{R} \; (U = U_R \text{ và } U_L = U_c) \qquad (26)$$

và $\varphi = 0$: u cùng pha với i. Ngoài ra $P = UI$.

B. CÁC BÀI TẬP CƠ BẢN

B1. Bài tập dạng 1. *Xác định các đại lượng trong mạch. Viết biểu thức của u, i.*

I. VÍ DỤ:



Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ

Cho biết

$$u_{AB} = 60\sqrt{2}\sin 100\pi t \text{ (V)},$$

$$R = 15\Omega, \qquad L = \frac{1}{4\pi}\text{ H}, \qquad C = \frac{1}{\pi}\,.\,10^{-3}\text{F}.$$

a) Tính tổng trở của mạch và độ lệch pha φ giữa hiệu điện thế và dòng điện.

b) Viết biểu thức của cường độ dòng điện i trong mạch.

c) Viết biểu thức của hiệu điện thế ở hai đầu điện trở, ở hai đầu cuộn cảm L, ở hai đầu tụ điện C.

Giải.

a) Ta có: $Z_L = L\omega = \frac{1}{4\pi}\,.\,100\pi = 25\Omega,$

$$Z_c = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{\frac{1}{\pi}\,.\,10^{-3}\,.\,100\pi} = 10\Omega.$$

Suy ra:

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_c)^2} = 15\sqrt{2} \approx 21,2\Omega.$$

Độ lệch pha φ:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{Z_L - Z_c}{R} = \frac{25 - 10}{15} = 1 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

Hiệu điện thế u_{AB} sớm pha $\pi/4$ so với cường độ dòng điện i, hay i trễ pha $\pi/4$ so với u_{AB}.

b) Áp dụng định luật Ôm:

$$I = \frac{U}{Z}, \text{ với } U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{60\sqrt{2}}{2} = 60V$$

$$\rightarrow I = \frac{60}{15\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}(A) \qquad \text{và} \qquad I_0 = I\sqrt{2} = 4A.$$

Vì i trễ pha $\frac{\pi}{4}$ so với u_{AB}, biểu thức của i là:

$$i = 4\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (A).$$

c) Ta có: $U_R = IR = 30\sqrt{2}$ (V);

$$U_L = IZ_L = 50\sqrt{2}, \qquad U_c = IZ_c = 20\sqrt{2} \ (V)$$

$$\rightarrow U_{OR} = 60V, \qquad U_{OL} = 100V, \qquad U_{OC} = 40V.$$

Vì U_R cùng pha với i nên:

$$u_R = 60 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (V).$$

Vì u_L sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với i, nên u_L có biểu thức:

$$u_L = 100\sin\left[\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\pi}{2}\right] (V),$$

$$u_L = 100\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) (V).$$

Vì u_C trễ pha $\frac{\pi}{2}$ so với i nên:

$$u_c = 40\sin\left[(100\pi t - \frac{\pi}{4}) - \frac{\pi}{2}\right],$$

$$u_c = 40\sin(100\pi t - \frac{3\pi}{4})\ (V).$$

II. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. *Dựa vào các dữ kiện cho trong đề bài về L, C và ω xác định Z_L, Z_c. Giá trị của ω (hay f) được cho tường minh trong đề, hoặc dựa vào biểu thức u (hoặc i) cho trong đề, hoặc dựa vào điều kiện về cộng hưởng điện (ω = $1/\sqrt{LC}$).*

Nếu chưa cho biết L và C, thì dựa vào các dữ kiện về U và I để xác định Z_L và Z_c, từ đó suy ra L và C.

2. *Độ lớn của U (hoặc I) được cho một cách tường minh, hoặc căn cứ vào số chỉ của vôn kế (hoặc ampe kế), hoặc dựa vào biểu thức của u (hoặc i). Khi đã biết U (hoặc I) ta tìm được I (hoặc U) bằng cách áp dụng định luật Ôm.*

$$I = \frac{U}{Z} \qquad \text{hay } U = IZ.$$

3. *Để tìm độ lệch pha φ của u so với i, áp dụng công thức*

$$tg\varphi = \frac{Z_L - Z_c}{R} \qquad \text{hoặc} \qquad \cos\varphi = \frac{R}{Z}.$$

4. *Biết U (hoặc I) và φ, sẽ tìm được biểu thức của u (hoặc i). Cần lưu ý đến dấu φ : φ tính theo công thức*

$$tg\varphi = \frac{Z_L - Z_c}{R}$$

là độ lệch pha của u so với i, do đó độ lệch pha của i so với u là $-\varphi$. Để tìm được biểu thức của hiệu điện thế trên các phần tử của mạch (R, L, C, cuộn dây) cần dựa vào độ lệch pha đã biết của các hiệu điện thế đó so với i.

5. Nếu trong mạch có nhiều điện trở (kể cả điện trở của cuộn dây) thì có thể coi như mạch có 1 điện trở thuần bằng điện trở toàn phần của mạch. Nếu trong mạch có nhiều cuộn dây thì có thể coi như mạch có 1 cuộn dây với hệ số tự cảm bằng tổng các hệ số tự cảm của cuộn dây.

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

1. Cho mạch điện RLC không phân nhánh, trong đó $R = 110\ \Omega$, $L = 0{,}159\text{H}$, $C = 0{,}636.\ 10^{-4}\text{F}$ và $u = 110\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V). Viết biểu thức của các hiệu điện thế u_R, u_L và u_C.

2. Một cuộn cảm có $L = 2\pi^{-1}$ H mắc nối tiếp với một tụ điện có điện dung $C = 32\ \mu$ F. Biết hiệu điện thế ở hai đầu cuộn dây là:

$$u_L = 100\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})\ (\text{V}).$$

Hãy viết biểu thức của hiệu điện thế ở hai đầu tụ điện.

3. Một đoạn mạch AB gồm một cuộn dây có điện trở thuần $r = 5\Omega$ và hệ số tự cảm:

$$L = \frac{1}{4\pi}\text{H}$$

mắc nối tiếp với một điện trở $R = 20\Omega$. Biết dòng điện trong mạch có biểu thức $i = \sqrt{2}\sin 100\pi t$ (A).

a) Tính tổng trở của mạch.

b) Viết biểu thức của hiệu điện thế u_{AB} và của hiệu điện thế ở hai đầu cuộn dây.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. $$Z_L = L\omega = 50\Omega, \qquad Z_c = \frac{1}{C\omega} = 50\Omega.$$

$\rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_c)^2} = 110\Omega$,

$I_o = \dfrac{U_0}{Z} = \sqrt{2}$ (A) , $\quad tg\varphi = \dfrac{Z_L - Z_C}{Rr} = 0 \rightarrow \varphi = 0$.

Biểu thức của i: $i = \sqrt{2}\sin 100\pi t$ (A).

Ta có $U_{RO} = I_0R = 110\sqrt{2}$(V) $\rightarrow u_L = 110\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V),

$U_{Lo} = I_0Z_L = 50\sqrt{2}$(V) $\rightarrow u_L = 50\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$ (V),

$U_{Co} = I_0Z_c = 50\sqrt{2}$(V) $\rightarrow u_c = 50\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$ (V).

2. $Z_L = L\omega = 200\Omega$, $\quad Z_c = \dfrac{1}{C\omega} = 100\Omega$,

$U_{Lo} = 100V \rightarrow I_0 = \dfrac{U_{Lo}}{Z_L} = 0,5\Omega$.

Vì i trễ pha một góc $\frac{\pi}{2}$ so với u_L nên:

$$i = 0,5\sin\left[(100\pi t + \frac{\pi}{6}) - \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\rightarrow \quad i = 0,5\sin(100\pi t - \frac{\pi}{3}) \text{ (A)}.$$

Ta có $U_{Co} = I_0Z_0 = 50V$. Vì u_c trễ pha $\frac{\pi}{2}$ so với i nên

$$u_c = 50\sin\left[(100\pi t - \pi) - \frac{\pi}{2}\right],$$

$$u_c = 50\sin(100\pi t - \frac{5\pi}{6}) \text{ (V)}.$$

3. a) $Z = \sqrt{(R + r)^2 + Z_L^2} = 25\sqrt{2}\Omega$.

b) $tg\varphi = \dfrac{Z_L}{R + r} = 1 \rightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{4}$,

$U_0 = I_0 Z = 50V \rightarrow u = 50\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})$ (V),

$tg\varphi_d = \frac{Z_L}{r} = 5 \rightarrow \varphi_d = \text{arctg}5$,

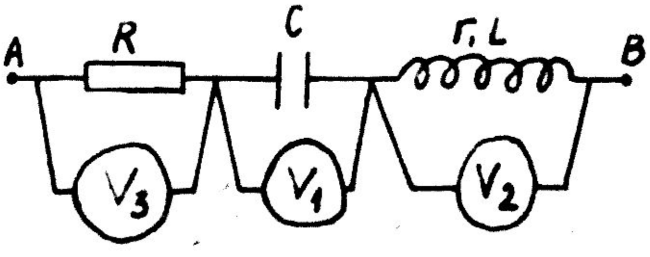
$U_{oc} = I_0 Z_d = I_o\sqrt{r^2 + Z_L^2} = 10\sqrt{13} \approx 36V$

$\rightarrow u_d = 36\sin(100\pi t + \text{arctg}5)$ (V).

B2. Bài tập dạng 2. *Xác định các đại lượng trong mạch dựa vào số chỉ các vôn kế mắc vào mạch hoặc dựa vào các giá trị đã cho của các hiệu điện thế hiệu dụng.*

1. VÍ DỤ:

Một mạch điện AB gồm một điện trở thuần R ($R = 25\sqrt{3}\Omega$), một tụ điện C và một cuộn dây mắc nối tiếp. Cuộn dây có điện trở thuần r và hệ số tự cảm L. Đặt vào hai đầu A, B của mạch một hiệu điện thế $u_{AB} = 75\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V). Khi đó vôn kế mắc vào hai đầu tụ điện chỉ 50V, vôn kế mắc vào hai đầu cuộn dây chỉ 25V và biết rằng hiệu điện thế giữa hai đầu cuộn dây lệch pha một góc $\pi/6$ so với dòng điện trong mạch.



a) Tìm chỉ số của vôn kế mắc vào hai đầu điện trở R.

b) Tính C, r, L.

c) Viết biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch.

Giải. a) Theo đề bài $U_{AB} = 75V$, $U_c = 50V$, $U_d = 25V$.

Độ lệch pha giữa hiệu điện thế ở hai đầu cuộn dây u_d và dòng điện i chạy trong cuộn dây (trong mạch)

$$\mathrm{tg}\varphi_d = \frac{Z_L}{r} > 0,$$

do đó, theo đề bài u_d sớm pha $\pi/6$ so với i. Ta có:

$$\mathrm{tg}\frac{\pi}{6} = \frac{Z_L}{r} = \frac{U_L}{U_r} \rightarrow U_r = U_L\sqrt{3}. \qquad (1)$$

Ngoài ra ta có

$$U_d^2 = U_r^2 + U_L^2 = 25^2 \qquad (2)$$

và $$U_{AB}^2 = (U_R + U_r)^2 + (U_L - U_C)^2 = 75^2 \qquad (3)$$

Từ (1), (2) và (3), rút ra:

$$U_L = 12{,}5V, \quad U_r = 12{,}5\sqrt{3}V, \quad U_R = 25\sqrt{3}V.$$

Vậy vôn kế mắc vào hai đầu điện trở R chỉ

$$U_R = 25\sqrt{3} \approx 43{,}3V.$$

b) Ta có $$I = \frac{U_C}{R} = 1A.$$

Suy ra $r = \frac{U_R}{I} = 12{,}5 \,.\, \sqrt{3} \approx 21{,}6\Omega,$

$$Z_L = \frac{U_L}{I} = 12{,}5\Omega, \quad Z_C = \frac{U_C}{I} = 50\Omega.$$

Theo đề bài $\omega = 100\pi$ rad/s, ta có:

$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{1}{8\pi}H \quad , \quad C = \frac{1}{Z_C \,.\, \omega} = \frac{2}{\pi} \,.\, 10^{-4}F.$$

c) Ta có $I_0 = I\sqrt{2} = \sqrt{2}A.$

Độ lệch pha giữa U_{AB} và i:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R + r} = \frac{U_L - U_C}{U_R + U_r} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\pi}{6} < 0$$

→ u_{AB} trễ pha một góc $\pi/6$ so với i, hay i sớm pha một góc $\pi/6$ so với u_{AB}. Do đó biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch:

$$i = \sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ (A)}.$$

II. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. *Dựa vào số chỉ của các vôn kế mắc vào mạch, ta có các hiệu điện thế hiệu dụng* U_{AB}, U_R, U_C, U_L, U_d..., *tùy theo yêu cầu của bài toán mà ta biết được một số trong các đại lượng đó và phải tìm các đại lượng còn lại.*

2. *Tùy theo cấu tạo của mạch điện xét trong đề bài mà ta áp dụng các công thức tương ứng liên hệ giữa các hiệu điện hế hiệu dụng (xem các công thức ở đoạn A):*

a) Với mạch RLC nối tiếp

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2,$$

$$tg\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R}.$$

b) Với mạch RL (mạch có cuộn dây, hoặc có cuộn dây nối tiếp với điện trở)

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2, \qquad tg\varphi = \frac{U_L}{U_R}.$$

c) Với mạch RC: $U^2 = U_R^2 + U_C^2$, $\quad tg\varphi = \dfrac{U_C}{U_R}$.

d) Với mạch LC: $U = |U_L - U_C|$.

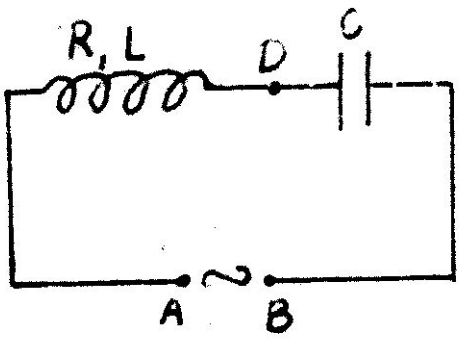
Nếu trong các mạch đó có nhiều điện trở thuần $R_1, R_2, R_3...$ *thì* $R = R_1 + R_2 + R_3 + ...$ *và* $U_R = U_{R1} + U_{R2} + U_{R3} + ...$

Nếu trong mạch có hai cuộn dây (R_1, L_1) *và* (R_2, L_2) *thì có thể coi hai cuộn dây đó như một cuộn dây có điện trở thuần* $R_1 + R_2$ *và có hệ số tự cảm* $L_1 + L_2$.

3. ***Vôn kế và ampe kế dùng để đo hiệu điện thế hiệu dụng và cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch thường là vôn kế có*** $R_V = \infty$ ***và ampe kế có*** $R_A \approx 0$. *(Điều này thường được chỉ rõ trong đề).*

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

1. Một mạch điện AB gồm một cuộn dây AD có điện trở thuần R và hệ số tự cảm L được mắc nối tiếp với một tụ điện C. Người ta đặt vào hai đầu A, B của mạch này một hiệu điện thế xoay chiều có tần số f = 50Hz.



Dùng một ampe kế nhiệt để đo cường độ dòng điện trong mạch ta thấy I = 0,1A.

Dùng một vôn kế nhiệt để đo hiệu điện thế ta thấy

$$U_{AB} = 60V, \qquad U_{AD} = 80V, \qquad U_{DB} = 28V.$$

Điện trở của ampe kế coi như không đáng kể, điện trở của vôn kế là rất lớn.

a) Tính tổng trở của mạch điện, của cuộn dây và của tụ điện. Tính R, L, C.

b) Tính độ lệch pha giữa u_{AB} và i.

2. Một cuộn dây có hệ số tự cảm L được mắc nối tiếp với một tụ điện có điện dung C rồi mắc vào hai đầu A và B của một mạch điện xoay chiều có tần số f = 50Hz. Do hiệu điện thế giữa hai đầu A, B của mạch, giữa hai đầu cuộn dây và giữa hai bản của tụ điện bằng một vôn kế nhiệt có điện trở vô cùng lớn người ta lần lượt được

$$U_{AB} = 75V, \qquad U_d = 100V, \qquad U_C = 35V.$$

a) Hãy giải thích tại sao $U_{AB} \neq U_d + U_C$ và tại sao có thể kết luận rằng cuộn dây có điện trở thuần đáng kể.

b) Đo cường độ dòng điện trong mạch bằng một ampe kế nhiệt (có điện trở không đáng kể) ta thấy $I = 0{,}2A$. Tính tổng trở Z_d của cuộn dây, R, L và C.

3. Một đoạn mạch AB gồm một cuộn dây có điện trở thuần R và hệ số tự cảm L mắc nối tiếp với một tụ điện có điện dung C. Đặt vào hai đầu A, B của đoạn mạch một hiệu điện thế $u = 50\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V). Dùng một vôn kế đo hiệu điện thế hai đầu cuộn dây và hai đầu tụ điện, số chỉ của vôn kế lần lượt là $20\sqrt{5}V$ và 50V.

a) Tính độ lệch pha φ_d giữa hiệu điện thế hai đầu cuộn dây và dòng điện trong mạch.

b) Mắc thêm vào đoạn mạch AB một điện trở thuần $r = 50\Omega$ nối tiếp với cuộn dây và tụ điện, khi đó hiệu điện thế giữa hai đầu tụ điện lại bằng $50\sqrt{5/3}V$. Hãy tính R, L, và C và số chỉ của vôn kế mắc vào hai đầu cuộn dây khi đó.

Biết vôn kế có điện trở rất lớn.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. a) $$Z_{AB} = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{60}{0{,}1} = 600\Omega ,$$

$$Z_d = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{80}{0{,}1} = 800\Omega ,$$

$$Z_C = \frac{U_{DB}}{I} = \frac{28}{0{,}1} = 280\Omega .$$

Từ các công thức $U_{AB}^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = 60^2$ (1)

$$U_{AD}^2 = U_d^2 = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = 80^2 \qquad (2)$$

và biết: $U_{DB} = U_C = 28V$ (3)

ta rút ra : $U_R = 48V$; $U_L = 64V$.

Từ đó suy ra:

$$R = \frac{U_R}{I} = 480\Omega\ ,$$

$$Z_L = \frac{U_L}{I} = 640\Omega\ ,$$

$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{6,4}{\pi}H \approx 2,04H,$$

$$C = \frac{1}{Z_C\,.\,\omega} = \frac{10^{-4}}{2,8\pi}F = 1,14.10^{-5}F.$$

b) $$tg\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = 0,75,$$

$$\varphi = \text{arctg}0,75 \approx 0,63\text{rad}.$$

2. a) Chỉ với các hiệu điện thế tức thời ta mới có $u_{AB} = u_d + u_C$, còn nói chung thì $U_{AB} \neq U_d + U_C$.

Nếu cuộn dây không có điện trở thuần thì mạch điện là mạch LC và phải có $U_{AB} = |U_L - U_C|$.

Thế nhưng theo đầu bài thì $U_d = 100V$, $U_C = 35V$ và $U_d - U_C = 65V \neq U_{AB}$ (= 75V). Hơn nữa $U_d - U_C < U_{AB}$. Điều đó chứng tỏ cuộn dây phải có điện trở thuần R. Ta có $Z_d = U_d/I = 500\Omega$

Áp dụng các công thức liên hệ giữa các hiệu điện thế ta có

$$U_d^2 = U_R^2 + U_L^2 = 100^2, \qquad (1)$$

$$U_{AB}^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = 75^2, \qquad (2)$$

và theo đề bài $U_C = 35V$. (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có $U_R = 60V$, $U_L = 80V$.

Từ đó: $$R = \frac{U_R}{I} = 300\Omega,$$

$$Z_L = \frac{U_L}{I} = 400\Omega,$$

$$Z_C = \frac{U_C}{I} = 175\Omega,$$

suy ra: $$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{4}{\pi}H \approx 1{,}27H,$$

$$C = \frac{1}{\omega Z_C} \approx 1{,}82.10^{-5}F.$$

3. a) Theo đề bài $U_d = 20\sqrt{5}$ V, $U_C = 50V$, $U_{AB} = 50V$, do đó ta có các hệ thức

$$U_R^2 + U_L^2 = (20\sqrt{5})^2, \quad (1)$$

$$U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = (50)^2,$$

hay $$U_R^2 + (U_L - 50)^2 = 50^2 . \quad (2)$$

Từ (1) và (2) rút ra $U_R = 40V$, $U_L = 20V$.

Ta có $$tg\varphi_d = \frac{U_L}{U_R} = \frac{1}{2}$$

→ $\varphi_d = arctg0{,}5$.

b) Theo đề bài $$U'_C = \frac{50\sqrt{5}}{3}V.$$

Ta có hệ thức $(U'_r + U'_R)^2 + (U'_L - U'_C) = 50^2$. (3)

Vì Z_C và Z_L vẫn có giá trị như cũ và vì các phần tử mắc nối tiếp nên ta có hệ thức:

$$\frac{U'_L}{U'_R} = \frac{I'Z_L}{I'R} = \frac{IZ_L}{IR} = \frac{U_L}{U_R} = \frac{1}{2}, \quad (4)$$

$$\frac{U'_R}{U'_C} = \frac{I'R}{I'Z_C} = \frac{IR}{IZ_C} = \frac{U_R}{U_C} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5} . \qquad (5).$$

Từ (3), (4) và (5) rút ra:

$$U'_R = \frac{40\sqrt{5}}{3} V, \qquad U'_L = \frac{20\sqrt{5}}{3} V, \qquad U_r = \frac{20\sqrt{5}}{3} V.$$

Số chỉ của vôn kế mắc vào hai đầu cuộn dây:

$$U'_d = \sqrt{U'^2_R + U'^2_L} = \frac{100}{3} V.$$

Vì $U'_R = 2U'_r$ nên $R = 2r = 100\Omega$.

Vì $U'_L = U'_r$ nên $Z_L = r = 50\Omega$.

$$\rightarrow \qquad L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{1}{2\pi} H.$$

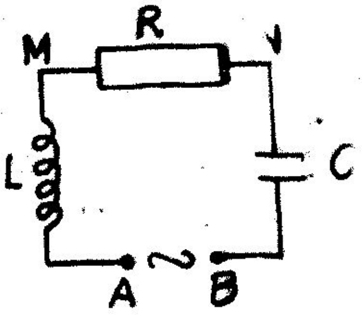
Vì $U'_C = 2{,}5U'_r \rightarrow Z_C = 2{,}5r = 125\Omega$.

$$\rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{0{,}8}{\pi} . 10^{-4} F.$$

B3. Bài tập dạng 3. *Xác định các đại lượng trong nạch bằng cách dùng giản đồ véc tơ*

I. VÍ DỤ.

Cho mạch điện như hình vẽ. Cho biết:



$$u_{AB} = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t \text{ (V)},$$

$$L = \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} H, \quad C = \frac{\sqrt{2}}{4\pi} . 10^{-3} F.$$

Biết u_{AN} lệch pha một góc $\frac{\pi}{2}$ so với u_{MB}.

a) Tính R

b) Viết biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch.

Giải. $U = 120V,\ \omega = 100\pi$ rad/s.

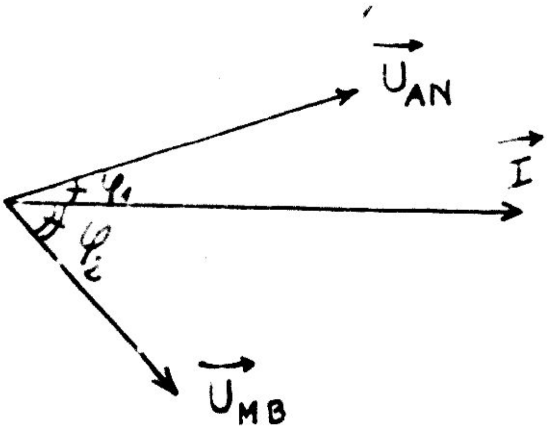
Ta có $Z_L = L\omega = 40\sqrt{2}\Omega$,

$Z_C = \dfrac{1}{C\omega} = 20\sqrt{2}\Omega$. Đoạn mạch AN chứa L và R nên u_{AN} sớm pha so với cường độ dòng điện i một góc φ_1 mà:

$$\mathrm{tg}\varphi_1 = \frac{Z_L}{R}.$$

Còn đoạn mạch MB chứa R và C nên u_{MB} trễ pha so với i một góc φ_2 mà:

$\mathrm{tg}\varphi_2 = \dfrac{Z_C}{R}$. Theo đề bài u_{AN} lệch pha so với u_{MB} một góc $\dfrac{\pi}{2}$, do đó ta có giản đồ như hình vẽ.



Vì $\varphi_2 < 0$ nên theo giản đồ ta có:

$$\varphi_1 + (-\varphi_2) = \frac{\pi}{2}.$$

Suy ra $\mathrm{tg}\varphi_1 = \mathrm{cotg}(-\varphi_2)$

$$\rightarrow \mathrm{tg}\varphi_1 = \frac{1}{-\mathrm{tg}\varphi_2} \rightarrow \frac{Z_L}{R} = \frac{1}{Z_C/R}$$

$$\rightarrow R^2 = Z_L \cdot Z_C = 40\sqrt{2}.20\sqrt{2} \rightarrow R = 40\Omega.$$

b) Ta có $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 20\sqrt{6}\Omega$,

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{120}{20\sqrt{6}} = \sqrt{6}A,$$

$$I_0 = I\sqrt{2} = \sqrt{12} \approx 3{,}46A,$$

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{Z_l - Z_C}{R} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \varphi = \mathrm{arctg}\frac{\sqrt{2}}{2}$$

→ i trễ pha so với u một góc $\varphi = \mathrm{arctg}\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch:

$$i = 3,46\sin(100\pi t - \mathrm{arctg}\frac{\sqrt{2}}{2})\ (A).$$

II. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

1. *Nói chung các bài toán về mạch điện xoay chiều có thể giải bằng cách áp dụng các công thức về mạch điện (như các bài toán cơ bản 1 và 2 xét ở trên) hoặc bằng cách áp dụng giản đồ véc tơ.*

2. *Với mạch điện xoay chiều không phân nhánh, trục gốc được chọn là trục dòng điện (trục của véc tơ ($\vec{I}$ hoặc $\vec{I_0}$), nghĩa là ta chọn pha ban đầu của dòng điện bằng không, khi đó φ là độ lệch pha của u so với i: $\varphi > 0$ khi u sớm pha so với i, $\varphi = 0$ khi u cùng pha với i, còn $\varphi < 0$ khi u trễ pha so với i.*

3. *Sau khi vẽ véc tơ $\vec{I}$, tùy theo cấu tạo của mạch, ta vẽ các véc tơ $\vec{U}_R$, $\vec{U}_L$, $\vec{U}_C$.... và từ đó vẽ véc tơ $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$ (có thể chỉ có 2 trong số các véc tơ $\vec{U}_R$, $\vec{U}_L$ và $\vec{U}_C$). Tùy theo tình huống cho trong đề bài mà ta phải xét véc tơ $\vec{U}_{RL} = \vec{U}_R + \vec{U}_L$ (khi cần tìm hiệu điện thế ở hai đầu cuộn dây trong mạch, chẳng hạn) $\vec{U}_{RC} = \vec{U}_R + \vec{U}_C$, hoặc $\vec{U}_{LC} = \vec{U}_L + \vec{U}_C$...*

4. *Với giản đồ véc tơ ta có thể áp dụng các tính chất hình học để giải quyết bài toán (như áp dụng hệ thức lượng trong tam giác...).*

5. *Cũng nên chú ý rằng với mạch điện không phân nhánh, trừ trường hợp đặc biệt, nhiều khi giải bài toán bằng cách áp dụng các công thức đã biết về mạch điện xoay chiều lại đơn giản và thuận tiện hơn. Đôi khi người ta sử dụng cả hai cách đó khi giải bài toán.*

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

Cho mạch điện như hình vẽ. Cho biết:

$R = 50\Omega$,

$L = \dfrac{\sqrt{3}}{2\pi}$ H.

Đặt vào hai đầu A, B của mạch hiệu điện thế

$u_{AB} = 240\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

a) Tìm số chỉ của ampe kế khi $C = \frac{10^{-4}}{\sqrt{3}\pi}$ F.

b) Lần lượt điều chỉnh C sao cho hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm, giữa hai đầu điện trở R và giữa hai bản tụ điện đạt giá trị cực đại. Tìm các giá trị cực đại đó.

HƯỚNG DẪN GIẢI.

a) $Z_L = L\omega = 50\sqrt{3}\Omega$; $Z_C = \frac{1}{C\omega} = 100\sqrt{3}\Omega$.

$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 100\Omega$; $I = \frac{U}{Z} = 2{,}4A$.

b) Ta có:

$$U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}. \quad (1)$$

$$U_R = IR = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}. \quad (2)$$

Vì U, Z_l và R không đổi khi điều chỉnh C nên U_L và U_R đạt giá trị cực đại khi $Z_L - Z_C = 0$.

Khi đó:

$$U_{Lmax} = \frac{UZ_L}{R} = 415V.$$

Để tìm giá trị cực đại của U_C ta vẽ giản đồ véc tơ:

Dựng véc tơ $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$

như hình vẽ. Với tam giác OMN, ta có:

$$\frac{ON}{\sin\alpha} = \frac{MN}{\sin\beta}$$

Ta có

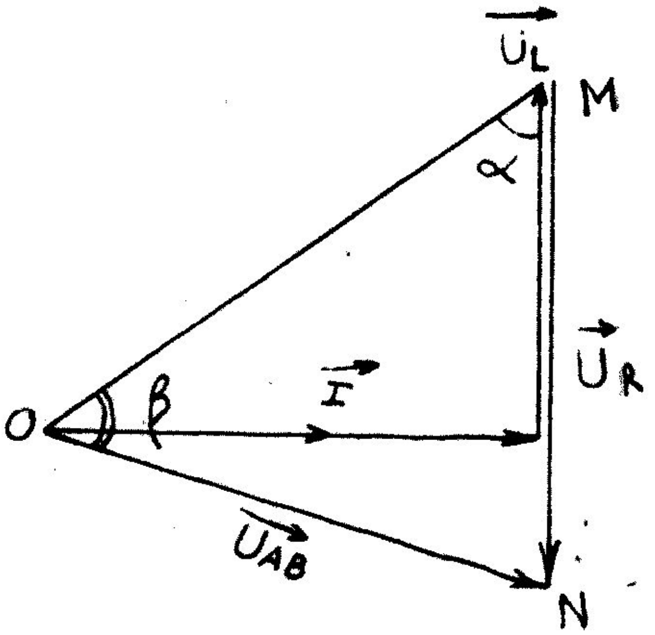
$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{U_R}{U_L} = \frac{R}{Z_L} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\rightarrow \alpha = 30^o$.

Do đó $U_C = 2U_{AB}\sin\beta$

$\rightarrow$ U_L đạt giá trị cực đại khi $\sin\beta = 1$.

Vậy $U_{Cmax} = 2U_{AB} = 480V$.



B4. Bài tập dạng 4. *Xác định các đại lượng trong mạch khi có cộng hưởng điện.*

I. VÍ DỤ:

Một mạch điện gồm một cuộn dây có điện trở thuần $R = 30\Omega$ và hệ số tự cảm $L = 0,8H$ mắc nối tiếp với một tụ điện $C = 50\ \mu F$. Đặt vào hai đầu mạch điện một hiệu điện thế $u = 60\sqrt{2}\sin 100t$ (V).

a) Viết biểu thức của cường độ dòng điện, của hiệu điện thế ở hai đầu cuộn dây và ở hai đầu tụ điện.

b) Để cường độ hiệu dụng trong mạch đạt cực đại phải mắc thêm vào mạch một tụ điện có điện dung bao nhiêu. Viết biểu thức của cường độ dòng điện, của hiệu điện thế ở hai đầu cuộn dây và ở hai đầu tụ điện.

Giải:

a) Ta có: $Z_L = L\omega = 80\Omega$,

$$Z_C = \frac{1}{C\omega} = 50\Omega,$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L + Z_C)^2} = 30\sqrt{2}\Omega.$$

Theo đề bài U = 60V, do đó:

$$I = \frac{U}{Z} = \sqrt{2} \rightarrow I_0 = I\sqrt{2} = 2A.$$

Ta lại có:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 1 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

Hiệu điện thế u sớm pha $\pi/4$ so với cường độ dòng điện trong mạch i, hay i trễ pha $\pi/4$ so với u. Do đó biểu thức của cường độ dòng điện là

$$i = 2\sin(100t - \frac{\pi}{4})\ (A).$$

Ta có $U_C = IZ_C = 50\sqrt{2}(V) \rightarrow U_{Co} = U_C\sqrt{2} = 100V$

Hiệu điện thế ở hai đầu tụ điện u_C trễ pha $\pi/2$ so với u, do đó biểu thức của u_C là

$$u_C = 100\sin(100t - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2})\ (V),$$

$$u_C = 100\sin(100t - \frac{3\pi}{4})(V).$$

Tổng trở của cuộn dây:

$$Z_d = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = 10\sqrt{73} \approx 85\Omega.$$

Hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu cuộn dây:

$$u_d = IZ_d \approx 120V \rightarrow U_{do} = U_d\sqrt{2} = 120\sqrt{2}\ (V)$$

$$\mathrm{tg}\varphi_d = \frac{Z_L}{R} = \frac{8}{3} \rightarrow \varphi_d = \mathrm{arctg}\frac{8}{3}.$$

Hiệu điện thế u_d hai đầu cuộn dây sớm pha một góc φ_d so với i. Do đó biểu thức của u_d là :

$$u_d = 120\sqrt{2}\sin(100t - \frac{\pi}{4} + \mathrm{arctg}\frac{8}{3})\ (V).$$

b) Muốn cho cường độ hiệu dụng trong mạch đạt giá trị cực đại thì điện dung C' của mạch thỏa mãn điều kiện $Z_{C'} = Z_L$ hay:

$$\frac{1}{C'\omega} = L\omega. \qquad \text{Suy ra:} \qquad C' = \frac{1}{L\omega^2} = 125\mu F.$$

Vì $C = 50\,\mu F$ nên phải nối song song với C một tụ điện C_1 sao cho $C + C_1 = C'$ hay $C_1 = C' - C = 75\mu F$.

Vậy phải mắc thêm vào mạch một tụ điện $C_1 // C$ với $C_1 = 75\mu F$.

Khi cường độ dòng điện i cùng pha với u và có giá trị hiệu dụng $I' = U/R = 2A$.

Biểu thức của i là: $i = 2\sin\sqrt{2}(100t)$ (A).

Ta có: $U_{C'} = U_L = I'Z_L = 160V$.

Biết u_C trễ pha $\frac{\pi}{2}$ so với i, ta có biểu thức của u_C:

$$u_C = 160\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ (V)}.$$

Ta có $U_d = IZ_d = 170V$.

$$tg\varphi_d = \frac{Z_L}{R} = \frac{8}{3} \rightarrow \varphi_d = \text{arctg}\frac{8}{3},$$

u_d sớm pha một góc φ_d so với i. Biểu thức của u_d là:

$$u_d = 170\sqrt{2}\sin(100 - \text{arctg}\frac{8}{3}) \text{ (V)}.$$

II. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

1. *Trong mạch RLC không phân nhánh, muốn cho cường độ hiệu dụng đạt giá trị cực đại (cộng hưởng điện) ta phải có:*

$$Z_L = Z_C \quad \text{hay} \quad L\omega = \frac{1}{C\omega}.$$

Điều kiện đó được thỏa mãn trong các trường hợp sau đây:

a) Nếu tần số dòng điện giữ nguyên không đổi thì, khi L có giá trị xác định, C phải có giá trị $C_0 = 1/L\omega^2$, *hoặc khi C có giá trị xác định, L phải có giá trị* $L_0 = 1/C\omega^2$.

b) Nếu tần số dòng điện có thể thay đổi thì khi đó dòng điện phải có tần số:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

2. *Sau khi đã tính được C_0 hoặc L_0, thì dựa vào điện dung C (hoặc hệ số tự cảm) trước đó (khi chưa có cộng hưởng điện), sẽ tìm ra được câu trả lời: phải mắc thêm vào mạch một tụ điện có điện dung bằng bao nhiêu và mắc thế nào. Cụ thể là nếu $C_0 > C$ thì phải mắc thêm một tụ điện $C_1 // C$ và $C_1 = C_0 - C$. Còn nếu $C_0 < C$ thì phải mắc nối tiếp với C một tụ điện C_1 sao cho:*

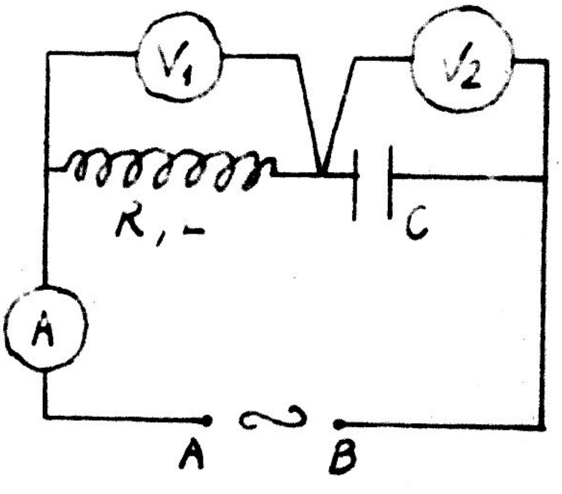
$$\frac{1}{C} + \frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_0}.$$

Với trường hợp phải mắc thêm một cuộn cảm vào mạch thì ta áp dụng công thức $L_0 = L + L_1$ để tìm hệ số tự cảm L_1 của cuộn cảm phải mắc thêm vào.

3. *Trong nhiều trường hợp đề bài không nói cụ thể là: "cường độ hiệu dụng đạt giá trị cực đại", nhưng lại cho biết "u và i cùng pha, hoặc U_R đạt giá trị cực đại, hoặc U_L đạt giá cực đại (khi Z_L có giá trị xác định), hoặc U_C đạt giá trị cực đại (khi Z_C có giá trị xác định), hoặc $U_L = U_C$, hoặc hệ số công suất của mạch điện cực đại"; tất cả các trường hợp đó đều ứng với cộng hưởng điện. Và khi có cộng hưởng điện, ta có thể vận dụng các tính chất đó để giải bài toán.*

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

1. Cho mạch điện như hình vẽ. Cho biết $u_{AB} = 60\sqrt{2}\sin\pi t$ (V): vôn kế V_1 chỉ 80V, vôn kế V_2 chỉ 28V, ampe kế chỉ 0,1A.



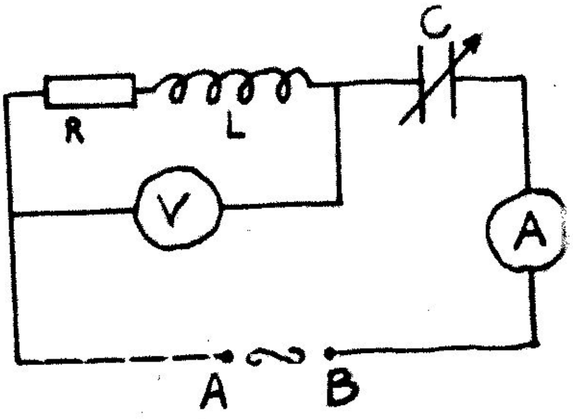
a) Tính dung kháng của tụ điện, điện trở thuần R và cảm kháng của cuộn dây.

b) Khi cho dòng điện có tần số $\omega_0 = 250$ rad/s chạy qua mạch, người ta thấy dòng đó cùng pha với u_{AB}. Hãy tính L và C.

2. Cho mạch điện như hình vẽ. Cho biết $L = \frac{2}{\pi}$ H;

$$u_{AB} = 58\sqrt{2}\sin 100\pi t (V)$$

Điều chỉnh C để số chỉ của vôn kế là lớn nhất và bằng 105V. Hãy tìm số chỉ của ampe kế và tính R, C.



HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ.

1. a) $Z_C = \frac{U_2}{I} = 280\Omega$, $Z_d = \frac{U_1}{I} = 800\Omega$,

$$Z = \frac{U_{AB}}{I} = 600\Omega. \text{ Biết } Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2,$$

và $Z_d^2 = R^2 + Z_L^2$ → Suy ra $Z_L = 640\Omega$, $R = 480\Omega$.

b) Từ $Z_L = L\omega$ và $Z_C = \frac{1}{C\omega}$ suy ra:

$$\frac{L}{C} = Z_L \cdot Z_C = 179200, \tag{1}$$

Khi dòng điện i cùng pha với u_{AB}, ta có cộng hưởng điện, suy ra

$$L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}.$$

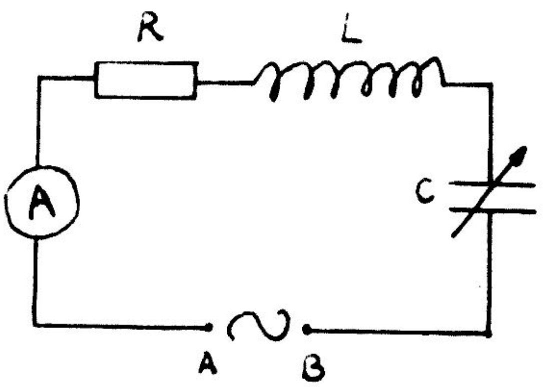
Từ đó $$LC = \frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{62500} \tag{2}$$

Từ (1) và (2) rút ra $L = 1,7$ H, $C = 9,45\ \mu F$.

2. $I = 0,42A$; $R = 150\ \Omega$, $C = \frac{1}{2\pi} \cdot 10^{-4}F$.

5. Bài tập dạng 5. *Xác định công suất của dòng điện xoay chiều. Biết công suất xác định các đại lượng trong mạch.*

I. VÍ DỤ:



Cho mạch điện như hình vẽ. Cho biết L = 159 mH, $u_{AB} = 100\sin 100\pi t$ (V). Khi C = $3{,}18.10^{-5}$F thì i lệch pha so với u_{AB} một góc $\pi/4$.

a) Hãy tính R và số chỉ của ampe kế.

b) Tính công suất tiêu thụ trong mạch. Công suất đó thay đổi thế nào khi tăng dần C.

Giải:

a) Ta có: $Z_L = L\omega = 50\Omega$,

$$Z_C = \frac{1}{C\omega} = 100\Omega.$$

Vì $Z_C > Z_L$ nên mạch có tính dung kháng và u trễ pha so với i, nghĩa là ta có : $\varphi = -\frac{\pi}{4}$,

và, vì: $\mathrm{tg}\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R}$, ta rút ra $R = Z_C = Z_L = 50\Omega$.

Ta có: $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 50\sqrt{2}\Omega$.

Theo đề bài U = $50\sqrt{2}$ (V), do đó:

$$I = \frac{U}{Z} = 1A.$$

Ampe kế chỉ 1A.

b) Ta có $P = UI\cos\varphi = 50$ W. Khi C thay đổi ta có:

$$P = RI^2 = \frac{RU^2}{R^2 + (Z_L - \frac{1}{C\omega})^2}$$

$$\rightarrow \quad P = \frac{2,5\,.\,10^5}{2500 + (50 - \frac{1}{C.100\pi})^2} = 0.$$

Ta thấy P đạt giá trị cực đại khi $50 - \frac{1}{C_d\,100\pi} = 0$

hay, khi $C_0 = \frac{2}{\pi}\,.\,10^{-4}F$; khi đó $P_{max} = 100W$.

Như vậy khi C tăng lên mà $C < C_0$ thì P tăng lên. Còn khi $C > C_0$ thì khi C tăng lên P giảm đi. Khi C rất lớn ($C \rightarrow \infty$) thì P → 50 W.

II. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

1. *Để tính công suất tiêu thụ trong mạch áp dụng công thức*

$$P = UI\cos\varphi, \qquad \cos\varphi = \frac{R}{Z},$$

hoặc $\quad P = RI^2 = U_RI.$

Nếu tính công suất toàn mạch AB thì U là hiệu điện thế đặt vào cả mạch, I là cường độ dòng điện trong mạch, φ là độ lệch pha giữa u_{AB} *và i, R là điện trở toàn mạch. Trong nhiều trường hợp áp dụng công thức P =* RI^2 *là rất thuận tiện.*

Nếu tính công suất tiêu thụ P_1 *ở một phần tử (hay một phần) của mạch (như ở điện trở thuần, ở cuộn dây, ở phần chứa R và L hay chứa R và cuộn dây...) thì U là hiệu điện thế* U_1 *ở hai đầu của phần mạch đó, φ là độ lệch pha* φ_1 *giữa* u_1 *và i, R là điện trở* R_1 *của phần mạch đó (Cần chú ý rằng công suất tiêu thụ ở L, ở C hoặc ở L và C là bằng không).*

Công suất tiêu thụ của cả mạch bằng tổng công suất của tất cả các phần của mạch.

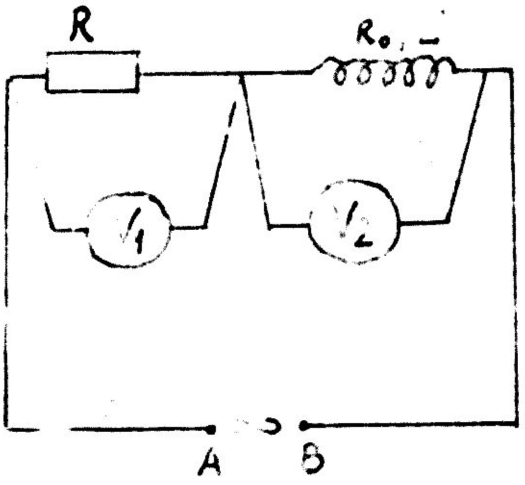
2. *Nếu đề bài cho biết trước trị số của công suất tiêu thụ ở cả mạch hay ở một phần của mạch, thì, tùy theo yêu cầu và dữ iệu của đề bài, áp dụng các công thức nói trên ta có thể xác ịnh được các đại lượng khác trong mạch (như trị số của R, L, C, độ lệch pha, tần số...).*

Cũng cần chú ý rằng ta có các hệ thức

$$\cos\varphi = \frac{P}{UI} = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U}.$$

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

1. Cho mạch điện như hình vẽ.



Cho biết $u_{AB} = 40\sin 100\pi t$ (V); Vôn kế V_1 chỉ 5V, Vôn kế V_2 chỉ 25V.

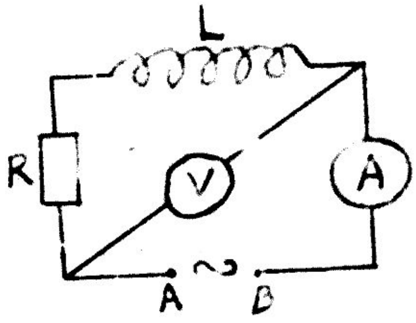
a) Tính hệ số công suất của cả mạch và của cuộn dây.

b) Viết biểu thức của dòng điện trong mạch biết R = 5 Ω

c) Tính R_0, L.

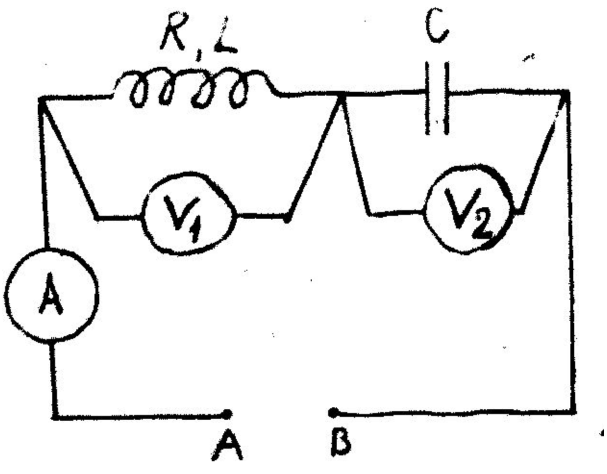
d) Tính công suất tiêu thụ ở cuộn dây, ở điện trở và ở toàn mạch.

2. Một mạch điện gồm một điện trở R = 40Ω tiếp với một cuộn cảm $L = \frac{0,3}{\pi}$ H như hình vẽ.



Dòng điện có tần số 50 Hz. Công suất tiêu thụ trên mạch là 160W. Hãy xác định số chỉ của ampe kế, số chỉ vôn kế.

3. Cho mạch điện gồm một cuộn dây mắc nối tiếp với tụ điện C như hình vẽ.



- Đặt vào mạch điện hiệu điện thế

$u_{AB} = 75\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

Vôn kế V_1 chỉ 100V, vôn kế V_2 chỉ 35V.

a) Xác định L, C, biết R = 60Ω. Tìm số chỉ ampe kế.

b) Viết biểu thức của dòng điện trong mạch và tính công suất tiêu thụ trong mạch.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. a) Ta có $U_d^2 = U_{Ro}^2 + U_L^2$, $\quad U_{AB}^2 = (U_R + U_{Ro})^2 + U_L^2$,

với $U_{AB} = \dfrac{40}{\sqrt{2}} = 20\sqrt{2}$V, $\quad U_d = 25$V, $\quad U_R = 10$V.

Suy ra $U_{R0} = \dfrac{U_{AB}^2 - U_d^2 - U_R^2}{2U_R} = 15$V, $\qquad U_L = 20$V.

Hệ số công suất cuộn dây $\qquad \cos\varphi_d = \dfrac{U_{Ro}}{U_d} = 0{,}6$.

Hệ số công suất của cả mạch:

$$\cos\varphi = \frac{U_R + U_{R0}}{U} = \frac{20}{20\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

b) $I = \dfrac{U_R}{R} = 1$A; $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{4} \rightarrow$ i trễ pha $\pi/4$ so với u.

Biểu thức của dòng điện:

$$i = \sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})\ (A).$$

c) $R_0 = \frac{U_{R_x}}{I} = 15\Omega,$

$$Z_L = \frac{U_L}{I} = 20\Omega \rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{1}{5\pi} \approx 0,064H.$$

d) $P_d = R_0 I^2 = 15W,$

$P_R = RI^2 = 5W,$

$P = (R + R_0)I^2 = 20W$ (hoặc $P = UI\cos\varphi$).

2. Ta có $I^2 = \frac{P}{R} = 4 \rightarrow I = 2A$. Ampe kế chỉ 2A,

$Z_L = 30\Omega, \qquad Z = 50\Omega \rightarrow U = IZ = 100V.$

Vôn kế chỉ 100V.

3. Ta có: $U_{AB} = 75V, \qquad U_L = 35V,\ U_d = 100V$

$U_{AB}^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2, \qquad U_d^2 = U_R^2 + U_C^2.$

Suy ra: $U_L = 80V, \qquad U_R = 60V$

$= \frac{U_R}{R} = 1A, \qquad Z_L = \frac{U_L}{I} = 80\Omega, \qquad L = \frac{Z_L}{\omega} \approx 0,254H.$

$$Z_C = \frac{U_C}{I} = 35\Omega \rightarrow C = \frac{1}{Z_C \cdot \omega} \approx 91\mu F.$$

) $tg\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{3}{4} \rightarrow \varphi \approx 0,2\pi$ rad.

$$i = \sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,2\pi)\ (A).$$

Chủ đề 3

MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU MẮC SONG SONG

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN:

1. Mạch điện xoay chiều AB mắc song song gồm hai (hoặc nhiều hơn) nhánh mắc song song vào hai đầu A, B. Mỗi nhánh có một số phần tử (R, L, C) mắc nối tiếp.

2. Mỗi nhánh, nhánh thứ n (thường n = 1, 2, 3) chẳng hạn, được đặc trưng bằng tổng trở Z_n, cường độ dòng điện i_n, độ lệch pha φ_n giữa $u(u_{AB})$ và i_n, công suất tiêu thụ P_n của nhánh.

3. Cường độ dòng điện mạch chính $i(i_{AB})$

$$i = i_1 + I_2 + \ldots$$

Nói chung i lệch pha với u một góc φ, được xác định dựa vào các đặc trưng của các nhánh rẽ. Tổng trở Z_{AB} của mạch điện liên hệ với $I\ (I_{AB})$ và $U\ (U_{AB})$ theo định luật Ôm:

$$Z_{AB} = \frac{U}{I}.$$

Công suất tiêu thụ của cả mạch điện bằng tổng các công suất tiêu thụ ở các nhánh rẽ $P = P_1 + P_2 + \ldots$

Cũng có thể tính P theo các công thức:

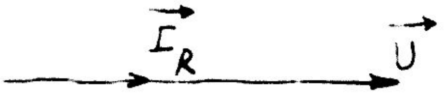
$$P = UI\cos\varphi,$$

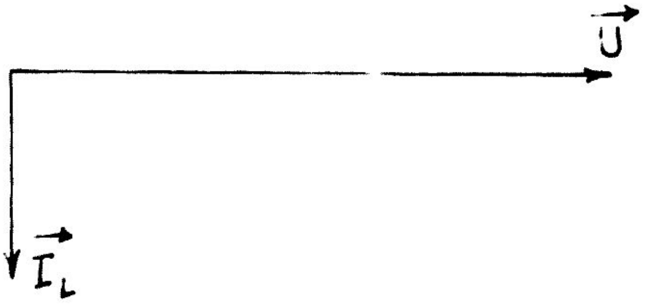
$$P = R_1I_1^2 + R_2I_2^2 + \ldots,$$

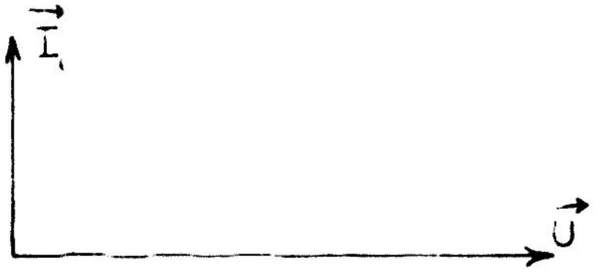
Trong đó R_1, R_2... là các điện trở toàn phần của các nhánh rẽ.

4. Khi khảo sát mạch điện song song, đơn giản hơn cả là dùng phương pháp giản đồ véc tơ, chọn trục $\vec{U}_{AB}(\vec{U})$ làm gốc (vì các nhánh rẽ có cùng hiệu điện thế u). Vẽ các vectơ $\vec{I_1}$, $\vec{I_2}$... biểu diễn các cường độ dòng điện ở các nhánh rẽ, các véc tơ này hợp $\vec{u}$ các góc φ_1, $\varphi_{2...}$ (là độ lệch pha giữa i_1, i_2... với u). Từ đó tìm véc tơ

$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \ldots$ Với các nhánh rẽ chỉ có R, L, C ta có giản đồ véc tơ như hình vẽ:



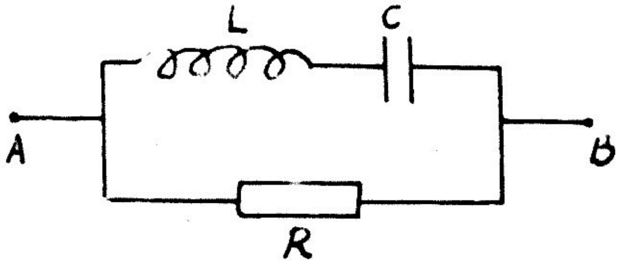




B. BÀI TẬP CƠ BẢN.

B1. Bài tập dạng 1. *Xác định các đại lượng của mạch điện xoay chiều song song.*

VÍ DỤ 1:



Mạch điện AB gồm hai nhánh mắc song song: nhánh thứ nhất gồm cuộn cảm $L = 1/2\pi$ H mắc nối tiếp với tụ điện $C = 32\mu F$, nhánh thứ hai có điện trở thuần $R = 50\Omega$. Đặt vào hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế

$$u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t (V).$$

a) Viết biểu thức của dòng điện trên các nhánh và dòng điện mạch chính.

b) Tính tổng trở của mạch điện, công suất tiêu thụ trên mạch và hệ số công suất của mạch.

Giải:

a) – Xét nhánh thứ nhất.

$$Z_L = L\omega = 50\Omega, \qquad Z_C = \frac{1}{C\omega} \approx 100\Omega.$$

Tổng trở $Z_1 = |Z_L - Z_C| = 50\Omega,$

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{100}{50} = 2A.$$

Vì $Z_L < Z_c$ nên đoạn mạch có tính dung kháng và hiệu điện thế trễ pha $\pi/2$ so với dòng điện, hay i_1 sớm pha $\pi/2$ so với u. Biểu thức của dòng điện

$$i_1 = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (A).}$$

– Xét nhánh thứ hai:

$$I_2 = \frac{U}{R} = 2A$$

và i_2 cùng pha với u. Biểu thức của dòng điện

$$i_2 = 2\sqrt{2}\sin 100\pi t \text{ (A).}$$

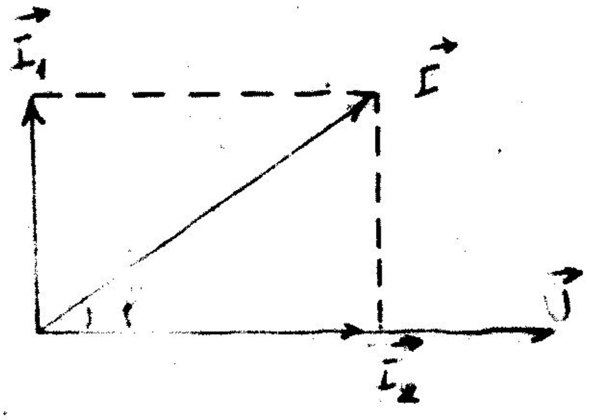
– Dòng điện mạch chính $i = i_1 + i_2$.

Dùng phương pháp giản đồ véctơ:

Vẽ $\vec{I}$ và $\vec{I_1}$, $\vec{I_2}$ như hình vẽ.

Vì $I_1 = I_2$ từ hình vẽ ta có

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 2\sqrt{2} \text{ (A)},$$



$$\text{tg}\varphi = \frac{I_1}{I_2} = 1 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

Biểu thức của dòng điện chính

$$i = 4\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4}) \text{ (A).}$$

b) Ta có

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{100}{2\sqrt{2}} = 25\sqrt{2} \approx 35\Omega,$$

$$P = RI_1^2 = 200W.$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{UI} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

(có thể tính như sau: $\cos\varphi = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ và $P = UI\cos\varphi$)

II. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Lần lượt xét từng nhánh rẽ: tính Z_L, Z_C, từ đó tính tổng trở của nhánh đó, tính độ lệch pha giữa dòng điện trên nhánh đó và hiệu điện thế của mạch điện (chú ý là sớm pha hay trễ pha), và tính cường độ hiệu dụng của dòng điện trên nhánh đó (dựa vào định luật Ôm).

2. *Dùng phương pháp giản đồ véc tơ: lần lượt vẽ $\vec{U}$, rồi $\vec{I_1}$, $\vec{I_2}$... (căn cứ vào các trị số tính được về I_1, I_2..., về φ_1, φ_2...). Từ đó vẽ véc tơ tổng $\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2} + \ldots$ Từ hình vẽ đó tính được I và φ.*

3. Tổng trở Z của cả mạch được tính theo công thức

$$Z = \frac{U}{I}.$$

Công suất tiêu thụ ở toàn mạch được tính theo công thức.

$$P = R_1I_1^2 + R_2I_2^2 + \ldots \qquad (1)$$

hoặc

$$P = UI\cos\varphi \qquad (2)$$

Khi áp dụng công thức (1) chỉ cần chú ý xem điện trở thuần có ở nhánh nào (nếu mạch điện không có điện trở thuần thì hiển nhiên là $P = 0$).

Nếu trong đề bài đã cho biết P thì áp dụng các công thức (1) hoặc (2) có thể xác định được đại lượng khác trong mạch (I, $\cos\varphi$, U...).

4. Trong trường hợp mạch điện chỉ có hai nhánh rẽ, ta có:

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2),$$

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{I_1\sin\varphi_1 + I_2\sin\varphi_2}{I_1\cos\varphi_1 + I_2\cos\varphi_2}$$

(Công thức về tổng hợp hai dao động điều hòa)

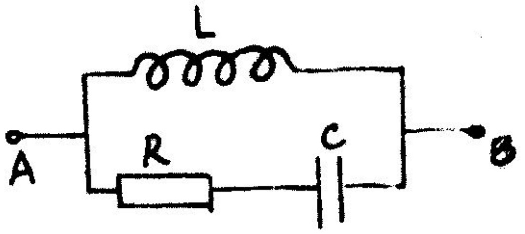
và
$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_2^2} + \frac{2}{Z_1Z_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2).$$

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

1. Cho mạch điện như hình vẽ. Cho biết.

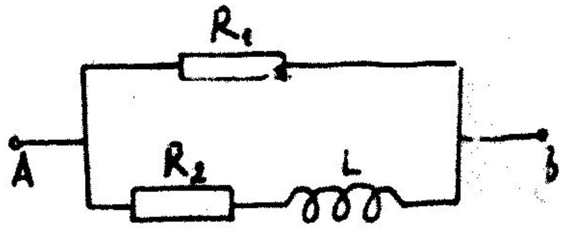
$L = \frac{1}{20\pi}$ H, $C = \frac{5}{\pi} \cdot 10^{-3}$F,

$R = 1{,}5\,\Omega$. Công suất tiêu thụ của mạch là 150W.



a) Xác định U_o, biết rằng hiệu điện thế đặt vào mạch điện có dạng $u = U_o\sin 100\pi t$ (V).

b) Viết biểu thức của các dòng điện ở nhánh rẽ và ở mạch chính.



2. Cho mạch điện như hình vẽ. Cho biết $R_1 = 5\Omega$,

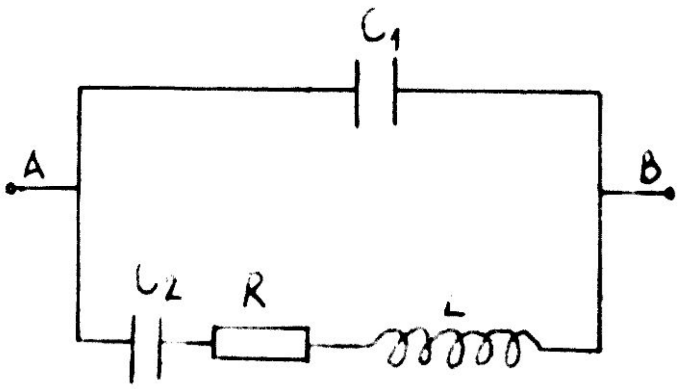
$R_2 = 1{,}5\,\Omega$, $L = \frac{2}{\pi} \cdot 10^{-2}$H.

Công suất tiêu thụ của mạch là 550W và tần số dòng điện là 50Hz. Tính cường độ hiệu dụng trên các nhánh và hiệu điện thế hệu dụng đặt vào mạch.

3. Cho mạch điện như hình vẽ. Cho biết: $C_1 = \frac{2}{5\pi} \cdot 10^{-3}$F

$C_2 = \frac{0,2}{\pi} \cdot 10^{-3}F$, $L = \frac{1}{\pi}H$.

$R = 25\Omega$. Biểu thức của dòng điện ở mạch chính $i = 5\sqrt{2}\sin 100\pi t(A)$. Viết biểu thức của u_{AB}.



HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. a) $Z_L = L\omega = 5\Omega$, $Z_c = \frac{1}{C\omega} = 2\Omega$,

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = 2,5\Omega,$$

$$P = RI_2^2 \rightarrow I_2 = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{150}{1,5}} = 10A$$

$$\rightarrow U = I_2Z_2 = 25V \rightarrow U_o = U\sqrt{2} = 35V.$$

b) Xét nhánh thứ nhất:

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{Z_L} = 5A,$$

i_1 trễ pha $\frac{\pi}{2}$ so với u. Biểu thức của dòng i_1

$$i_1 = 5\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) (A).$$

Xét nhánh thứ hai:

$$I_2 = 10A, \quad tg\varphi_2 = -\frac{Z_c}{R} = -\frac{4}{3} \rightarrow$$

$$\varphi_2 = -\text{arctg}\frac{4}{3} \approx -0,3\pi$$

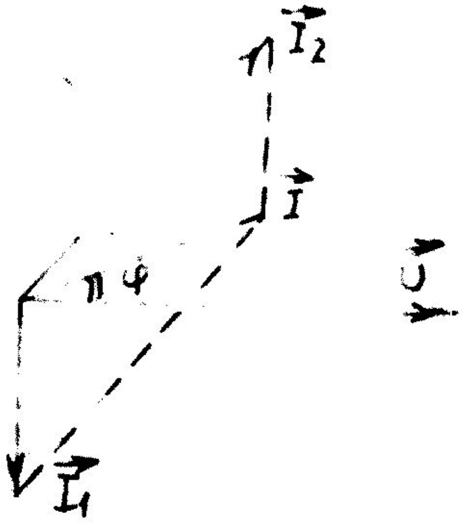
→ u trễ pha φ_2 so với i_2, hay i_2 sớm pha φ_2 so với u

→ Biểu thức của dòng i_2:

$$i_2 = 10\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}3\pi)\ (A).$$

Vẽ giản đồ véctơ biểu diễn $\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2}$.

Từ hình vẽ, ta có:



$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 - 2I_1I_2\cos\left(\frac{\pi}{2} - |\varphi_2|\right)$$

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{I_2\sin|\varphi_2| - I_1}{I_2\cos|\varphi_2|}$$

Suy ra $I = 3\sqrt{5}$ A.

$\mathrm{tg}\varphi = 0{,}5 \rightarrow \varphi = \mathrm{arctg}\,0{,}5$.

Biểu thức của i:

$$i = 3\sqrt{10}\sin(100\pi t + \mathrm{arctg}\,0{,}5)\ (A).$$

2. Ta có: $\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{Z_2}{R_1}$, $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + Z_L^2}$,

$$P = R_1I_1^2 + R_2I_2^2 \text{ và } U = I_1R_1.$$

Từ đó suy ra: $I_1 \approx 14A$,

$I_2 \approx 7A$, và $U = 35V$.

3. $u_{AB} = 250\sin\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right)$ (V).

HD: Lần lượt tính Z_1, Z_2, φ_1 và φ_2 (độ lệch pha của i_1 và i_2 so với u); sau đó tính

$$I_1 = \frac{U}{Z_1},$$

$I_2 = \dfrac{U}{Z_2}$, với U là hiệu điện thế hiệu dụng đặt vào hai đầu A, B.

Áp dụng các công thức:

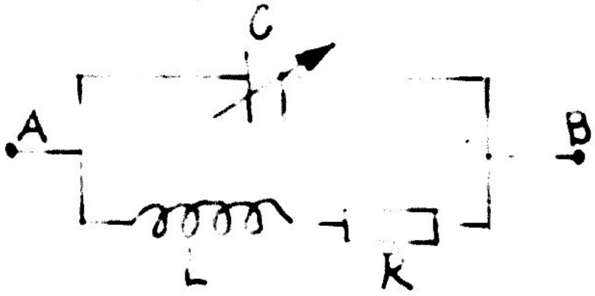
$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{I_1\sin\varphi_1 + I_2\sin\varphi_2}{I_1\cos\varphi_1 + I_2\cos\varphi_2},$$

và $\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_2^2} + \frac{2}{Z_1Z_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

(hoặc dùng phương pháp giản đồ véc tơ). Suy ra φ, Z và do đó $U = IZ$.

Bài 2. Bài tập dạng 2. *Xác định đại lượng trong mạch khi dòng điện mạch chính cùng pha với hiệu điện thế đặt vào mạch điện.*

I. VÍ DỤ: Cho mạch điện như hình vẽ. Cho biết $R = 50\,\Omega$, $L = \frac{1}{2\pi}$ H. Đặt vào hai đầu mạch điện hiệu điện thế



$u = U\,.\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

Hãy xác định trị số của C để dòng điện mạch chính cùng pha với u.

Giải: Với nhánh thứ nhất ta có

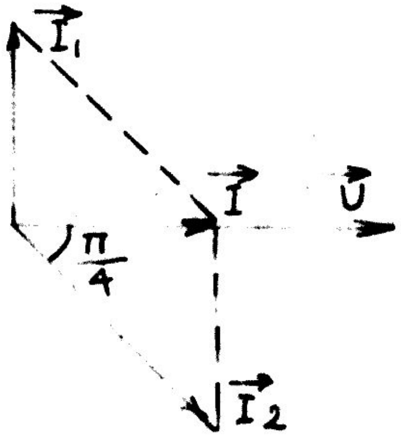
$$Z_c = \frac{2}{C\omega} \text{ và } I_1 = \frac{U}{Z_c}.$$

Dòng điện i_1 sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với u.

Với nhánh thứ hai ta có $Z_L = L\omega = 50\Omega$;

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = 50\sqrt{2}\,\Omega, \text{ và}$$

$I_2 = \frac{U}{Z_2}$, $\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{Z_L}{R} = 1 \rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{4}$.



Dòng điện i_2 trễ pha $\frac{\pi}{4}$ so với u.

Dùng phương pháp giản đồ véc tơ.

Vẽ véc tơ $\vec{U}$ và véc tơ $\vec{I_2}$ ($\vec{I_2}$ hợp với $\vec{U}$ một góc $\frac{\pi}{4}$ như hình vẽ). Tiếp theo ta vẽ véctơ $\vec{I_1}$ thẳng góc với $\vec{U}$ và có mô đun sao cho véc tơ tổng $\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2}$ có hướng trùng với $\vec{U}$. Từ giản đồ ta có

$$I_1 = I_2 \sin\varphi_2.$$

Suy ra $\dfrac{U}{Z_c} = \dfrac{U}{Z_2}\sin\dfrac{\pi}{4} \rightarrow Z_c = \sqrt{2}\,Z_2 = 100\Omega$

$\rightarrow C = \dfrac{1}{\omega\,.\,Z_c} = \dfrac{1}{\pi}\,.\,10^{-4}F.$

II. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. *Với nhánh thứ nhất và nhánh thứ hai, lần lượt tính* Z_1, I_1, φ_1 và Z_2, I_2, φ_2.

Biểu thức của Z_1, *hoặc của* Z_2, φ_1, φ_2 *có chứa đại lượng cần xác định. Khi tính* I_1 *hoặc* I_2 *cũng có thể chưa biết trị số cụ thể của hiệu điện thế hiệu dụng U đặt vào mạch.*

2. *Sau đó vẽ giản đồ véc tơ, chọn trục* $\vec{U}$ *làm gốc. Vẽ các véc tơ* $\vec{I_1}$ *và* $\vec{I_2}$ *(chú ý đến dấu của* φ_1 *và* φ_2 *để biết* i_1, i_2 *sớm hay trễ pha so với u), từ đó vẽ véc tơ tổng* $\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2}$ *vì theo đề bài i cùng pha với u, nên khi vẽ* $\vec{I}$ *phải lựa sao cho* $\vec{I}$ *cùng hướng với* $\vec{U}$.

Thường thì một trong hai véc tơ $\vec{I_1}$, $\vec{I_2}$ *đã được xác định hoàn toàn (biết cả mô đun lẫn độ lệch pha đối với u), còn véc tơ kia sẽ có mô đun hoặc độ lệch pha sao cho* $\vec{I}$ *cùng hướng với* $\vec{U}$.

3. *Từ hình vẽ sẽ tìm được hệ thức cần thiết để xác định đại lượng cần tìm.*

4. *Có thể thiết lập hệ thức tổng quát đó dựa vào công thức*

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{I_1\sin\varphi_1 + I_2\sin\varphi_2}{I_1\cos\varphi_1 + I_2\cos\varphi_2}.$$

Vì i cùng pha với u, $\varphi = 0 \rightarrow \mathrm{tg}\varphi = 0 \rightarrow$

$$I_1\sin\varphi_1 = -I_2\sin\varphi_2$$

$$\rightarrow \frac{U}{Z_1}(\cos\varphi_1 \,\text{tg}\varphi_1) = -\frac{U}{Z_2}(\cos\varphi_2 \,\text{tg}\varphi_2).$$

Thay $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$ và $\text{tg}\varphi = \frac{Z_L - Z_c}{R}$

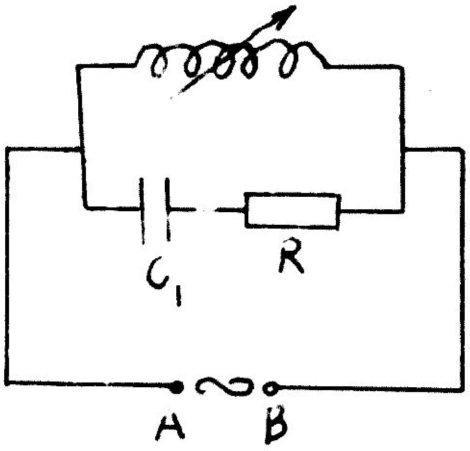
rút ra $$\frac{Z_{L1} - Z_{c1}}{Z_1^2} = \frac{Z_{c2} - Z_{L2}}{Z_2^2}.$$

Nói chung, ở nhiều bài toán, từ hình vẽ có thể thu ngay được đại lượng cần tìm.

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

1. Cho mạch điện như hình vẽ cho biết $R = 20\Omega$;

$C = \frac{2}{3\pi}.10^{-3}F.$



Đặt vào hai đầu mạch điện hiệu điện thế:

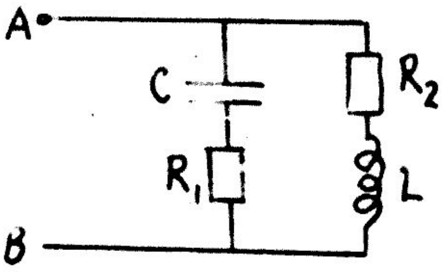
$u = 50\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

Điều chỉnh L để dòng điện mạch chính cùng pha với u. Hãy xác định L và cường độ hiệu dụng ở mạch chính khi đó.

2. Cho mạch điện như hình vẽ. Cho biết:

$R_1 = 75\,\Omega$; $C = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}F$, $R_2 = 75\Omega$, $L = \frac{1}{2\pi}H$.

Hãy tìm tần số của hiệu điện thế xoay chiều u_{AB} cần đặt vào mạch để cường độ dòng điện mạch chính cùng pha với u_{AB}.



HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

1. Ta có $Z_c = \dfrac{1}{C\omega} = 15\Omega$,

$Z_2 = \sqrt{R^2 + Z_c^2} = 25\Omega$, U = 50 V.

$I_2 = \dfrac{U}{Z_2} = 2A$, $tg\varphi_2 = -\dfrac{Z_c}{R} = -\dfrac{3}{4} \rightarrow \varphi_2 \approx -0{,}2\pi \rightarrow$

i_2 sớm pha một góc $0{,}2\pi$ so với u.

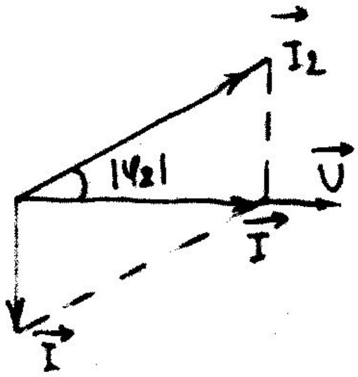
Với nhánh thứ nhất: $Z_L = L\omega$, $I_1 = \dfrac{U}{Z_L}$,

$\varphi_1 = \dfrac{\pi}{2} \rightarrow i_1$ trễ pha $\dfrac{\pi}{2}$ so với u.

Vẽ giản đồ véc tơ: chọn $\vec{U}$ làm trục gốc, ta vẽ véc tơ $\vec{U}$ wà véc tơ $\vec{I_2}$ ($\vec{I_2}$ hợp với $\vec{U}$ một góc.

$|\varphi_2| = 0{,}2\pi$).

Tiếp theo vẽ véc tơ $\vec{I_1} \perp \vec{U}$ và có mô đun sao cho véc tơ tổng $\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2}$ có hướng trùng với $\vec{U}$.



Từ giản đồ ta có $I_1 = I_2 \sin|\varphi_2|$.

Vì $tg|\varphi_2| = \dfrac{3}{4}$ nên $\sin|\varphi_2| = \dfrac{3}{5}$. Từ đó

$$\frac{U}{Z_L} = 2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{50}{Z_L} \rightarrow Z_L = \frac{125}{3}\,\Omega$$

$$\rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{5}{12\pi}\,H.$$

Từ giản đồ ta cũng có $I = I_2\cos\varphi_2 = 2 \cdot \dfrac{4}{5} = 1{,}6$ A.

2. HD: Vì đề bài không cho giá trị cụ thể của U và vì ω là đại lượng cần xác định, nên không tính được cụ thể Z_L, Z_C vì, do đó, không tìm được cụ thể các độ lệch pha φ_1 và φ_2 của i_1 wà i_2 so với

u, cũng như không tính được cả I_1 lẫn I_2. Do đó lập luận tổng quát như ở mục 4, II ở trên và chú ý là ở đây $Z_{L1} = 0$ và $Z_{C2} = 0$. Ở đây sẽ tìm được hệ thức đơn giản hơn

$$\frac{Z_{C1}}{Z_1^2} = \frac{Z_{L2}}{Z_2^2} \rightarrow \frac{\frac{1}{C\omega}}{R_1^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}} = \frac{L\omega}{R_2^2 + L^2\omega^2}.$$

Vì theo đề bài $R_1 = R_2$ nên rút ra $\omega^2 = \frac{1}{CL}$.

Từ đó $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 50\,Hz$.

Chủ đề IV MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU MẮC HỖN HỢP.

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC VÀ PHƯƠNG PHÁP CƠ BẢN.

1. Mạch điện xoay chiều mắc hỗn hợp gồm nhiều đoạn mạch mắc nối tiếp. Các đoạn mạch này có thể gồm các phần tử mắc nối tiếp, hoặc là đoạn mạch mắc song song. Trong các đề thi thường gặp trường hợp mạch điện AB gồm hai đoạn mạch mắc nối tiếp AM và MB.

2. Để giải bài toán phải dùng phương pháp giản đồ véc tơ.

Nếu đoạn mạch AM gồm các phần tử mắc nối tiếp, còn đoạn MB mắc song song thì ta xét đoạn mạch MB trước. Vẽ giản đồ véc tơ: Chọn trục gốc là trục hiệu điện thế $\vec{U}_{MB}$ và vẽ các véc tơ cường độ $\vec{I}_1$, $\vec{I}_2$... ở các nhánh rẽ của đoạn mạch MB. Từ đó vẽ véc tơ $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$, biểu diễn dòng điện mạch chính. Sau đó xét đoạn mạch nối tiếp AM: Chọn trục gốc là trục dòng điện $\vec{I}$ (vừa vẽ được ở trên); từ đó vẽ véc tơ $\vec{U}_{AM}$. Hiệu điện thế U_{AB} của mạch điện được biểu diễn bằng véc tơ tổng

$$\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MB}$$

Dựa vào giản đồ véc tơ đã vẽ được, vận dụng các hệ thức lượng giác đã biết, sẽ tìm được đại lượng đã xác định.

3. Nếu có hai đoạn mạch AM và MB là đoạn mạch song song thì lần lượt vẽ giản đồ véc tơ cho từng đoạn mạch (chọn trục gốc là trục hiệu điện thế ở hai đầu đoạn mạch), từ đó vẽ được véc tơ dòng điện chính $\vec{I}$ cho từng đoạn mạch. Sau đó ghép nối hai giản đồ véc tơ đó lại, bằng cách chọn trục gốc chung là trục dòng điện $\vec{I}$ (vì hai đoạn mạch có cùng dòng điện chính), từ đó dựng lại các véc tơ hiệu điện thế $\vec{U}_{AM}$ và $\vec{U}_{MB}$ (chú ý đến độ lệch pha giữa $\vec{I}$ và $\vec{U}_{AM}$, giữa $\vec{I}$ và $\vec{U}_{MB}$ đã tìm được ở trên). Véc tơ hiệu điện thế $\vec{U}_{AB}$ của mạch điện là véc tơ tổng $\vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MB}$. Dựa vào giản đồ véc tơ đã vẽ được đó sẽ tìm được đại lượng cần xác định.

4. Nói chung đây là bài toán phức tạp, do đó tiến hành các tính toán bằng số cần thiết (căn cứ vào dữ kiện cho trong đề bài) trước khi vẽ các giản đồ véc tơ.

5. Để tính công suất tiêu thụ của mạch điện ta áp dụng công thức $P = R_1I_1^2 + R_2I_2^2 + \dots$. Để tính tổng trở của mạch điện áp dụng công thức $Z = U/I$.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài tập 1. Cho mạch điện như hình vẽ.

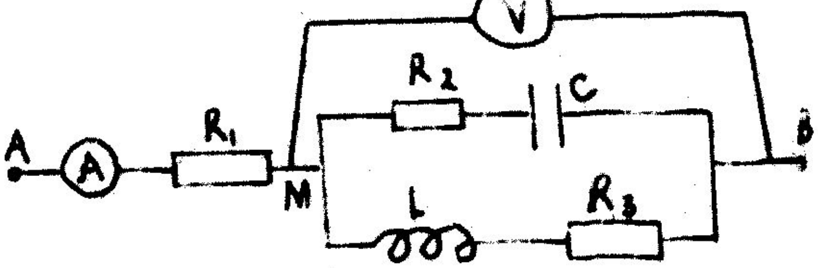
Cho biết $R_1 = 25\Omega$;

$R_2 = 15\Omega$,

$C = \frac{5}{\pi} . 10^{-4}F$,

$L = \frac{0,2}{\pi} H$,

$R_3 = 15\Omega$. Đặt vào hai đầu mạch điện hiệu điện thế



$$u_{AB} = 165\sqrt{2}\sin 100\pi t \text{ (V)}.$$

a) Tìm số chỉ của vôn kế và ampe kế. Viết biểu thức của cường độ dòng điện chính và của hiệu điện thế u_{MB}.

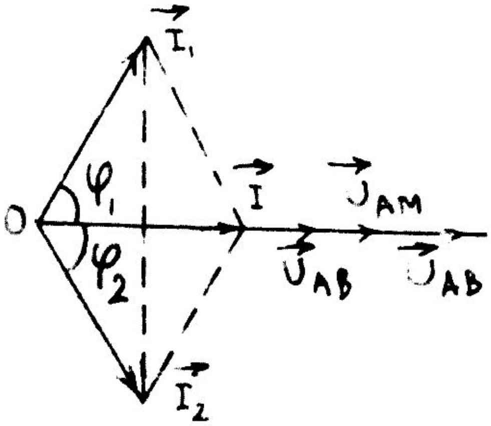
b) Tính công suất tiêu thụ của mạch điện.

c) Tính tổng trở của toàn mạch.

Giải:

a) Xét đoạn mạch MB. Ta có

$$Z_c = \frac{1}{C\omega} = 20\Omega;\ Z_1 = \sqrt{R_2^2 + Z_c^2} = 25\Omega;$$



$I_1 = \frac{U_{MB}}{Z_1} = \frac{U_{MB}}{25}$; i_1 sớm pha so với u_{MB} một góc φ_1 mà $tg\varphi_1 = \frac{Z_C}{R_2} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

$$\rightarrow \varphi_1 = \text{arctg}\,\frac{4}{3} \approx 0{,}3\pi.$$

Ta lại có $Z_L = L\omega = 20\Omega$; $Z_2 = \sqrt{R_3^2 + Z_L^2} = 25\Omega$.

$$I_2 = \frac{U_{MB}}{Z_2} = \frac{U_{MB}}{25} = I_1.$$

$_2$ trễ pha so với u_{MB} một góc φ_2 mà

$$g\varphi_2 = \frac{Z_L}{R_3} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3} \rightarrow \varphi_2 = \varphi_1.$$

Vẽ giản đồ véc tơ cho đoạn mạch MB: Chọn trục gốc là hiệu điện thế $\vec U_{MB}$. Vẽ $\vec I_1$, $\vec I_2$.

Vì $I_1 = I_2$ và $\varphi_1 = \varphi_2$ nên véc tơ cường độ dòng điện chính $\vec I = \vec I_1 + \vec I_2$ nằm dọc theo trục $\vec U_{MB}$, nghĩa là cường độ dòng chính i cùng pha với u_{MB}.

Hiệu điện thế u_{AM} cùng pha với i (vì đoạn mạch AM chỉ chứa điện trở thuần R_1), do đó véc tơ $\vec U_{AM}$ có hướng trùng với $\vec U_{MB}$ (và có độ lớn $U_{AM} = R_1 I = 25\,I$). Véc tơ hiệu điện thế của mạch điện $\vec U_{AB} = \vec U_{AM} = \vec U_{MB}$ có cùng hướng với $\vec U_{MB}$ (cũng tức là cùng hướng với $\vec I$) và có độ lớn:

$$U_{AB} = U_{AM} + U_{MB} = 25I + U_{MB}. \qquad (1)$$

Từ giản đồ véc tơ ta có:

$$I = 2 . I_1 . \cos\varphi_1 = 2 . \frac{U_{MB}}{25} . \frac{R_2}{Z} = \frac{6U_{MB}}{125},$$

suy ra $$U_{MB} = \frac{125I}{6}. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $U_{AB} = \frac{275}{6}I$.

Theo đề bài $U_{AB} = 165\,V$, suy ra $I = 3{,}6A$.

Số chỉ của ampe kế là 3,6A.

Số chỉ của vôn kế là $U_{MB} = \frac{125I}{6} = 75V$.

Biểu thức của cường độ dòng chính (cùng pha với u_{AB})

$$i = 3{,}6\sqrt{2}\sin(100\pi t)\ (A).$$

Biểu thức của u_{MB} (cùng pha với u_{AB})

$$u_{MB} = 75\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V).$$

b) Công suất tiêu thụ của mạch điện

$$P = R_1I^2 + R_2I_1^2 + R_3I_2^2.$$

Ta có $I_1 = I_2 = \frac{U_{MB}}{25} = 3A$.

Suy ra $P = 1188W$.

c) Tổng trở của toàn mạch:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{165}{3{,}6} \approx 46\Omega.$$

Bài tập 2.

Cho mạch điện như hình vẽ

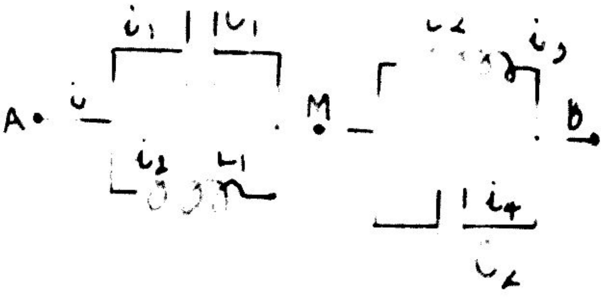
Cho biết:

$C_1 = 32\mu F$; $L_1 = \frac{2}{\pi}H$; $C_2 = 8\mu F$; $L_2 = \frac{2}{\pi}H$.

Đặt vào mạch hiệu điện thế:

$u_{AB} = 150\sqrt{2}\sin 100\pi t\,(V)$.

Hãy xác định I, I_1, I_2, I_3, I_4, U_{AM} và U_{MB}.



Viết biểu thức của i.

Giải:

Xét đoạn mạch AM

$$Z_{L1} = L_1\omega = 200\ \Omega;\ Z_{C1} = \frac{1}{C_1\omega} = 100\ \Omega$$

$$I_1 = \frac{U_{AM}}{Z_{C1}} = \frac{U_{AM}}{200};\ i_1 \text{ sớm pha } \frac{\pi}{2} \text{ so với } u_{AM}.$$

$$I_2 = \frac{U_{AM}}{Z_{L1}} = \frac{U_{AM}}{200};\ i_2 \text{ trễ pha } \frac{\pi}{2} \text{ so với } U_{AM}$$

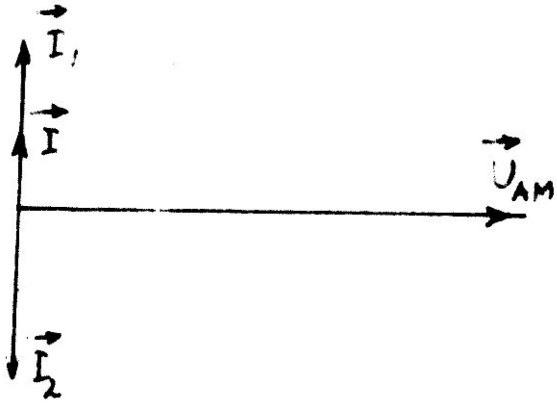
Vẽ giản đồ véc tơ.

Véc tơ dòng điện chính $\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2}$.

Từ hình vẽ ta có

$$= I_1 - I_2 = \frac{U_{AM}}{200}.$$

Và u_{AM} trễ pha $\frac{\pi}{2}$ so với i.



Xét đoạn mạch MB.

$$Z_{L2} = L_2\omega = 200\ \Omega;\ Z_{C2} = \frac{1}{C_2\omega} = 400\ \Omega,$$

$$I_3 = \frac{U_{MB}}{Z_{L2}} = \frac{U_{MB}}{200};\ i_3 \text{ trễ pha } \frac{\pi}{2} \text{ so với } u_{MB},$$

$$I_4 = \frac{U_{MB}}{Z_{c2}} = \frac{U_{MB}}{400};\ i_4 \text{ sớm pha } \frac{\pi}{2} \text{ so với } u_{MB}.$$

Vẽ giản đồ véc tơ.

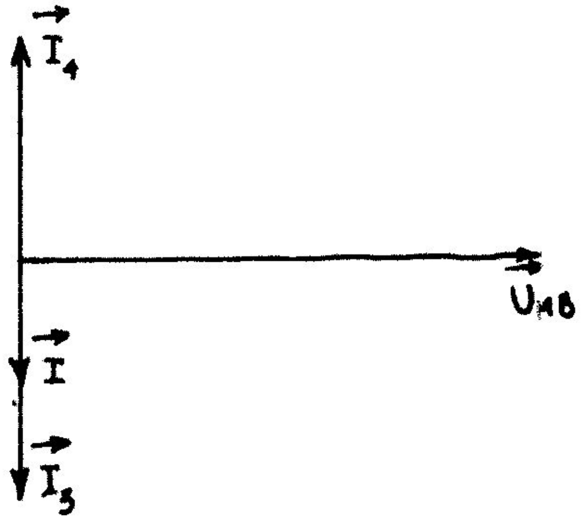
Véc tơ dòng điện chính

$\vec{I} = \vec{I}_3 + \vec{I}_4$.

Từ hình vẽ ta có

$$I = I_4 - I_3 = \frac{U_{MB}}{400},$$

và u_{MB} sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với i.



Ta thấy $I = \frac{U_{AM}}{200} = \frac{U_{MB}}{400} \rightarrow U_{MB} = 2U_{AM}$.

Bây giờ ta ghép nối hai giản đồ đó lại, bằng các chọn trục gốc là trục $\vec{I}$ (véc tơ dòng điện chính). Ta vẽ véc tơ $\vec{I}$ và dựa vào 2 giản đồ trên để vẽ $\vec{U}_{AM}$ và $\vec{U}_{MB}$ như hình vẽ (vì u_{MB} sớm pha $\pi/2$ so với i, còn u_{AM} trễ pha $\pi/2$ so với i).

Vẽ $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MB}$.

Từ hình vẽ ta có

$$U_{AB} = U_{MB} - U_{AM} = 2U_{AM} - U_{AM} = U_{AM},$$

vậy

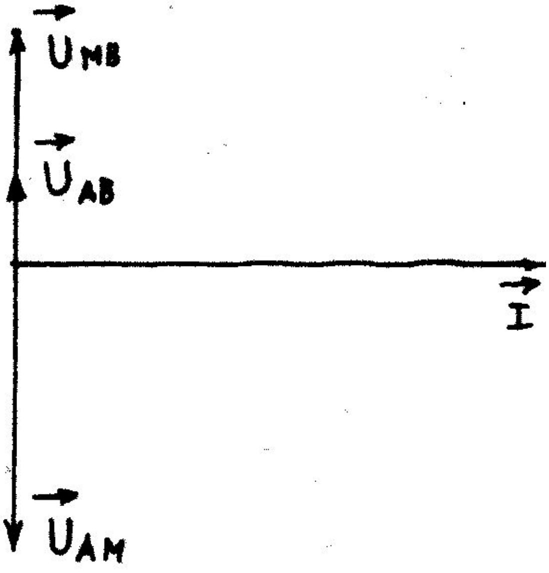
$$U_{AM} = 150V \text{ và } U_{MB} = 300V.$$

Từ đó $I_1 = \frac{U_{AM}}{100} = 1,5A,$

$$I_2 = \frac{U_{AM}}{200} = 0,75A,$$

$$I_3 = \frac{U_{MB}}{200} = 1,5A,$$

$$I_4 = \frac{U_{MB}}{400} = 0,75A = I.$$



Từ hình vẽ ta thấy i sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với u_{AB}.

Vậy biểu thức của i là:

$$i = 0,75 . \sqrt{2} \sin \left(100\pi t + \frac{\pi}{2} \right) (A).$$

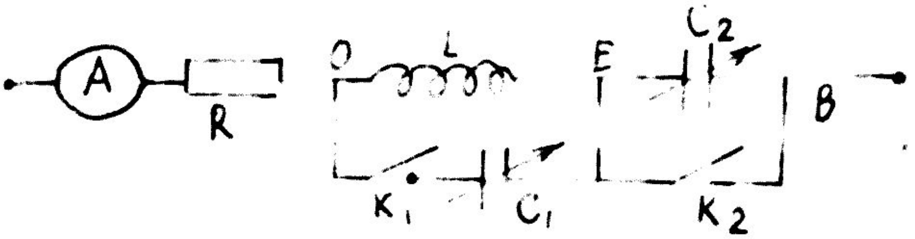
C. BÀI TẬP ỨNG DỤNG

1. Cho mạch điện như hình vẽ. C_1 và C_2 là hai tụ điện có điện dung có thể thay đổi.

$R = 50\ \Omega$, $L = 0,25H$. Điện trở của ampe kế và của các khóa K_1, K_2 không đáng kể. Đặt vào mạch hiệu điện thế $u_{AB} = 120\sqrt{2} \sin 100\pi t$ (V).

a) Khi K_1 và K_2 đều ngắt, điều chỉnh C_2 sao cho số chỉ ampe kế là cực đại. Tính giá trị C_2 và cường độ hiệu dụng qua R.

b) Khi K_1 ngắt, K_2 đóng, tìm hệ số công suất và công suất tiêu thụ của mạch.

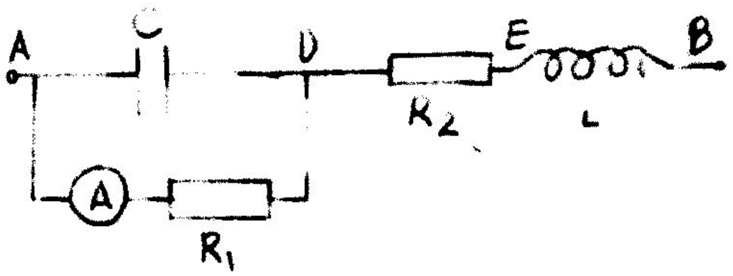


c) Khi K_1 và K_2 đều đóng, điều chỉnh C_1 sao cho số chỉ ampe kế là cực tiểu. Tính giá trị C_1 và cường độ dòng điện hiệu dụng qua R. Tính công suất tiêu thụ của mạch. Cho $\pi^2 \approx 10$.

2. Cho mạch điện xoay chiều như trên hình vẽ. Cho biết

$$C = \frac{10^{-5}}{\pi} F\ ; \quad R_A = 0;\ R_2 = 282\ \Omega; \quad R_1 = 1k\Omega;$$

$L = \frac{5}{\pi}$ H. Biết dòng điện có tần số 50Hz và ampe kế chỉ 0,1A. Hãy xác định các cường độ dòng điện hiệu dụng qua C và R_2 và các hiệu điện thế hiệu dụng U_{DE}, U_{EB} và U_{AB}.



3. Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ. Cho biết

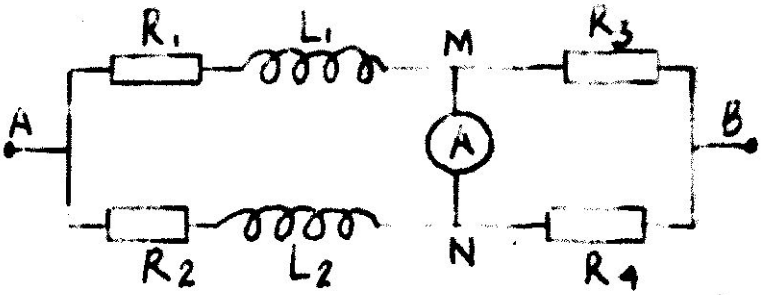
$R_1 = 225\,\Omega$;

$R_2 = 150\,\Omega$;

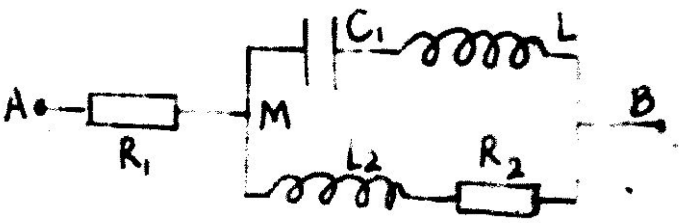
$R_4 = 30\,\Omega$;

$L_1 = 0,225$ H.

Thí nghiệm chứng tỏ dù đặt hiệu điện thế không đổi hay hiệu điện thế xoay chiều vào hai đầu mạch điện thì ampe kế vẫn chỉ số không. Hãy tính R_1 và L_2.



4. Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ. Cho biết L_1 và C_1 có giá trị sao cho ta có $4\omega^2 L_1 C_1 = 1$;



$R_1 = 20\Omega$; $R_2 = 30\Omega$; $L_2 = \frac{1}{10\pi}$ H.

$u_{AB} = 200\cos^2\omega t$ (V), $\omega = 100\pi$ rad/s.

Tìm biểu thức các dòng điện ở mạch chính và các nhánh rẽ.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ.

1. a) Khi K_1 và K_2 đều ngắt, mạch điện là mạch RLC_2 không phân nhánh

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C_2\omega}\right)^2}, \ I = \frac{U}{Z} \text{ đạt cực đại}$$

$$\text{khi } L\omega - \frac{1}{C_2\omega} = 0 \rightarrow C_2 \approx 40\mu F \rightarrow I_{max} = \frac{U}{R} = 2,4A.$$

b) Khi K_2 đóng, đoạn mạch DC_2B được nối tắt và mạch AB chỉ còn có R và L mắc nối tiếp → $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \approx 93\,\Omega$.

và $I = \frac{U}{Z} \approx 1.3A$

$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \approx 0{,}54$; $P = RI^2 = 84.5W$.

c) Khi K_1 đóng, C_1 và L mắc song song và bây giờ mạch điện gồm: Rnt $(C_1 // L)$ i_L trễ pha $\pi/2$ so với u_{DB}, còn i_{C1} sớm pha $\pi/2$ so với u_{DB}. Vẽ giản đồ véc tơ suy ra véc tơ dòng điện mạch chính $\vec{I}_R = \vec{I}_L + \vec{I}_{c1}$.

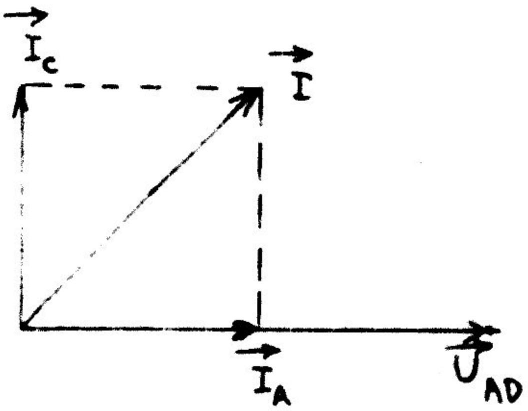
Từ đó $I_R = |I_L - I_{c1}|$. Do đó muốn cho I_R cực tiểu ta phải có $I_L = I_C$ →

$$\frac{U_{DB}}{Z_L} = \frac{U_{DB}}{Z_{C1}} \to C_1 = \frac{1}{L\omega^2} = 40\,\mu F.$$

Khi đó $I_R = 0$ và $P = 0$.

2. Ta có $U_{AD} = I_A . R_1 = 100V$;

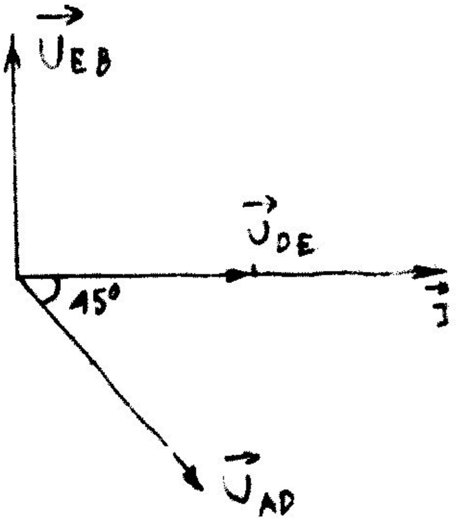
$Z_c = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{2\pi f . C} = 1000\Omega$; $I_c = \frac{U_{AD}}{Z_C} = 0{,}1A = I_A$.



Để xác định cường độ hiệu dụng qua R_2 (dòng điện mạch chính) ta áp dụng phương pháp giản đồ véc tơ: Chọn trục gốc là $\vec{U}_{AD}$ vẽ $\vec{I}_A$, $\vec{I}_C$, từ đó vẽ $\vec{I} = \vec{I}_A + \vec{I}_C$. Vì $I_A = I_C$ nên $I = I_A\sqrt{2} = 0{,}141$ A và dòng điện chính i sớm pha $\pi/4$ so với u_{AD}.

Ta có $U_{DE} = IR_2 = 40V$; $Z_L = L\omega = 500\Omega$;

$U_{EB} = IZ_c = 70,5V$ (u_{EB} sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với i).



Để tính U_{AB} dùng phương pháp giản đồ véc tơ. Chọn trục gốc là trục dòng điện chính $\vec{I}$ (làm với $\vec{I}$ một góc $\pi/4$), véc tơ $\vec{U}_{DE}$ (cùng hướng với $\vec{I}$), véc tơ $\vec{U}_{EB}$ (làm với $\vec{I}$ góc $\pi/2$).

Từ đó vẽ $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DE} + \vec{U}_{EB}$ (1). Để tính U_{AB} ta chiếu công thức (1) lên trục Ox (trùng với $\vec{I}$) và lên trục Oy ⊥ Ox, tìm được U_{ABx} và U_{ABy} và, từ đó $U_{AB} = \sqrt{U_{ABx}^2 + U_{ABy}^2} = 110V$.

3. Xét trường hợp đặt vào mạch một hiệu điện thế không đổi. Vì ampe kế chỉ 0, ta có mạch cầu cân bằng, do đó

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4},$$

hay $$R_2 = R_1 \cdot \frac{R_4}{R_3} = 45\,\Omega.$$

Xét trường hợp đặt vào mạch điện một hiệu điện thế xoay chiều. Ta có

$$U_{AM} = U_{AN}, \quad (1)$$
$$U_{MB} = U_{NB}. \quad (2)$$

Suy ra

$$I_1Z_1 = I_2Z_2,$$
$$I_3R_3 = I_4R_4.$$

Mặt khác ta lại có $I_1 = I_3$; $I_2 = I_4$.

Từ đó $$\frac{\sqrt{R_1^2 + (L_1\omega)^2}}{R_3} = \frac{\sqrt{R_2^2 + (L_2\omega)^2}}{R_4}$$

$$\rightarrow (R_1^2R_4^2 - R_2^2R_3^2) + \omega^2(R_4^2L_1^2 - R_3^2L_2^2) = 0$$

$$\rightarrow L_2 = L_1\frac{R_4}{R_3} = 0{,}045H.$$

4. Vì $\cos^2\omega t = \dfrac{1 + \cos 2\omega t}{2}$

nên có thể viết lại u_{AB} dưới dạng

$$u_{AB} = \frac{U_o}{2} + \frac{U_o}{2}\cos 2\omega t. \qquad (U_o = 200V).$$

Như vậy hiệu điện thế đặt vào mạch gồm hai thành phần: một thành phần không đổi $\dfrac{U_o}{2}$ và một thành phần xoay chiều $\dfrac{U_o}{2}\cos 2\omega t$ với tần số góc $2\omega = 200\pi$ rad/s.

Vì dòng điện không đổi không đi qua tụ điện nên nó chỉ qua nhánh R_2L_2, nghĩa là hiệu điện thế không đổi $\dfrac{U_o}{2} = 100$ V đã gây nên một dòng điện không đổi đi qua R_1, R_2 và L_2, dòng này có cường độ

$$I_{R1} = \frac{U_o}{2(R_1 + R_2)} = 1A.$$

Xét thành phần xoay chiều $u_1 = \dfrac{U_o}{2} = \cos 2\omega t$.

Viết lại $u_1 = U_1\sin\omega_1 t$ với $U_1 = \dfrac{U_o}{2} = 100V$,

$\omega_1 = 2\omega = 200\pi$ rad/s. Xét đoạn mạch MB.

Ở nhánh rẽ C_1L_1: $Z_{L1} = L\omega_1$

$$Z_{C1} = \frac{1}{C\omega_1}.$$

Tổng trở của nhánh C_1L_1: $Z_1 = |Z_{L1} - Z_{C1}|$,

$$Z_1 = \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right) = \frac{1}{2\omega C}(4\omega^2LC - 1) = 0.$$

Với nhánh L_2R_2: $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (2\omega L_2)^2} = 20\sqrt{2}\ \Omega.$

Vì tổng trở của nhánh C_1L_1 bằng không, còn tổng trở của nhánh L_2R_2 khác không nên dòng điện xoay chiều sẽ không qua nhánh L_2R_2 mà chỉ qua nhánh C_1L_1. Nghĩa là khi đó thành phần xoay chiều chỉ đi qua $R_1L_1C_1$, và biểu thức của dòng điện xoay chiều qua R_1 và qua L_1C_1 là

$$i_1 = \frac{U_1}{R_1} = 50\cos 2\omega t\ (A).$$

Như vậy:

– Biểu thức cường độ dòng điện qua mạch chính là:

$$i = i_1 + I_{R1} = 1 + 50\cos(200\pi t)\ (A).$$

– Biểu thức cường độ dòng điện qua nhánh L_1C_1

$$i_1 = 50\cos(200\pi t)\ (A).$$

– Biểu thức của cường độ dòng điện qua nhánh L_2R_2

$$i_2 = 1A.$$

D. BÀI TẬP TỔNG HỢP VỀ DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

1. Một bộ đèn ống gồm một bóng đèn, có công suất định mức 40W và cường độ dòng điện định mức là 0,4A, mắc nối tiếp với một cuộn chấn lưu có độ tự cảm L = 1,5H và điện trở thuần R = 20Ω.

Đặt vào hai đầu bộ đèn một hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng 220V, tần số 50Hz.

a) Đèn có sáng bình thường không? Tính công suất tiêu thụ của cả bộ đèn, của chấn lưu. Tính hệ số công suất và hiệu suất của bộ đèn.

b) Muốn cho hệ số công suất bằng 1 phải mắc song song với bộ đèn một tụ điện có điện dung bằng bao nhiêu?

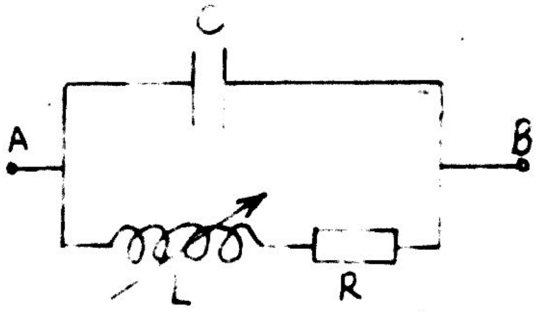
c) Nếu thay chấn lưu bằng một điện trở thuần thì hệ số công suất và hiệu suất của bộ đèn bằng bao nhiêu.

2. Cho mạch điện AB như hình vẽ.

Cho biết:

$u_{AB} = 8\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

Dòng điện trong các nhánh rẽ và trong mạch chính có cường độ hiệu dụng bằng nhau và bằng 1A



a) Hãy tính R, C và giá trị của L khi đó.

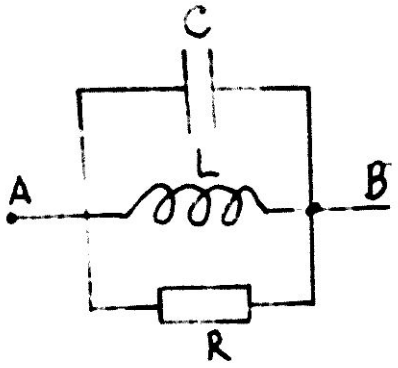
b) Điều chỉnh L để dòng điện chính và u_{AB} cùng pha, tìm giá trị của L khi đó.

3. Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ. Cho biết

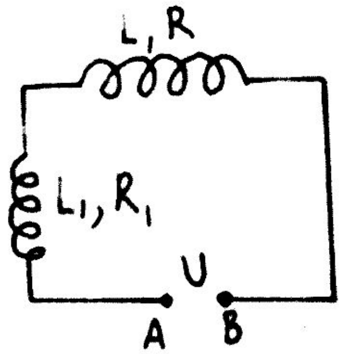
$u_{AB} = 220\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V);

$R = 160\,\Omega$; $L = \frac{0,5}{\pi}$ H.

Độ lệch pha giữa dòng điện mạch chính và u_{AB} là $\pi/3$. Hãy tính C và viết biểu thức của dòng điện mạch chính và của các dòng điện ở các nhánh rẽ.



4. Mắc vào hai đầu A, B của nguồn điện xoay chiều tần số 50Hz một cuộn dây có điện trở thuần $R = 50\,\Omega$ và có độ tự cảm $L = 0,5$H. Dây nối cuộn dây với nguồn điện có điện trở thuần $R_1 = 1\Omega$ và có độ tự cảm $L_1 = 5$mH. Cho biết hiệu điện thế hiệu dụng ở cuộn dây khi đó bằng $U_d = 110$V.



a) Hãy tính hiệu điện thế hiệu dụng U của nguồn điện.

b) Bây giờ mắc một tụ điện $C = 20\mu$F song song với cuộn dây. Muốn cho hiệu điện thế hai đầu cuộn dây vẫn có giá trị hiệu dụng

U_d = 110V thì cần điều chỉnh hiệu điện thế của nguồn để nó có giá trị hiệu dụng bằng bao nhiêu?

5. Một động cơ cảm ứng có công suất P = 1,1 kW với hệ số công suất k = 0,8 cần làm việc ở hiệu điện thế (hiệu dụng) U = 220V, tần số dòng điện là 50 Hz. Dây dẫn từ nguồn điện đến động cơ có điện trở thuần R = 1,2 Ω.

a) Tính công suất hao phí trên dây tải điện.

b) Mắc song song với động cơ đó một tụ điện C = 50μF. Hãy tính công suất hao phí trên dây khi đó và so sánh với trường hợp không mắc tụ điện.

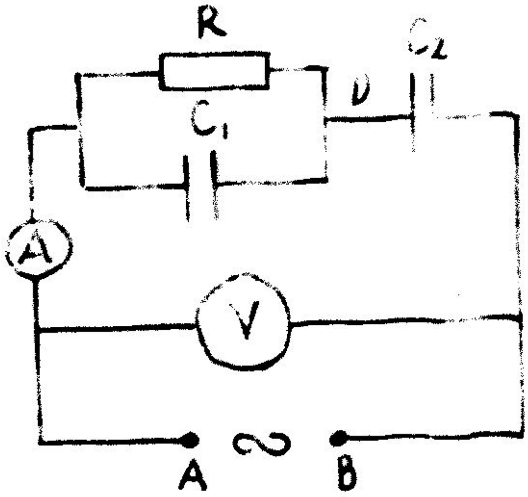
6. Cho mạch điện như trên hình vẽ.

Cho biết R = 200 kΩ;

C_1 = 0,05μF;

C_2 = 0,2μF.

Đặt một hiệu điện thế xoay chiều tần số 50 Hz vào mạch, vôn kế chỉ 120V. Hãy tìm số chỉ của ampe kế và công suất tiêu thụ trong mạch.



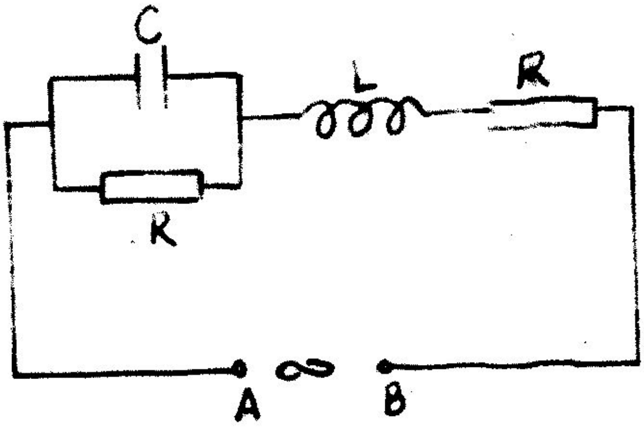
7. Cho mạch điện như hình vẽ.

Cho biết

C = 0,25μF;

L = 62,5 mH;

R = 1,5 kΩ.

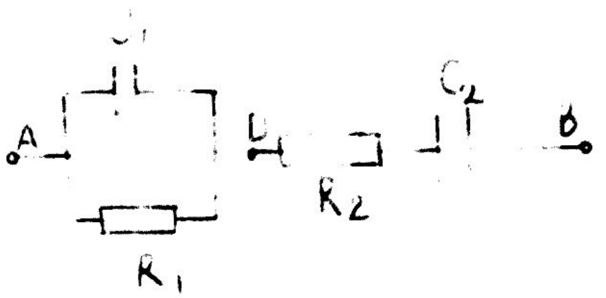


Hỏi tần số của dòng điện phải bằng bao nhiêu để dòng điện chính i và hiệu điện thế u_{AB} đặt vào mạch cùng pha.

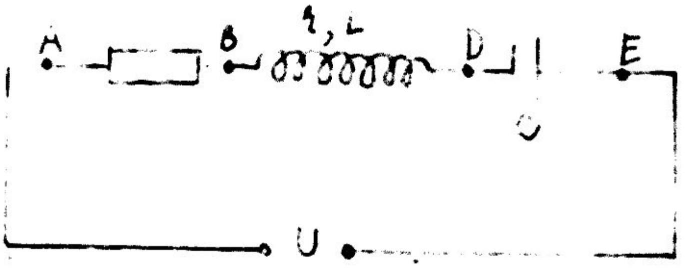
8. Cho mạch điện như hình vẽ.

Cho biết C_1 = 500μF; R_1 = 1Ω; R_2 = 12,5Ω; C_2 = 40μF

Đặt vào mạch một hiệu điện thế xoay chiều. Hỏi tần số của hiệu điện thế phải bằng bao nhiêu để u_{AD} cùng pha với u_{AB} và tính tỉ số U_{AD}/U_{AB} khi đó.



9. Xét một đoạn mạch điện AE gồm một điện trở thuần Rn= 25 ôm, một cuộn dây có điện trở r = 6 ôm và độ tự cảm L = 0,01H và một tụ điện điện dung $C = 5.1\mu F$ mắc nối tiếp như hình vẽ. Người ta đặt vào AE một hiệu điện thế xoay chiều u có tần số f = 500Hz và có giá trị hiệu dụng U = 6V.



1. Tính cường độ hiệu dụng I của dòng điện đi qua đoạn mạch và hệ số công suất của cả đoạn mạch.

2. Tính các hiệu điện thế hiệu dụng giữa từng cặp điểm AB, BD, DE.

3. Tính độ lệch pha giữa hiệu điện thế U_{AB} và hiệu điện thế U_{BD}.

4. Giả thiết rằng tần số f có thể thay đổi được, còn giá trị hiệu dụng U thì giữ nguyên.

a) Với giá trị nào của f thì cường độ hiệu dụng I có giá trị cực đại? Giá trị cực đại ấy là bao nhiêu?

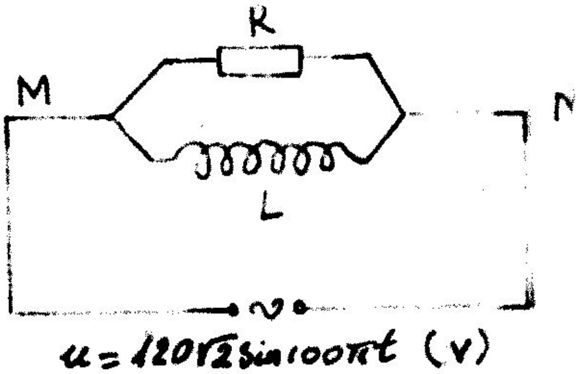
b) Với giá trị nhỏ của f thì biên độ của hiệu điện thế u_{DE} giữa hai bản của tụ điện có giá trị cực đại? Tính giá trị cực đại ấy.

(Trích ĐTTS Đại học Quốc gia Hà Nội, năm 1996).

10. Cho mạch điện như hình vẽ. Điện trở $R=60\Omega$; cuộn dây có hệ số tự cảm L và điện trở thuần r. Bỏ qua điện trở của ampe kế và của dây dẫn, $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V). Dòng điện qua cuộn dây có biểu thức $i = 2\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{3}\right)$ (A).

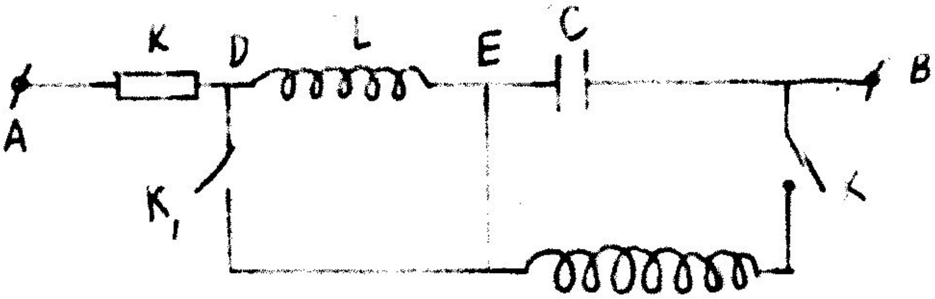
1. Tính L, r và tìm số chỉ của ampe kế A.

2. Thay điện trở R bằng tụ điện C thì cường độ mạch chính đồng pha với hiệu điện thế ở hai đầu đoạn mạch MN. Tính điện dung C và số chỉ của ampe kế A.



(Trích ĐTTS Đại học Quốc gia TP Hồ Chí Minh đợt II năm 1996).

11. Cho mạch điện như hình vẽ. Bỏ qua điện trở các cuộn dây, dây nối và các khóa K_1, K_2. Hai cuộn dây có cùng độ tự cảm L. Điện trở R = 200Ω. Hiệu điện thế giữa A và B ổn định, có biểu thức $u = 400\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ (V)



1. Khi K_1, K_2 cùng mở, hiệu điện thế giữa A và E nhanh pha hơn u góc $2\pi/3$ và hiệu điện thế giữa A và D nhanh pha hơn u góc $\pi/3$. Tính L và C.

2. K_1, K_2 cùng đóng. Tính cường độ hiệu dụng dòng điện qua R.

(Trích ĐTTS Đại học Quốc gia TP Hồ Chí Minh đợt I năm 1996).

12. Một tụ điện C mắc nối tiếp với một cuộn dây và cả hai được mắc vào hai cực AB của một nguồn điện xoay chiều có hiệu điện thế cực đại $u_{ABmax} = 150\sqrt{2}$ V. Đo hiệu điện thế giữa hai bản của tụ điện và giữa hai đầu của cuộn dây bằng một vôn kế nhiệt có điện trở vô cùng lớn ta lần lượt được $U_C = 70V$; $U_L = 200V$.

a) Xác định hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai điểm A, B. So sánh kết quả với tổng $U_C + U_L$ đã đo được và giải thích.

b) Cuộn dây có điện trở thuần không? Tại sao?

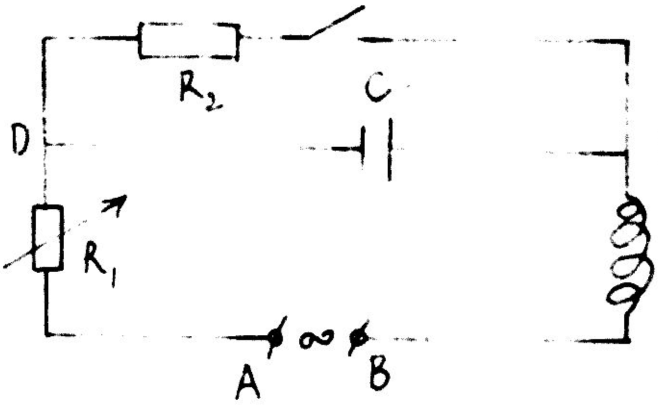
c) Đo cường độ dòng điện I trong mạch bằng một ampe kế nhiệt có điện trở không đáng kể ta thấy $I = 0,4A$. Xác định dung kháng của tụ điện, tổng trở của cuộn dây và điện trở thuần của cuộn dây.

d) Thay đổi tần số của nguồn điện nhưng không làm thay đổi hiệu điện thế cực đại của nguồn, đồng thời mắc thêm một tụ điện có điện dung $C_0 = 2\mu F$ song song với tụ điện C đã cho, người ta thấy khi tần số của nguồn bằng 500Hz thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch đạt cực đại. Xác định điện dung của tụ điện C.

Trong mọi trường hợp bỏ qua tổng trở của các dây nối.

(Trích ĐTTS Đại học Bách khoa Hà Nội năm 1996).

13. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ.



$U_{AB} = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

$R_2 = 100\Omega$; $L = \dfrac{1}{2\pi}$ H;

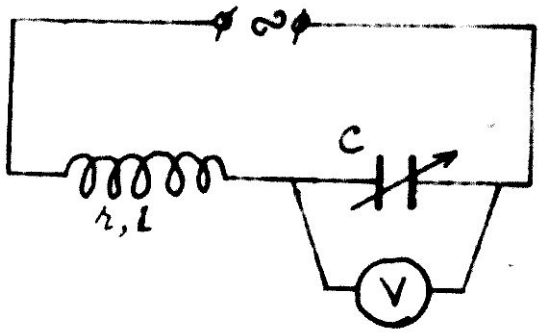
$C = \dfrac{1}{\pi} \cdot 10^{-4}$F.

1. Cho $R_1 = 50\Omega$, viết biểu thức của cường độ dòng điện qua điện trở R_1 khi khóa K mở và khi khóa K đóng.

2. Xét trường hợp khóa K mở. Khi thay đổi giá trị R_1 ta thấy công suất tiêu thụ trong mạch có một giá trị cực đại, tìm giá trị cực đại đó và xác định R_1 khi đó.

(Trích ĐTTS Học viện quan hệ quốc tế Hà Nội năm 1996).

14. Một đoạn mạch gồm 1 cuộn dây có độ tự cảm $L = \dfrac{0,4}{\pi}$ H, điện trở $r = 40\Omega$ mắc nối tiếp với một tụ điện biến đổi C (xem hình vẽ). Đặt giữa 2 đầu mạch điện một hiệu điện thế xoay chiều



$u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

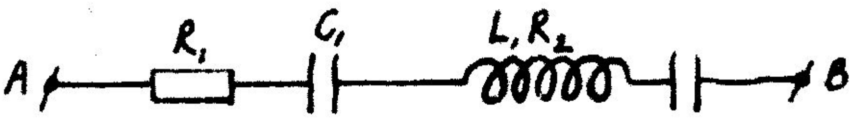
a) Khi tụ điện có điện dung $C = C_o$, dòng điện trong mạch biến thiên sớm pha $\frac{\pi}{6}$ so với hiệu điện thế hai đầu mạch điện. Tìm điện dung C_o, cường độ hiệu dụng trong mạch và số chỉ của vôn kế nhiệt V.

b) Thay đổi điện dung của tụ điện C đến giá trị để số chỉ của vôn kế V là cực đại. Tìm số chỉ đó của vôn kế và cường độ hiệu dụng trong mạch lúc này. Tìm giá trị điện dung đó. Cho rằng vôn kế có điện trở rất lớn, điện trở dây nối không đáng kể.

(Trích ĐTTS Đại học Luật Hà Nội năm 1996).

15. Cho mạch điện xoay chiều AB có sơ đồ như hình vẽ. Cho biết

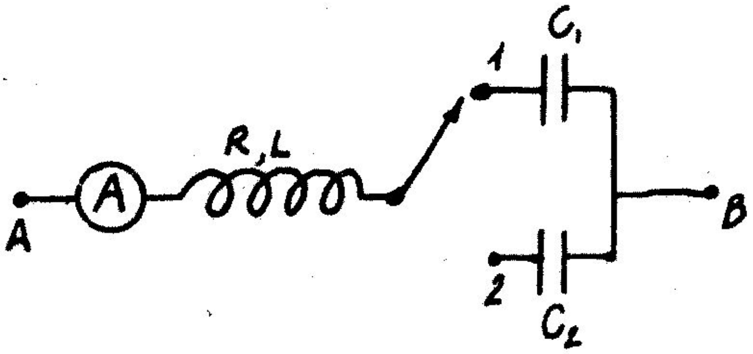
$R_1 = 4\Omega$;



$C_1 = \frac{10^{-2}}{8\pi}$ F;

$R_2 = 100\Omega$; $L = \frac{1}{\pi}$ H;

tần số của hiệu điện thế đặt vào mạch điện f = 50Hz. Biết rằng các hiệu điện thế của hai đoạn mạch U_{AE} và U_{EB} cùng pha. Tính điện dung C_2.

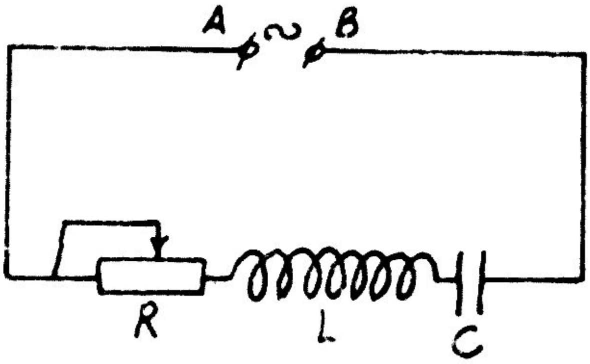


16. Cho mạch điện có sơ đồ như ở hình vẽ. Cuộn dây có độ tự cảm L và điện trở $R = 80\Omega$; $C_1 = 80\mu F$; $C_2 = 20\mu F$; điện trở ampe kế không đáng kể. Biết rằng khi khóa K quay từ vị trí 1 sang vị trí 2 số chỉ ampe kế không thay đổi.

a) Tính L và viết biểu thức cường độ dòng điện trên mạch trong hai trường hợp đó.

b) Để cho khi quay K từ 1 sang 2, pha của dòng điện thay đổi đi một lượng $\pi/2$ thì phải thay đổi đặc trưng nào của cuộn dây và thay đổi như thế nào?

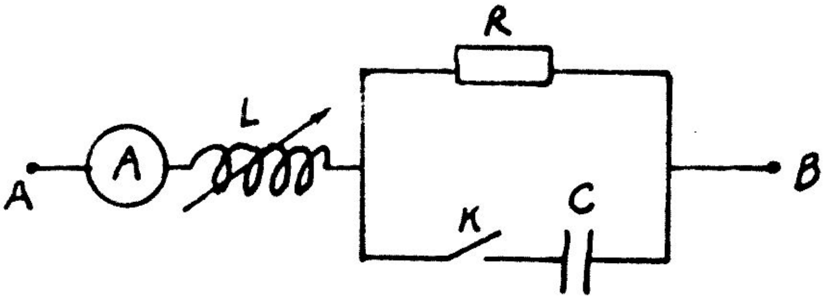
17. Cho mạch điện có sơ đồ như ở hình vẽ. Cho biết $L = \frac{1}{10\pi}$ H; $C = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{\pi}$ F, R là một biến trở; $u_{AB} = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).



a) Cho R = 20Ω. Hãy tìm tổng trở của mạch, công suất và hệ số công suất mạch.

b) Thay đổi R sao cho công suất tiêu thụ của mạch là lớn nhất. Tính R, công suất và hệ số công suất mạch khi đó.

18. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ.



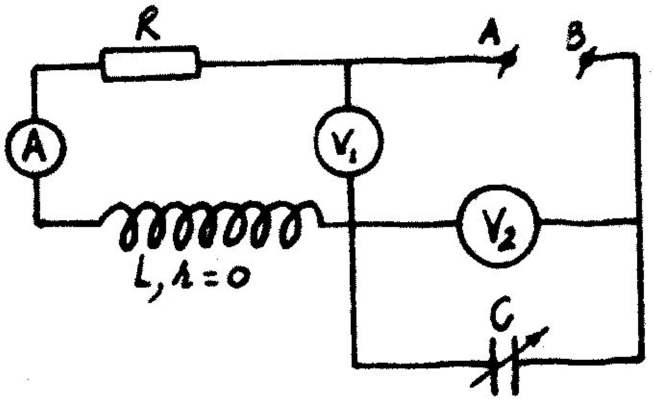
Điện trở R = 10Ω; tần số dòng điện f = 50Hz; điện dung của tụ điện $C = \frac{1}{2\pi}10^{-3}$F; hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu AB là U = 120V. Cuộn dây thuần cảm kháng. Ampe kế nhiệt có điện trở không đáng kể.

1. Khi cuộn dây có hệ số tự cảm $L = \frac{0,2}{\pi}$ H, tìm số chỉ của ampe kế khi khóa K mở và khi khóa K đóng.

2. Xét trường hợp khóa K đóng: thay đổi giá trị của L để số chỉ của ampe kế cực đại. Tìm số chỉ cực đại đó và giá trị của L khi đó.

(Trích ĐTTS Đại học An ninh nhân dân năm 1996).

19. Cho mạch điện như hình vẽ: $u_{AD} = 200\sqrt{2}\sin 2\pi ft$ (vôn); điện trở ampe kế rất nhỏ và điện trở vôn kế rất lớn. Vôn kế V_1 chỉ 200V; vôn kế V_2 chỉ $200\sqrt{2}$ V; ampe kế A chỉ $\sqrt{2}$ A.



a) Chứng minh rằng $R \neq 0$ và tìm R.

b) Thay đổi tần số dòng điện trong mạch đến $f_1 = \frac{100}{\sqrt{2}}$ Hz thì ampe kế chỉ giá trị cực đại. Tìm tần số dòng ban đầu, hệ số tự cảm L và điện dung C.

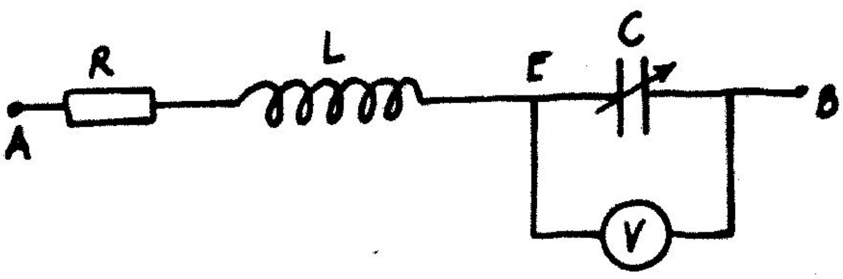
c) Viết biểu thức dòng điện trong mạch.

d) Dòng trong mạch đang có tần số ban đầu f. Thay đổi R thành $R_1 = 30\Omega$ và thay đổi L thành L_1. Sau đó mới thay đổi điện dung C thì thấy vôn kế V_2 thay đổi và đạt giá trị cực đại khi $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$ F. Tìm giá trị L_1.

(Trích ĐTTS Đại học Kiến trúc Hà Nội năm 1996).

20. Cho mạch điện xoay chiều có sơ đồ như trên hình vẽ

Cho biết R = 3 ôm; cuộn dây L thuần cảm $L = \frac{1}{25\pi}$ H; $u_{AB} = 12\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V); vôn kế có điện trở vô cùng lớn. Người ta thấy khi điện dung của tụ điện có giá trị C_1 hay $C_2 \neq C_1$ $(C_2 > C_1)$ thì vôn kế đều chỉ $U_V = 16$V.



1. Tính C_1, C_2

2. Cho $C = C_2$. Viết biểu thức hiệu điện thế ở hai đầu cuộn dây.

3. Thay tụ điện C bằng một cuộn dây có điện trở R_o và hệ số tự cảm L_o, sao cho ta có hệ thức tổng trở

$$Z_{AB} = Z_{AE} + Z_{EB},$$

và khi đó vôn kế chỉ $U'_V = 9V$. Hãy tính R_o, L_o.

21. Cho một hiệu điện thế xoay chiều $u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (vôn) đặt vào hai đầu của một đoạn mạch AB gồm một điện trở thuần $R = 100\Omega$ mắc nối tiếp với một cuộn tự cảm điện trở thuần không đáng kể có cảm kháng $Z_L = 100\Omega$.

1. Viết biểu thức cường độ dòng điện tức thời đi qua đoạn mạch. Tính công suất tiêu thụ của đoạn mạch.

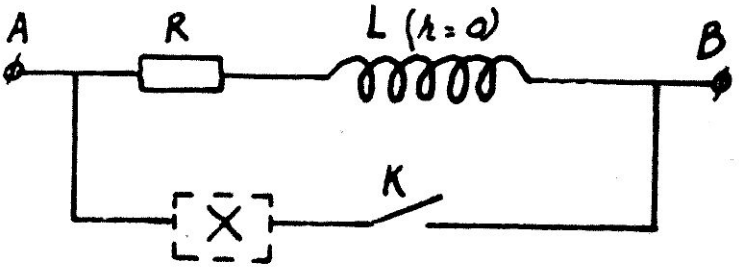
2. Trong đoạn mạch có mắc nối tiếp thêm một tụ điện C có điện dung thay đổi. Người ta thay đổi điện dung của tụ điện sao cho hiệu điện thế trên tụ là cực đại. Tính giá trị hiệu điện thế cực đại đó.

3. Nếu tụ điện trên được mắc vào hai điểm AB song song với đoạn mạch trên, khi đó cường độ dòng điện mạch chính của đoạn mạch là $I = 1A$. Tính giá trị điện dung của tụ điện khi đó.

Trích ĐTTS Đại học Xây dựng Hà Nội năm 1996).

22. Mạch điện xoay chiều gồm hai nhánh song song, trong đó nhánh 2 là đoạn mạch X chưa rõ cấu tạo; $u_{AB} = 120\sin 100\pi t$ (V). Khi K mở dòng mạch chính

$$i = i_1 = 4\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (A)}.$$



Khi K đóng dòng mạch chính $i = i' = 3\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (A)

1. a) Tìm giá trị của R, L.

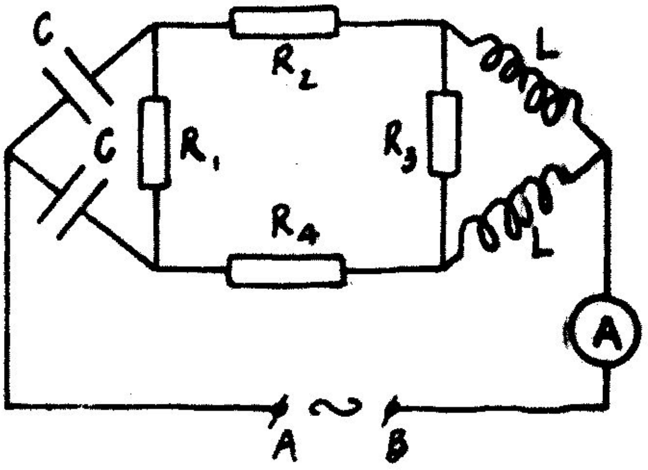
b) Tìm biểu thức u_L.

2. a) Tìm trở kháng Z_X và công suất P_X của nhánh 2 khi K đóng.

b) Nếu mạch X chỉ gồm 2 trong 3 phần tử cơ bản (R, L, hay C) mắc nối tiếp nhau thì đó là phần tử nào? trị số bao nhiêu.

(Trích ĐTTS Đại học Giao thông vận tải Hà Nội năm 1996).

23. Mạch điện xoay chiều có sơ đồ như hình vẽ.



Cho biết

$u_{AB} = 336\sin 100\pi t$ (V).

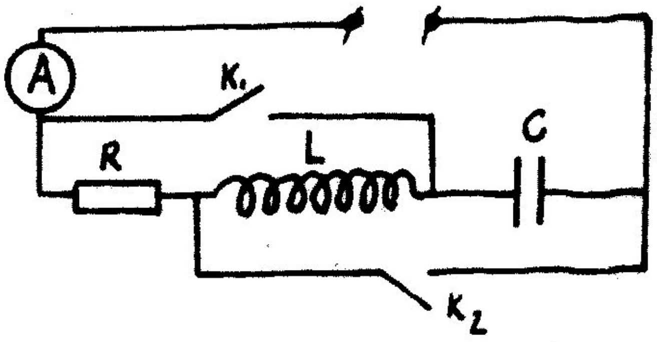
$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 200\Omega$

$C = 7,95\mu F$; $L = 0,636H$

$R_A = 0$.

Tìm số chỉ của ampe kế. Viết biểu thức dòng điện mạch chính và các dòng qua các điện trở.

24. Cho mạch điện xoay chiều có sơ đồ như hình vẽ.



$u_{AB} = 200\sqrt{2}\sin 2\pi ft$;

R = 200 ôm; L = 0,318H;

$C = 31,8\mu F$; ampe kế A và các khóa K_1, K_2, dây nối có điện trở không đáng kể.

Khi cả hai khóa K_1, K_2 ngắt và khi cả hai khóa này đóng ampe kế có số chỉ không thay đổi. Hãy tính f và tìm số chỉ ampe kế.

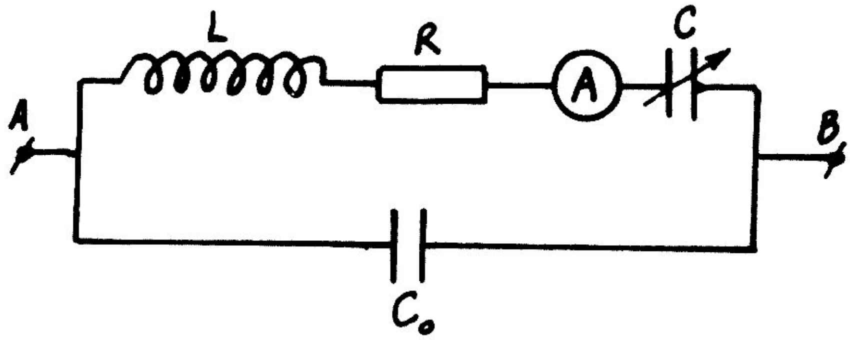
25. Một máy dao điện có rôto 4 cực quay đều với vận tốc 25 vòng/s. Stato là phần ứng gồm 200 vòng dây dẫn, diện tích mỗi vòng $6.10^{-2}m^2$. Cảm ứng từ của từ trường của rôto $B = 5.10^{-2}T$.

a) Viết biểu thức của suất điện động cảm ứng và tính suất điện động hiệu dụng của máy dao điện.

b) Hai cực của máy được nối với một điện trở thuần R nhúng trong 4 kg nước. Nhiệt độ của nước sau mỗi phút tăng thêm 1,9°C. Hãy tính R.

Bỏ qua tổng trở của phần ứng máy dao điện. Cho biết nhiệt dung riêng của nước là $C = 4186 J/kg.K$.

26. Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ. Cho biết $R = 50\Omega$; $L = \frac{1}{\pi}$ H; $C_o = \frac{2}{\pi} . 10^{-4}$F; $R_A \approx 0$; $u_{AB} = 200\sqrt{A}\sin 100\pi t$ (V).

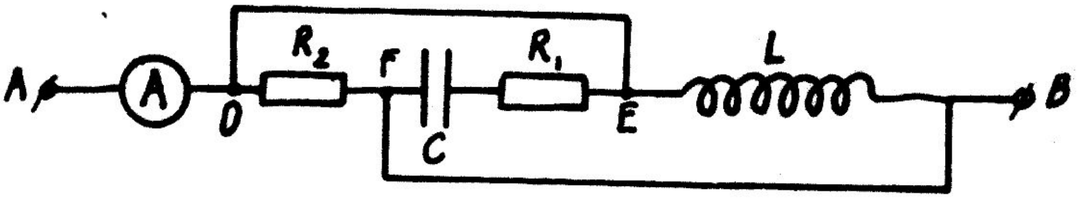


a) Xoay tụ điện C để điện dung của nó là $C = \frac{2}{\pi} . 10^{-4}$F. Hãy tìm số chỉ ampe kế, biểu thức của các dòng diện ở mạch chính, qua C và qua C_o.

b) Thay đổi điện dung của C sao cho dòng điện qua nó đạt giá trị cực đại. Tìm giá trị của điện dung C khi đó và tìm biểu thức của dòng điện ở mạch chính.

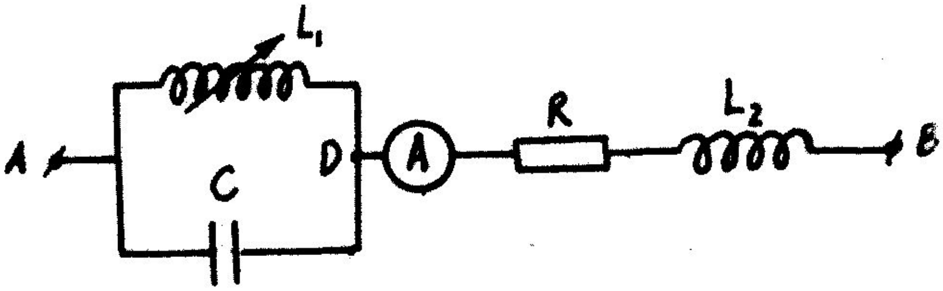
c) Tính công suất tiêu thụ toàn phần của mạch điện trong hai trường hợp trên.

27. Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ. Cho biết $R_A \approx 0$, $R_1 = 60$ ôm; $R_2 = 360$ ôm; $C = \frac{1}{6\pi} . 10^{-3}$ F;' $L = 0{,}38$H; $u_{AB} = 170\sin 100\pi t$ (V).



Tìm số chỉ A, biểu thức của dòng diện mạch chính, dòng điện qua R_1, dòng điện qua R_2 và dòng điện qua L. Tính tổng trở của mạch và công suất tiêu thụ ở mạch điện.

28. Đặt mạch điện AB có sơ đồ như ở hình vẽ dưới, hiệu tiệu thế $u_{AB} = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

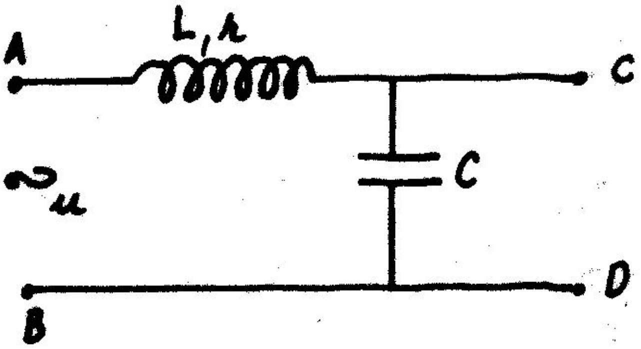


Cho biết $L_2 = \dfrac{1}{2\pi}$ H; $C = \dfrac{10^{-4}}{2\pi}$ F; R = 100 ôm; $R_A \approx 0$.

1.Ampe kế chỉ số không. Tìm giá trị của L_1 và biểu thức dòng điện qua L_1, qua C.

2. Điều chỉnh L_1 để nó có giá trị $L'_1 = \dfrac{1}{\pi}$ H. Tìm biểu thức của dòng diện qua L_1, qua C và qua R.

29. Đặt vào hai đầu A và B của mạch điện ở hình dưới lấy một hiệu điện thế xoay chiều u có tần số f = 1000Hz. Khi nối vào hai điểm C, D một ampe kế, ampe kế chỉ 0,1A, và dòng điện qua ampe kế trễ pha so với hiệu điện thế u một lượng $\dfrac{\pi}{4}$. Nếu thay ampe kế bằng một vôn kế thì vôn kế chỉ 20 V. Hiệu điện thế giữa hai đầu vôn kế trễ pha so với u một lượng $\dfrac{\pi}{4}$. Vôn kế có điện trở vô cùng lớn, ampe kế có điện trở không đáng kể

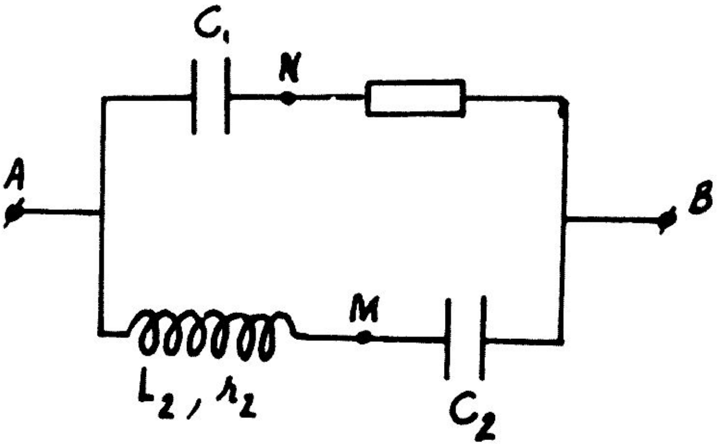


1. Tính L, C và điện trở r của cuộn cảm.

2. Tần số của dòng điện phải bằng bao nhiêu để độ lệch pha giữa u và hiệu điện thế hai đầu vôn kế bằng $\dfrac{\pi}{2}$.

(Trích ĐTTS Đại học Mỏ – Địa chất năm 1996).

30. Cho đoạn mạch xoay chiều phân nhánh AB có sơ đồ như trên hình vẽ.



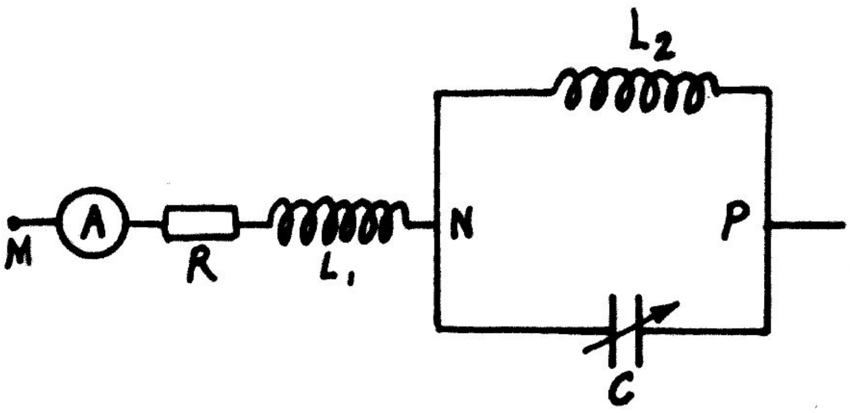
Cho biết: $R_1 = 20$ ôm; $C_1 = \frac{\sqrt{3}}{6\pi}.10^{-3}F$; cuộn dây có điện trở thuần $R_2 = 30$ ôm, độ tự cảm $L = \frac{\sqrt{3}}{10\pi}$ H; $C_2 = \frac{\sqrt{3}}{6\pi}.10^{-3}F$; $u_{AB} = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

1. Tìm biểu thức của cường độ dòng điện chính và các dòng điện rẽ. Tính U_{AN} và U_{AM}.

2. Tính U_{MN}.

31. Đặt một hiệu điện thế xoay chiều $u = U\sqrt{2}\sin 100\pi t$ vào một đoạn mạch gồm một cuộn dây có điện trở thuần $R_o = 100\pi$, hệ số tự cảm $L_o = 0,4H$, mắc nối tiếp với một ampe kế có điện trở không đáng kể; người ta thấy ampe kế chỉ một giá trị I. Bây giờ người ta tháo ống dây ra và thay bằng một đoạn mạch gồm có một điện trở R mắc song song với một cuộn dây thuần cảm (điện trở không đáng kể) có hệ số tự cảm L, người ta thấy số chỉ mape kế vẫn là I. Cho biết độ lệch pha giữa dòng điện qua ampe kế và hiệu điện thế u trong hai trường hợp đó là như nhau. Hãy tính R và L.

32. Cho mạch điện như hình vẽ: điện trở R = 150 ôm, điện trở ampe kế nhỏ không đáng kể.



Tụ điện C có điện dung có thể thay đổi được. Cuộn cảm L_1 có hệ số tự cảm $L_1 = \frac{1}{2\pi}$ H; cuộn cảm L_2. có hệ số tự cảm $L_2 = \frac{2}{\pi}$ H. Người ta duy trì giữa hai đầu mạch MP một hiệu điện thế xoay chiều $u = 170\sin 100\pi t$ (vôn).

1. Hỏi điện dung của tụ điện C phải bằng nhiêu để ampe kế A chỉ số không. Tìm biểu thức của các dòng điện qua cuộn cảm L_2 và tụ điện C.

2. Cho điện dung của tụ điện $C = \frac{1}{\pi} . 10^{-4}$F. Tìm biểu thức của dòng điện đi qua điện trở R, qua tụ điện C và qua cuộn cảm L_2.

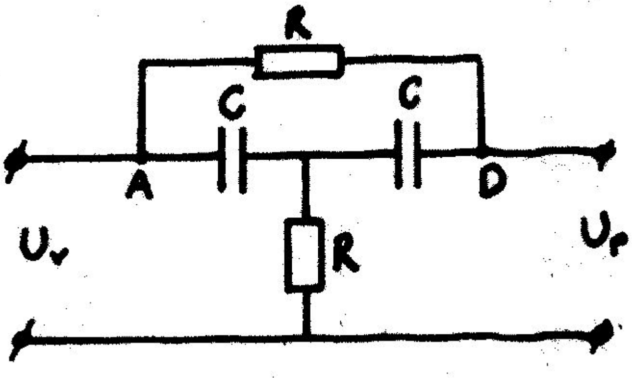
(Trích ĐTTS Đại học Thương mại Hà Nội năm 1996).

33. Cho đoạn mạch phân nhánh AB gồm tụ điện C mắc song song với cuộn dây có điện trở thuần R, và hệ số tự cảm L có thể thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều $u = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V).

1. Khi thay đổi L người ta thấy có một giá trị của L mà các cường độ hiệu dụng của dòng điện ở mạch chính và các mạch rẽ đều bằng nhau và bằng 15 ampe. Tính R, C và giá trị của L khi đó.

2. Tìm giá trị của L để dòng điện chính cùng pha với hiệu điện thế u.

34. Trong sơ đồ bên, mỗi điện trở có giá trị R, mỗi tụ điện có điện dung C. Hiệu điện thế vào U_v là xoay chiều, hiệu điện thế ra U_r đặt vào tải có tổng trở vô cùng lớn. Tính tần số ω_o để U_v và U_r đồng pha. Tính tỉ số $\frac{U_r}{U_v}$ ứng với tần số ấy.



(Trích Đề thi học sinh giỏi toàn quốc môn Vật lí lớp 12).

35. Cho đoạn mạch AB không phân nhánh RLC. Cho biết L = 127,3mH; C = 26,5μF; R là một biến trở, $u_{AB} = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (vôn).

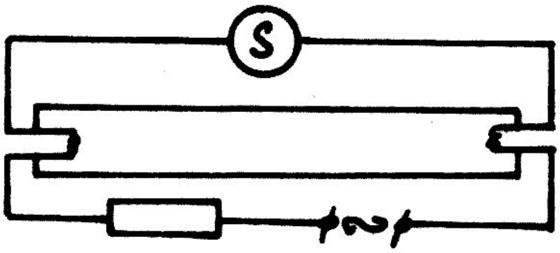
1. Khảo sát sự biến thiên của công suất tiêu thụ P của mạch điện theo giá trị của biến trở R.

2. Điều chỉnh R sao cho P đạt giá trị cực đại P_{max}. Tính P_{max}.

3. Với giá trị nào của R thì $P = \frac{1}{2}P_{max}$.

36. Cho đoạn mạch AB không phân nhánh RLC, trong đó cuộn cảm L (điện trở không đáng kể) có hệ số tự cảm có thể thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế xoay chiều $u_{AB} = U\sqrt{2}\sin 2\pi ft$ và điều chỉnh L sao cho hiệu điện thế U_L ở hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại U_{max}. Tìm giá trị L_o của L khi đó và tính U_{max}. Xét trường hợp U = 200V, C = 26,5μF; R = 20Ω và f = 50Hz.

37. Một đèn ống có sơ đồ vẽ trong hình dưới đây. Tần số điện xoay chiều là 50Hz. Ta đo được các đại lượng sau đây: Hiệu điện thế hiệu dụng đặt vào toàn mạch U = 228,5V. Cường độ dòng điện hiệu dụng I = 0,60A. Hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu đèn khi đèn sáng U' = 84,0V. Điện trở thuần của cuộn dây r_d = 26,3 ôm. Khi tính toán có thể coi đèn ống là một điện trở thuần.



a) Tính độ tự cảm L của cuộn dây.

b) Tính độ lệch pha φ giữa hiệu điện thế và cường độ dòng.

c) Tính công suất P_W của dòng trên toàn mạch (kể cả cuộn dây).

d) Ngoài tác dụng giới hạn dòng điện, cuộn dây còn một tác dụng quan trọng nữa. Hãy nói tác dụng ấy và giải thích. (Chú ý: Stacte S có một công tắc để đóng mạch một thời gian ngắn khi bật đèn, sau đó công tắc lại mở).

e) Vẽ đồ thị của cường độ sáng theo thời gian; trên trục thời gian phải ghi vài thời điểm cần thiết).

f) Tại sao đèn ống chỉ cần mồi một lần rồi tiếp tục sáng mặc dù hiệu điện thế xoay chiều triệt tiêu sau những khoảng thời gian đều đặn.

g) Đối với loại đèn ống này nhà máy thường khuyên nên mắc nối tiếp với cuộn dây một tụ điện khoảng 4,7μF. Tính ảnh hưởng của tụ đối với hoạt động của đèn và giải thích mục đích của việc lắp thêm tụ.

h) Hãy quan sát hai phần khác nhau của đèn ống treo ở tường bằng kính quang phổ được phát. Giải thích sự khác nhau giữa hai loại quang phổ quan sát được.

(Trích Bài thi Vật lí quốc tế (Olimpic Vật lí quốc tế) ở Cộng hòa Liên bang Đức).

38. 1. Cho cuộn dây có L = 255mH (điện trở cuộn dây bằng 0) nối tiếp với điện trở R = 80 ôm. Người ta đặt vào hai đầu đoạn mạch đó một hiệu điện thế xoay chiều $u = 120\sin 100\pi t$ (V). Viết biểu thức cường độ dòng điện trong mạch.

2. Đem mắc song song cuộn dây và điện trở nói trên vào hiệu điện thế đã cho, tìm tổng trở đoạn mạch và viết biểu thức cường độ dòng diện trên mạch chính và trên các nhánh.

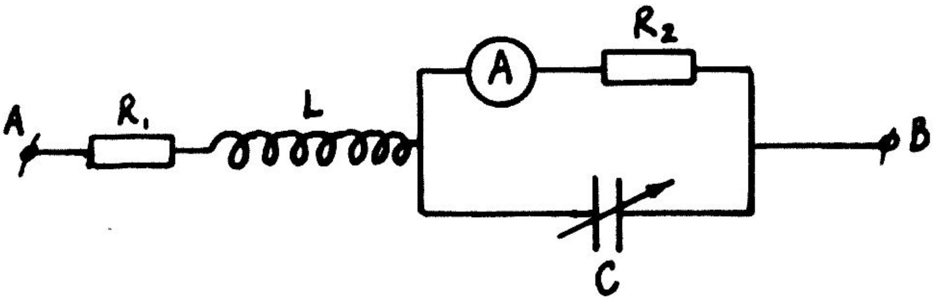
3. Dùng một tụ điện có $C = 26,5\mu F$ mắc song song với đoạn mạch ở câu 2, rồi mắc vào hiệu điện thế đã cho. Tính tổng trở đoạn mạch và viết biểu thức cường độ dòng diện trên mạch chính. (Cho $\sin 18°30' = 0,31$).

(Trích ĐTTS Đại học Kinh tế quốc dân Hà Nội năm 1966).

39. Một đoạn mạch AB gồm hai nhánh mắc song song: nhánh thứ nhất có tụ điện $C_1 = 40$pF; nhánh thứ hai gồm cuộn cảm (điện trở không đáng kể) có hệ số tự cảm L = 1H mắc nối tiếp với tụ điện $C_2 = 0,2$pF. Tìm độ lớn của tần số đặt vào đoạn mạch để cho tổng trở Z của mạch:

a) $Z = 0$; b) $Z = \infty$.

40. Cho mạch điện như hình vẽ: $R_1 = 25$ ôm; $R_2 = 100$ ôm, $L = \frac{1}{4\pi}$ H; C là tụ điện có điện dung thay đổi được. Ampe kế nhiệt A có điện trở không đáng kể; $u_{AB} = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (vôn).

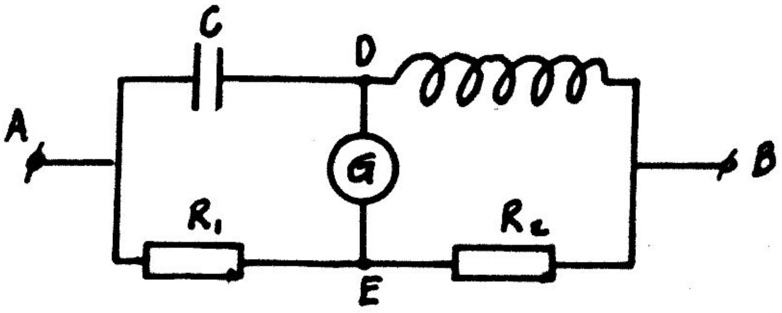


a) Cho $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$ F. Viết biểu thức của cường độ dòng điện mạch chính i_{AB}. Tìm số chỉ của ampe kế A. Tính công suất tiêu thụ trên toàn mạch.

b) Tụ điện phải có giá trị bằng bao nhiêu để hiệu điện thế u_{AB} cùng pha với dòng điện chính.

(Trích ĐTTS Học viện Kĩ thuật quân sự năm 1996).

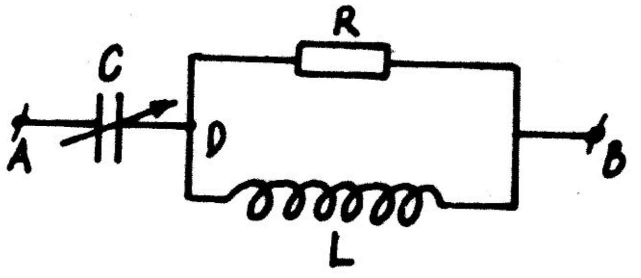
41. Cho mạch điện có sơ đồ như ở hình vẽ dưới đây. Cho biết $R_1 = R_2 = 20$ ôm; $L = 0{,}4$mH; $R_G \approx 0$. Khi đặt vào 2 đầu A, B của mạch một hiệu điện thế xoay chiều $u = 200\sqrt{2}\sin\omega t$ (vôn).



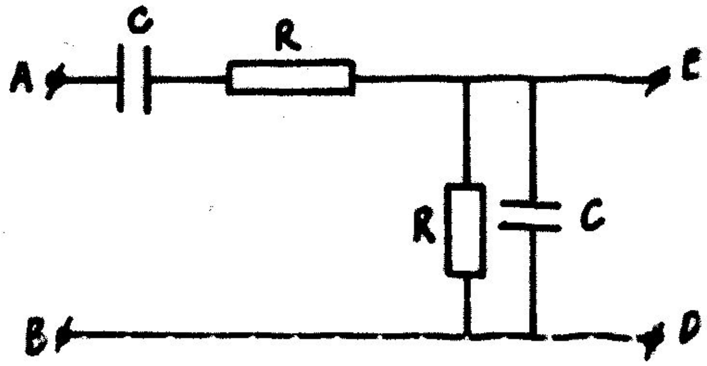
1. Tính C.

2. Viết biểu thức của dòng điện chính khi $\omega = 100\pi$ rad/s.

42. Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ. Cho biết L = 0,4H. Đặt vào hai đầu A, B của mạch điện hiệu điện thế xoay chiều $u = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$



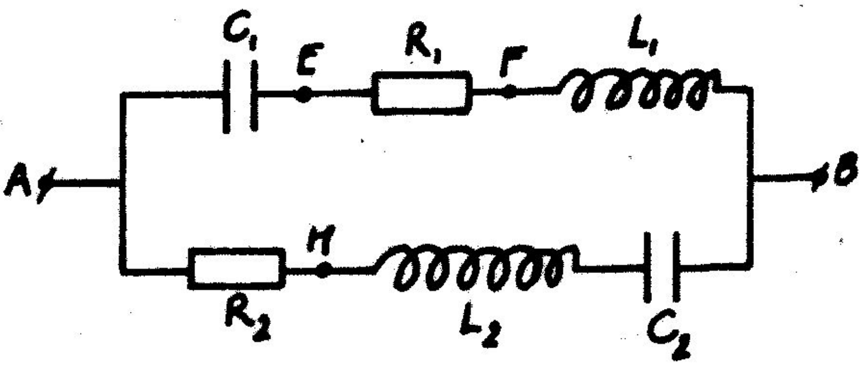
(vôn). Điều chỉnh điện dung tụ điện đến giá trị C sao cho cường độ hiệu dụng I của dòng điện chính không phụ thuộc vào giá trị của điện trở R. Hãy tính giá trị C đó và tìm I khi đó.



43. Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ. Cho biết R = 30 ôm. Đặt vào hai đầu A, B một hiệu điện thế xoay chiều $u_1 = U_1\sqrt{2}\sin\pi t$, người ta thấy hiệu điện thế giữa hai đầu E, D là $u_2 = U_2\sqrt{2}\sin 100\pi t$.

Tìm giá trị của C và tính U_2, biết rằng $U_1 = 6$ vôn.

44. Cho mạch phân nhánh AB có sơ đồ như hình vẽ. Cho biết



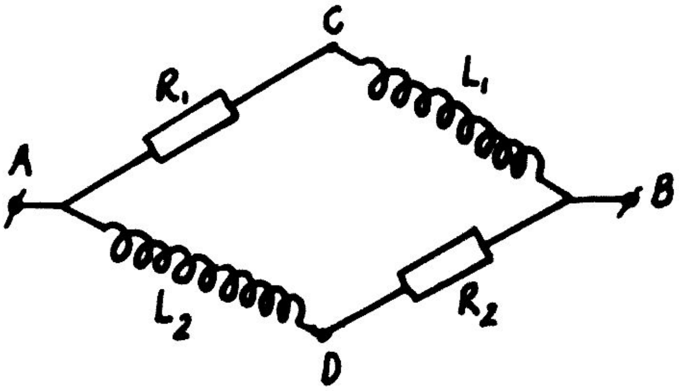
$R_1 = 20$ ôm; $L_1 = \dfrac{3\sqrt{3}}{10\pi}$ H; $C_1 = \dfrac{2\sqrt{3}}{3\pi} \cdot 10^{-4}$F;

$R_2 = 60$ ôm; $L_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{2\pi}$ H;

$C_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{9\pi} \cdot 10^{-3}$F; $U_{HE} = 150\sqrt{3}$ V; tần số dòng diện f = 50Hz.

Hãy tính U_{HF} và U_{AB}.

45. Mạng điện ở hình vẽ dưới đây gồm hai điện trở thuần R_1, R_2 và hai cuộn dây có độ tự cảm L_1, L_2. Giữa hai điểm A và B có hiệu điện thế xoay chiều $U_{AB} = U_0\cos\omega t$.



a) Bằng giản đồ véc tơ hãy xác định hiệu điện thế U_{CD} giữa hai điểm C và D.

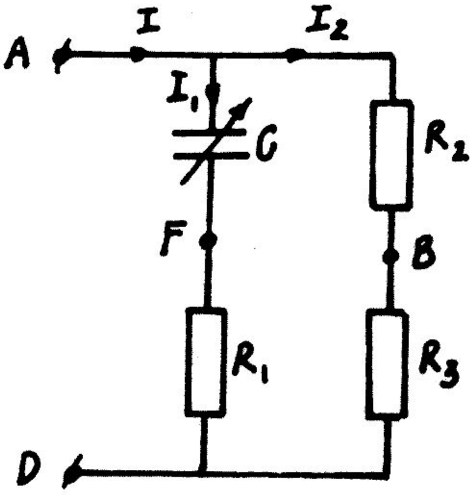
b) Tìm điều kiện để biên độ của U_{CD} cũng bằng U_0. Trong trường hợp đó tính độ lệch pha giữa U_{AB} và U_{CD}.

c) Mạng này có công dụng gì? Hãy vẽ một mạng đơn giản khác có công dụng như thế.

(Trích Đề thi học sinh giỏi toàn quốc môn Vật lí lớp 12 năm 1993).

46. Trong mạng điện ở hình dưới đây, các điện trở R_1, R_2, R_3 đều bằng R, tụ có điện dung biến đổi C, hiệu điện thế xoay chiều đặt vào AD là

$u = U_0\sin\omega t.$



1. Trong giản đồ véc tơ của mạng, quỹ tích các điểm biểu diễn điện thế của điểm F khi điện dung C biến đổi từ 0 đến ∞ là đường gì? (Lấy điện thế điểm A bằng 0).

2. Tính biên độ và góc lệch pha so với U của hiệu điện thế U' giữa hai điểm F và B.

3. Tính giá trị C để có U':

– Cùng pha,

– Ngược pha,

– Lệch pha $\pi/2$ so với U.

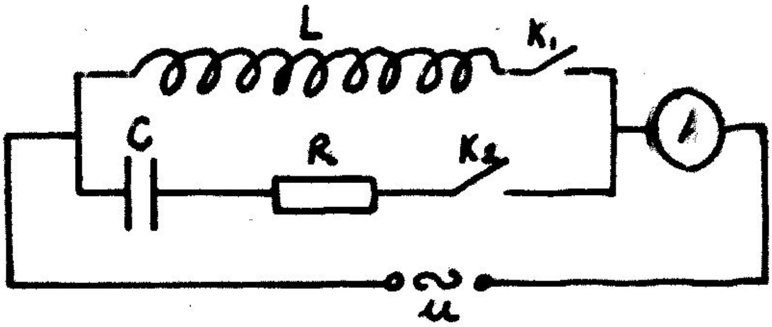
Biết R = 50 ôm; ω = 300 rad/s.

4. Tìm điều kiện để các giá trị hiệu dụng I_1 và I_2 trong hai nhánh bằng nhau. Trong trường hợp $I_1 = I_2$, tính dòng mạch chính I và góc lệch pha của dòng này so với U, biết:

U_o = 100 $\sqrt{2}$ vôn, R = 50 ôm.

(Trích Đề thi học sinh giỏi toàn quốc môn Vật lí lớp 12 1994).

47. Cho mạch điện như hình vẽ dưới đây. Trong đó $u = 200\sin 100\pi t$ (vôn); tụ điện có điện dung C = 31,4μF (= 100$\pi\mu$F).



1. K_1 đóng, K_2 mở, ampe kế chỉ 1A. Hãy tính hệ số tự cảm L của cuộn dây (cho rằng điện trở của ampe kế và điện trở thuần của cuộn dây là không đáng kể).

2. K_2 đóng, K_1 mở, ampe kế cũng chỉ 1A. Hãy tính điện trở R (cho $\pi^2 = 10$).

3. Nếu ta đem cuộn dây, tụ điện và điện trở nói trên mắc thành ba nhánh song song và đặt vào hiệu điện thế đã cho.

a) Hãy tính dòng điện qua mạch chính. Từ đó suy ra điện trở tương đương toàn mạch (lấy hai số lẻ thập phân).

b) Thử tìm biểu thức tính Z tương đương của mạch gồm 3 trở kháng R, Z_L, Z_C mắc song song.

(Trích ĐTTS Đại học dân lập Văn Lang TP. Hồ Chí Minh 1996).

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ.

1. a) Điện trở của bóng đèn (coi như điện trở thuần) $R_đ = \frac{P}{I_đ^2} = 250\Omega$. Bộ đèn coi như gồm điện trở thuần $R_đ + R$ mắc nối tiếp với L.

$Z = \sqrt{R_đ + r)^2 + L^2\omega^2} \approx 550\Omega$. Dòng điện chạy qua bóng đèn:

$I = \frac{U}{Z} = 0{,}4A = I_đ$; đèn sáng bình thường.

Công suất tiêu thụ của bộ đèn:

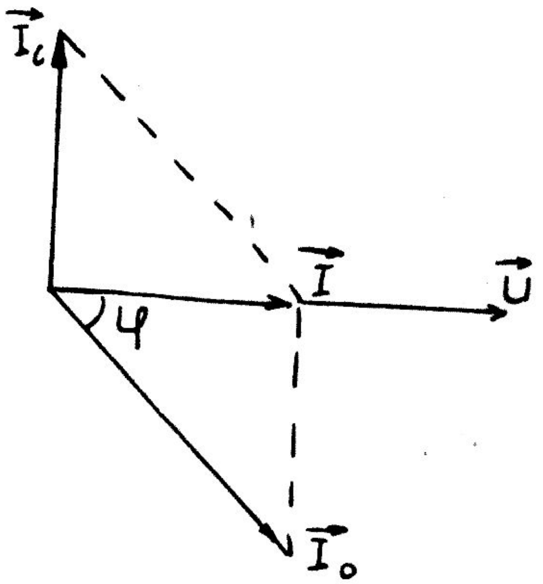
$P_m = (R + r)I^2 = 43{,}2W$.

Công suất tiêu thụ ở chấn lưu: $P_c = RI^2 = 3{,}2W$

Hiệu suất của bộ đèn: $H = \frac{P}{P_m} \approx 0{,}92 \approx 92\%$.

Hệ số công suất: $\cos\varphi = \frac{P_m}{UI} = 0{,}49$.

b) Muốn cho hệ số công suất bằng 1 thì hiệu điện thế u và dòng điện i cùng pha. Vẽ giản đồ vec tơ, chọn $\vec{U}$ là trục gốc.



Từ hình vẽ $I_c = I_o \sin\varphi$.

Mặt khác $I_c = \frac{U}{Z_c} = C\omega U$.

Từ đó suy ra $C = 5.10^{-6}F = 5\mu F$.

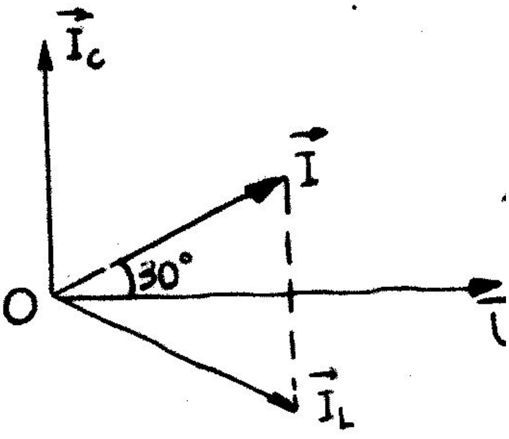
c) Thay chấn lưu bằng điện trở thuần R' thì ta có $(R + R')\,I_o = U$

→ $R' = 300\Omega$.

Hiệu suất của bộ đèn bây giờ là:

$$H' = \frac{RI_o^2}{(R+R')I_o^2} = \frac{R}{R+R'} = \frac{5}{11} \approx 45\%.$$

2. a) Vẽ giản đồ véctơ, chọn trục gốc là $\vec{U}_{AB}$.



Theo điều kiện đề bài ($I_c = I_L = I$) giản đồ véc tơ có dạng như hình vẽ: tam giác OIL_L là tam giác đều; u_{AB} sớm pha hơn i_L một góc 30°. Rút ra:

$$R = \sqrt{3}Z_L.$$

Biết $Z_{LR} = \dfrac{U}{I_L} = 8\Omega = \sqrt{R^2 + Z_L^2}$.

$$\rightarrow Z_L = 4\Omega\ ,\ L = \frac{4}{100\pi} \approx 0{,}013H \text{ và } R \approx 6{,}9\Omega.$$

Ngoài ra $I_C = I_L = 8\Omega \rightarrow \quad C = \dfrac{1}{800\pi} \approx 4.10^{-4}F.$

b) Muốn cho dòng điện chính cùng pha với u_{AB}, véc tơ $\vec{I}$ trùng với trục $\vec{U}$ và $\vec{I}_L$ làm với $\vec{U}$ một góc φ mà $tg\varphi = L'\omega/R$; khi đó $I_L \sin\varphi = 5$. Từ đó rút ra:

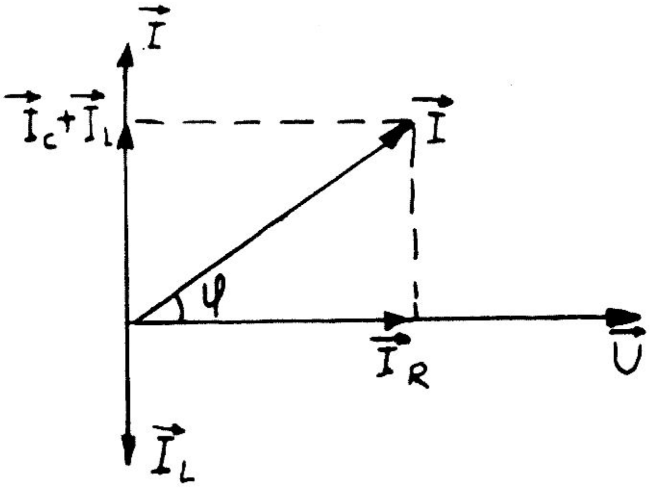
$$Z_L'^2 - 8Z_L + 48 = 0.$$

Phương trình này vô nghiệm. Nghĩa là nếu vẫn giữ nguyên giá trị của R và C thì không thể tìm được giá trị L' của L sao cho và u_{AB} cùng pha.

3. Vẽ giản đồ véc tơ, dùng $\vec{U}_{AB} \equiv \vec{U}$ làm trục gốc, vẽ $\vec{I}_R$, $\vec{I}_L$ trễ pha $\pi/2$ so với u) và $\vec{I}_c$ (sớm pha $\pi/2$ so với u) tr đó vẽ $\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C$.

Từ hình vẽ suy ra :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{I_C - I_L}{I_R}.$$



mà $I_c = \dfrac{U}{Z_c}$,

$$I_L = \frac{U}{Z_L},\ I_R = \frac{U}{R}.$$

Rút ra

$$\operatorname{tg}\varphi = R\left(\frac{1}{Z_c} - \frac{1}{Z_L}\right).$$

– Nếu i sớm pha $\varphi = \dfrac{\pi}{3}$ so với u (như ở hình vẽ) ta có :

$$\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{3} = 160\left(\frac{1}{Z_c} - \frac{1}{Z_L}\right).$$

Với $Z_L = L\omega = 50\Omega$; từ đó rút ra: $C = 98\mu F$

- Nếu i trễ pha $\dfrac{\pi}{3}$ so với u, tương tự ta có: $C = 29\mu F$.

Ta có: $I_L = \dfrac{U}{Z_L} = 4{,}4A$, suy ra:

$$i_L = 4{,}4\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\ (A).$$

Ta có: $I_R = \dfrac{U}{R} = 1{,}375A$, suy ra

$$i_R = 1{,}375.\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (A).$$

Với trường hợp i sớm pha $\pi/3$ so với u:

$$Z_c = \frac{1}{C\omega} \approx 32{,}4\,\Omega, \qquad I_c = 6{,}79A$$

và $$i_C = 6{,}79\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\ (A).$$

Với trường hợp i trễ pha $\dfrac{\pi}{3}$ so với u:

$$I_c \approx 109\,\Omega\,;\quad I_c = \frac{U}{Z_c} = 2{,}02\text{A}$$

và $i_c = 2{,}02\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$ (A).

4. a) Cường độ dòng điện qua mạch :

$$I = \frac{U_d}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}.$$

Tổng trở của toàn mạch $Z = \sqrt{(R + R_1)^2 + \omega^2(L + L_1)^2}$.

Hiệu điện thế hiệu dụng của nguồn

$$U = IR = 111{,}1\text{V}.$$

b) Xét đoạn mạch mắc song song:

Cường độ dòng điện qua cuộn dây:

$$I_L = \frac{U_d}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} = \frac{2}{3}\text{A}.$$

Độ lệch pha giữa I_L và u_d:

$$\text{tg}\varphi_d = \frac{Z_L}{R} = \pi \rightarrow \varphi_d \approx 72^o{,}34 : u_d \text{ sớm pha so với } i_L.$$

Cường độ dòng điện qua C

$$I_C = C\omega U \approx 0{,}69\text{A},$$

i_c sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với u_d $(\varphi_c = \frac{\pi}{2})$.

Vẽ giản đồ véc tơ, chọn $\vec{U}_d$ làm trục gốc:

Vẽ $\vec{I}_L$, $\vec{I}_c$ và từ đó vẽ $\vec{I} = \vec{I}_L + \vec{I}_c$.

Từ hình vẽ ta có :

$$I_2 = I_c + I_L^2 + 2I_cI_L\cos(\frac{\pi}{2} + \varphi_d) \rightarrow I \approx 0{,}21\text{A},$$

$$\text{tg}\varphi = \frac{I_L\sin\varphi_d + I_c\sin\varphi_c}{I_L\cos\varphi_L + I_c\cos\varphi_c} \approx 0{,}253A$$

$\rightarrow \varphi = 14{,}^o2 \rightarrow$ i sớm pha so với u_d.

Với đoạn mạch L_1R_1:

$$U' = I\sqrt{R_1^2 + (L_1\omega)^2} \approx 0{,}39V,$$

$$\text{tg}\varphi' = \frac{L_1\omega}{R_1} = \frac{\pi}{2} \rightarrow \varphi' \approx 57{,}^o5 \rightarrow u' \text{ sớm pha so với i.}$$

Từ đó vẽ giản đồ véc tơ, chọn $\vec{I}$ làm trục gốc: Vẽ $\vec{U}_d$, $\vec{U}'$, từ đó vẽ được $\vec{U}_1 = \vec{U}_d + \vec{U}'$. Từ giản đồ suy ra :

$$U_1^2 = U_d^2 + U'^2 + 2UU'\cos(\varphi' + \varphi)$$

$$\rightarrow U_1 = 110{,}1V.$$

5. a) $P = UI\cos\varphi \rightarrow I = \dfrac{P}{U\cos\varphi} = 6{,}25A.$

$$P' = RI^2 - 46{,}88W.$$

b) Vì động cơ thuộc kiểu cảm ứng nên dòng điện qua động cơ trễ pha một góc φ so với hiệu điện thế đặt vào động cơ. Dùng phương pháp giản đồ véctơ, chọn $\vec{U}$ làm trục gốc, vẽ $\vec{I_d}$ (dòng qua động cơ), $\vec{I_c}$ (dòng qua tụ điện) và $|\vec{I}| = \vec{I_c} + \vec{I_d}$. Từ hình vẽ ta có $I^2 = I_d^2 + I_c^2 - 2I_dI_c\sin\varphi$.

Theo đề bài, vẫn có $I_d = 6{,}25A$; còn: $I_c = \dfrac{U}{Z_c} = UC\omega \approx 3{,}45A,$

$$\sin\varphi = \sqrt{1 - \cos^2\varphi} = 0{,}6 \rightarrow I^2 = 25{,}1.$$

Công suất hao phí trên dây $P'' = RI^2 \approx 30W$.

Dễ dàng thấy ngay là $P'' < P$.

6. Xét đoạn mạch AD. Vẽ giản đồ véc tơ, chọn $\vec{U}_{AD}$ làm tục gốc, vẽ $\vec{I}_R$, $\vec{I}_{C1}$ và $\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_{c1}$.

Suy ra $$I = \frac{\sqrt{1+\pi^2}}{2} \cdot 10^{-5} U_2 .$$

Và độ lệch pha φ_1 giữa i và u_{AD}: $tg\varphi_1 = \frac{R}{Z_{C1}} \rightarrow tg\varphi_1 = \pi$.

Để tìm $\vec{U}_2$ dùng phương pháp giản đồ véc tơ cho toàn mạch, chọn $\vec{I}$ làm trục gốc, vẽ $\vec{U}_{AD}$ (hợp với $\vec{I}$ góc φ_1), $\vec{U}_{DB}$ (hợp vơi $\vec{I}$ góc $\pi/2$) và

$$\vec{U} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DB}.$$ Từ hình vẽ ta có :

$$U^2 = U^2_{AD} + U^2_{DB} + 2U_{AD}U_{DB}\sin\varphi_1. \qquad (1)$$

Ta có $$U_{DB} = IZ_{c1} = \frac{\sqrt{1+\pi^2}}{2} \cdot 10^{-5}U_2 \cdot Z_{C1}$$

$$\rightarrow U_{DB} = \frac{\sqrt{1+\pi^2}}{4\pi} U_{AD}.$$

Đã biết $tg\varphi_1 = \pi \rightarrow \sin\varphi_1 = \frac{\pi}{\sqrt{1+\pi^2}}$.

Thay vào (1) suy ra:

$$U^2 = \left(\frac{1+\pi^2}{16\pi^2} + 1 + \frac{1}{2}\right) U^2_{AD} \approx 1{,}57U^2_{AD}.$$

$$\rightarrow U_{AD} = \frac{U}{\sqrt{1{,}57}} \approx 95{,}8V.$$

Từ đó I = 0,158A. Số chỉ của ampe kế là 158mA.

Công suất tiêu thụ trong mạch:

$$P = RI_R^2 = \frac{U_{AD}^2}{R} = 0{,}045W.$$

7. Dùng phương pháp giản đồ véc tơ.

Xét đoạn mạch AD: chọn $\vec{U}_{AD} \equiv \vec{U}_1$ làm trục gốc, vẽ $\vec{I}_R$, $\vec{I}_C$ và $\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_C$

với $I_R = \dfrac{U_1}{R}$, $I_c = I_1 C\omega$.

Ta có: $I = \sqrt{I_R^2 + I_c^2} = U^2 \sqrt{\dfrac{1}{R^2} + (C\omega)^2}$; $\text{tg}\varphi_1 = \dfrac{1}{RC\omega}$.

Xét đoạn mạch DB. Chọn $\vec{I}$ làm trục gốc,

vẽ $\vec{U}_L$, $\vec{U}_R$ và $\vec{U}_2 = \vec{U}_L + \vec{U}_R$,

$$\text{tg}\varphi_2 = \frac{Z_L}{R} = \frac{L\omega}{R}.$$

Ở giản đồ này, vẽ véc tơ $\vec{U}_1$ làm với $\vec{I}$ góc φ_1 (lưu ý là: u_1 trễ pha so với i), sao cho $\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$ nằm trên trục $\vec{I}$ (vì i và u_{AB} cùng pha. Từ điều kiện $\varphi = 0 \rightarrow \text{tg}\varphi = 0 \rightarrow U_1\sin\varphi_1 = U_2\sin\varphi_2$.

(1)

Từ hình vẽ $U_2\sin\varphi_2 = U_L = IL\omega$ →

$$U_2\sin\varphi_2 = L\omega \,.\, U_1 \sqrt{\frac{1}{R^2} + (C\omega)^2}.$$

Biết $\text{tg}\varphi_2 = \dfrac{L\omega}{R}$ suy ra $\sin\varphi_2$. Thay vào (1) ta có :

$$U_1 L\omega \sqrt{\frac{1}{R^2} + (C\omega^2)} = U_1 \frac{C\omega}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + (C\omega)^2}}$$

$$\rightarrow \omega = \frac{1}{C}\sqrt{\frac{C}{L} - \frac{1}{R^2}},$$

và $$f = \frac{1}{2\pi C}\sqrt{\frac{C}{L} - \frac{1}{R^2}} \approx 1200\text{Hz}.$$

8. Dùng phương pháp giản đồ véc tơ.

Xét đoạn mạch AD: chọn $\vec{U}_{AD}$ làm trục gốc,

vẽ $\vec{I}_{c1}$, $\vec{I}_{R1}$ và $\vec{I} = \vec{I}_{c1} + \vec{I}_{R1}$,

$$tg\varphi_1 = \frac{I_{c1}}{I_{R1}} = \frac{R_1}{Z_{c1}} = R_1C_1\omega .$$

Xét đoạn mạch DB: chọn $\vec{I}$ làm trục gốc,

vẽ $\vec{U}_{R2}$, $\vec{U}_{C2}$, và $\vec{U}_{DB} = \vec{U}_{R2} + \vec{U}_{C2}$,

$tg\varphi_2 = \frac{U_{c2}}{U_{R2}} = \frac{1}{R_2C_2\omega}$, từ đó vẽ $\vec{U}_{AD}$ và $\vec{U} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DB}$. Theo đề bài $\vec{U}_{AD}$ và $\vec{U}$ cùng pha, nên $\vec{U}_{AD}$ nằm trên trục $\vec{U}$, suy ra cũng phải có $\vec{U}_{DB}$ nằm trên trục $\vec{U}$, nghĩa là:

$\vec{U}_{AD}$ và $\vec{U}_{DB}$ nằm trên trục $\vec{U}$, nghĩa là:

U_{AD} và U_{BD} cùng pha → $\varphi_1 = \varphi_2$,

hay: $tg\varphi_1 = tg\varphi_2 \rightarrow \frac{1}{R_2C_2\omega} = R_1C_1\omega \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{C_1C_2R_1R_2}}$

và $$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_1C_2R_1R_2}} \approx 318\text{Hz}.$$

Ta lại có: $U = U_{AD} + U_{DB}$, suy ra:

$$\frac{U_{AD}}{U} = \frac{1}{1 + \frac{U_{DB}}{U_{AD}}}. \qquad (1)$$

Ta có (xét đoạn mạch AD): $I = U_{AD}\sqrt{\dfrac{1}{R_1^2} + (C_1\omega)^2}$ (2)

và (xét đoạn mạch DB)

$$U_{DB} = I\sqrt{R_2^2 + \frac{1}{(C_2\omega)^2}} \quad (3)$$

Từ (2) và (3) → $\dfrac{U_{DB}}{U_{AD}} = \dfrac{R_2}{R_1} + \dfrac{C_1}{C_2}$

và $$\frac{U_{AD}}{U} = \frac{1}{1 + \dfrac{R_2}{R_1} + \dfrac{C_1}{C_2}} = \frac{1}{26}.$$

9. 1. Cảm kháng của cuộn dây $Z_L = L\omega = 31{,}41\Omega$.

Dung kháng của tụ điện: $Z_c = \dfrac{1}{C\omega} \approx 62{,}41\Omega$.

Tổng trở của đoạn mạch AE:

$$Z = \sqrt{(R + r)^2 + (Z_L - Z_c)^2} = 31\sqrt{2} \approx 43{,}84\Omega.$$

Cường độ hiệu dụng I của dòng điện qua đoạn mạch:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{6}{31\sqrt{2}} \approx 0{,}137A.$$

Hệ số công suất của đoạn mạch AE:

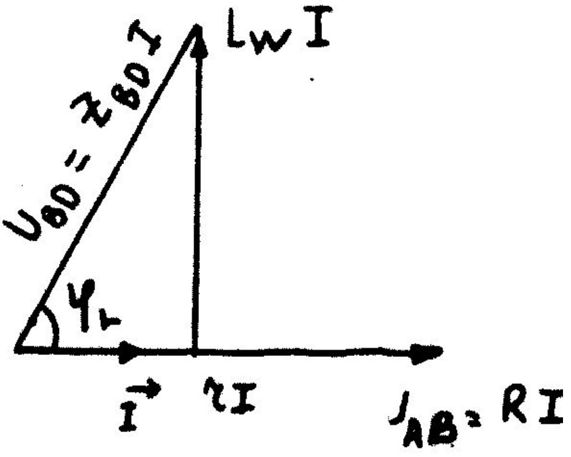
$$\cos\varphi = \frac{R + r}{Z} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707 \approx 0{,}71.$$

2. Ta có: $U_{AB} = RI = 3{,}42V$,

$$U_{BD} = Z_{BD} \,.\, I = \sqrt{r^2 + Z_L^2}\,I \approx 4{,}38V,$$

$$U_{DE} = Z_c \,.\, I \approx 8{,}55V.$$

3. Vẽ giản đồ véc tơ (xem hình vẽ). Ta thấy u_{BD} sớm pha một góc φ_L so với dòng điện i, tức là so với u_{AB}:



$$\operatorname{tg}\varphi_L = \frac{L\omega}{r} \approx 5{,}235 \rightarrow \varphi_L \approx 79^\circ 11'.$$

4. a) Cường độ hiệu dụng I có giá trị cực đại khi Z có giá trị cực tiểu, mạch điện thỏa mãn điều kiện cộng hưởng $Z_L = Z_c$ hay tần số góc ω phải có giá trị ω_o sao cho:

$$L\omega_o = \frac{1}{C\omega_o} \rightarrow \omega_o \frac{1}{\sqrt{LC}} \approx 4428 \text{ rad/s},$$

và, do đó, tần số f phải có giá trị f_o bằng:

$$f_o = \frac{\omega_o}{2\pi} \approx 705\text{Hz}.$$

b) Hiệu điện thế U_{DE} giữa hai bản tụ điện là:

$$U_{DE} = Z_c I = \frac{1}{C\omega} \cdot \frac{U}{\sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} = \frac{U}{A}.$$

Khi tần số f thay đổi (ω thay đổi) thì U_{DE} thay đổi, và U_{DE} đạt giá trị cực đại khi mẫu số A của biểu thức trên cực tiểu.

Ta có: $A^2 = C^2\omega^2 [(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{c\omega})^2] = ay^2 + by + 1,$

với $y = \omega^2$; $a = L^2c^2 > 0$ và $b = [(R+r)^2 - \frac{2L}{c}]c^2$.

Từ đó A^2, và do đó A, đạt cực tiểu khi $y = y_m = -\frac{b}{2a}$, tức là khi:

$$y_m = \omega_m^2 = -\frac{(R + r)^2 - \frac{\alpha L}{c}}{2L^2} = \frac{1}{LC} - \frac{(R + r)^2}{2L^2}$$

$$\rightarrow \ \omega_m^2 = \omega_o^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{R + r^2}{L}\right)^2 \approx 14{,}803.10^6$$

$$\rightarrow \ \omega_m \approx 3847{,}5 \text{ rad/s}$$

ứng với tần số $f_m = \frac{\omega_m}{2\pi} \approx 612\text{Hz}$.

Khi đó A có giá trị:

$$A_m^2 \approx 0{,}430046 \text{ và } A_m \approx 0{,}656.$$

Vậy giá trị cực đại và biên độ của hiệu điện thế u_{DE} lần lượt bằng

$$U_{DE} = \frac{U}{A_m} \approx 9{,}15V$$

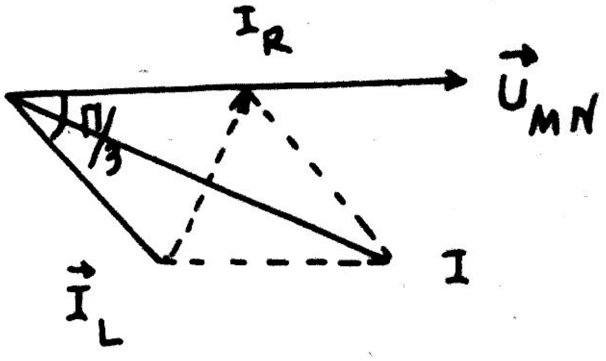
và $$u_{oDE} = U_{DE}\sqrt{2} \approx 12{,}94V.$$

10. 1. Góc trễ pha φ_2 của dòng điện qua cuộn dây L so với hiệu điện thế được tính theo công thức:

$$tg\varphi_L = tg\frac{\pi}{3} = \frac{L\omega}{r} = \sqrt{3} \rightarrow 100\pi.L = \sqrt{3}\ .\ r \qquad (1)$$

Tổng trở Z_L của cuộn dây:

$$Z_L = \frac{U}{I_L} = \frac{120}{2} = 60.$$



Mặt khác: $Z_L = \sqrt{r^2 + L^2\omega^2}$ (2)

Từ (1) và (2) rút ra :

$$r = 30\Omega;\ L = \frac{3\sqrt{3}}{10\pi} \approx 0{,}165\text{H}.$$

Ta lại có dòng điện qua R:

$$I_R = \frac{120}{60} = 2(\text{A}) = I_L.$$

Dòng i_R cùng pha với u_{MN} còn dòng i_L trễ pha góc $\frac{\pi}{3}$ so với u_{MN}; mặt khác $I_R = I_L$, do đó giản đồ véc tơ có dạng như ở hình vẽ. Từ đó suy ra cường độ dòng điện chính i trễ pha góc $\frac{\pi}{6}$ so với u_{MN} và cường độ hiệu dụng:

$$I = 2\sqrt{3} \approx 3{,}464\text{A}.$$

Vậy số chỉ ampe kế là 3,464A.

2. Thay điện trở R bằng tụ điện C. Dùng phương pháp giản đồ véctơ: $\vec{I_L}$ trễ pha $\frac{\pi}{3}$ so với $\vec{U}_{MN}$; $\vec{I_c}$ sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với $\vec{U}_{MN}$; cường độ dòng chính $\vec{I} = \vec{I_L} + \vec{I_c}$ phải cùng pha với $\vec{u}_{MN}$. Từ hình vẽ suy ra:

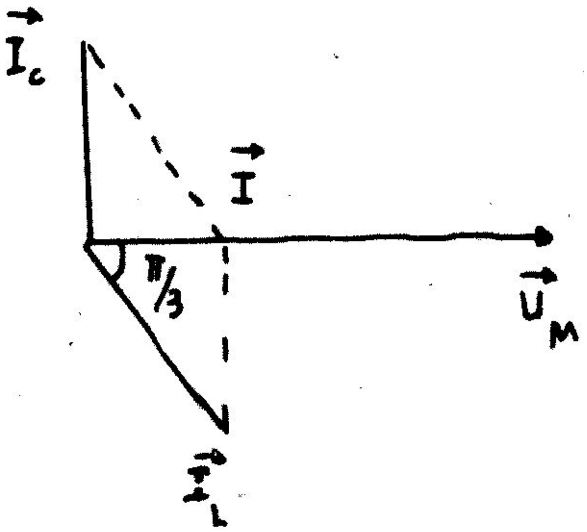
$$I = I_L \sin\frac{\pi}{6} = 1\text{A}\ ;$$

$$I_c = I_L \sin\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}\ (\text{A}).$$

Số chỉ của ampe kế là 1A.

Ta có:

$$Z_c = \frac{U}{I_c} = \frac{120}{\sqrt{3}} = \frac{1}{C\omega}.$$



$$\text{Từ đó: } C = \frac{\sqrt{3}}{120\omega} = \frac{\sqrt{3}}{1{,}2\pi}.10^{-4}\text{F} \approx 46\mu\text{F}.$$

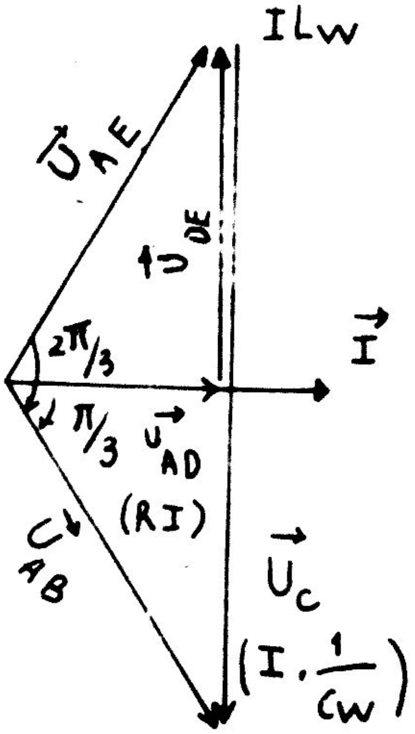
11. 1) K_1, K_2 cùng mở, ta có mạch RLC không phân nhánh. Vẽ giản đồ véc tơ theo dữ kiện của đề bài. Từ hình vẽ suy ra: $U_{IE} = U_{AD}\sqrt{3}$ hay $L\omega = R\sqrt{3} = 200\sqrt{3}$ →

$$L = \frac{R\sqrt{3}}{\omega} \approx 1{,}1\text{H}.$$

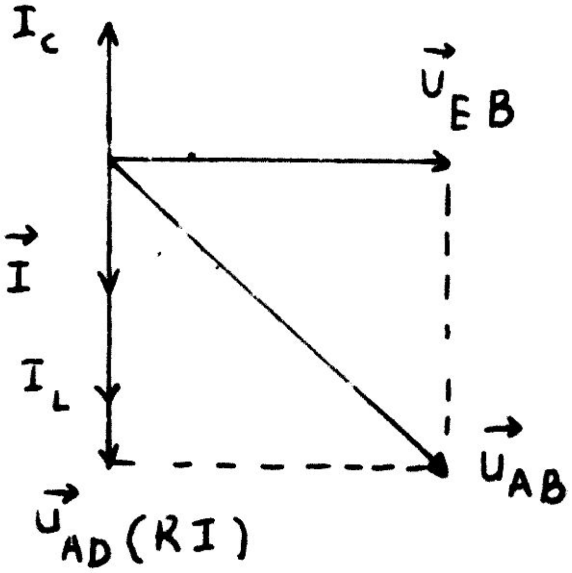
và $U_c = 2U_{DE}$,

hay $Z_c = 2Z_L \rightarrow \frac{1}{c\omega} = 2L\omega$

$$\rightarrow c = \frac{1}{2L\omega^2} = 46.10^{-9}F = 46nF.$$


$IL\omega$
$\vec{U}_{AE}$
$\vec{U}_{DE}$
$\vec{I}$
$2\pi/3$
$\pi/3$
$\vec{U}_{AD}$
(RI)
$\vec{U}_{AB}$
$\vec{U}_c$
$(I.\frac{1}{C\omega})$

2) K_1, K_2 cùng đóng; bây giờ tụ điện C mắc song song với cuộn cảm L. Dòng điện i_R (= i) qua R cùng pha với hiệu điện thế u_{AD}; dòng i_L qua L trễ pha $\frac{\pi}{2}$ so với u_{EB}, còn dòng i_c thì sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với u_{EB} vẽ giản đồ véc tơ như hình vẽ. Vì $Z_c = 2Z_L$ nên $I_c = \frac{I_L}{2}$ và dòng qua đoạn mạch EB (dòng chính i) có cường độ: $I = I_L - I_c = \frac{I_L}{2}$, dòng này trễ pha $\frac{\pi}{2}$ so với u_{EB} (xem giản đồ véc tơ). Vẽ tiếp trên giản đồ véctơ $\vec{U}_{AD}$ (cùng pha với $\vec{I}$) và từ đó $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DE}$. Ta có

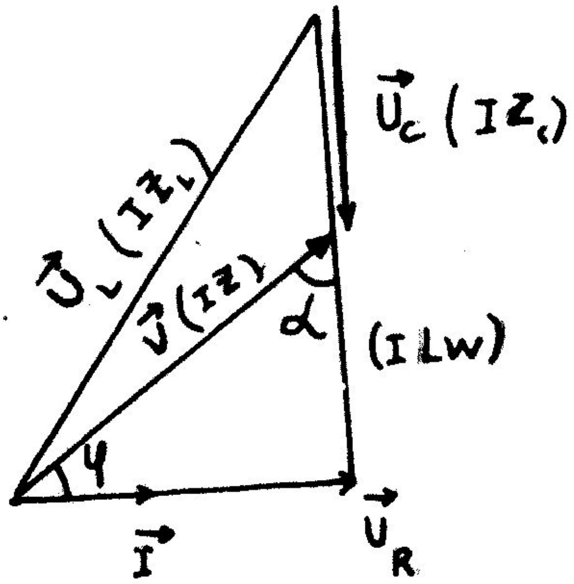

I_c
$\vec{U}_{EB}$
$\vec{I}$
I_L
$\vec{U}_{AB}$
$\vec{U}_{AD}$ (RI)

$U_{AB}^2 = U_{AD}^2 + U_{EB}^2$. Thay vào đó $U_{AD} = RI$,

$U_{EB} = I_L.L\omega = 2L\omega . I = 2R\sqrt{3}I$ và $U_{AB} = U = 400$ ta được

$$I_R = I = \frac{U}{R\sqrt{13}} \approx 0,55A.$$

12. a) Ta có ngay $U_{AB} = \dfrac{U_{max}}{\sqrt{2}} = 150V$.



Ta thấy $U_c + U_L = 70 + 200 = 270V$, nghĩa là $U_c + U_L > U_{AB}$.

Mặt khác, $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_c + \vec{U}_L$ (phương pháp giản đồ véc tơ). Ở đây ta có $U_{AB} \neq U_c + U_L$, chứng tỏ hai véc tơ $\vec{U}_c$ và $\vec{U}_L$ không cùng phương.

b) Giải thích. $\vec{U}_L$ sớm pha một góc φ so với dòng điện $\vec{I}$, còn $\vec{U}_c$ trễ pha $\dfrac{\pi}{2}$ so với $\vec{I}$. $\vec{U}_L$ và $\vec{U}_c$ không cùng phương thì φ khác $\dfrac{\pi}{2}$, tg φ có trị số hữu hạn. Do $\text{tg}\varphi = \dfrac{L\omega}{R}$ nên với $\text{tg}\varphi$ hữu hạn thì $R \neq 0$, tức là cuộn cảm có điện trở thuần R không bỏ qua được.

c) Tổng trở của mạch: $Z = \dfrac{U}{I} = 375$ ôm. Dung kháng tụ điện:

$$Z_c = \frac{U_c}{I} = \frac{1}{C\omega} = 175 \text{ ôm}.$$

Tổng trở Z_L của cuộn dây: $Z_L = \dfrac{U_L}{I} = 500\Omega$.

Từ giản đồ véc tơ ở trên ta có: $U_L^2 = U^2 + U_c^2 + 2UU_c\cos\alpha$,

hay: $Z_L^2 = Z^2 + Z_c^2 + 2ZZ_c\sin\varphi$,

$$\sin\varphi = \frac{Z_L^2 - Z^2 - Z_c^2}{2Z \,.\, Z_c} = \frac{81}{119}.$$

Ta lại có: $U_R = U\cos\varphi \rightarrow R = Z\cos\varphi = Z\sqrt{1-\sin^2\varphi} \approx 27{,}5$ ôm.

d) Gọi C_b là điện dung của bộ tụ C, C_o ($C_b = C + C_o$). Dòng điện trong mạch đạt giá trị cực đại I_{max} khi L và C_b thỏa mãn điều kiện cộng hưởng:

$$LC_b\omega^2 = 1, \text{ suy ra } C_b = \frac{1}{L\omega^2}.$$

Ta có: $L\omega = \sqrt{Z_L^2 - R^2} = 25\sqrt{279} = 417{,}6$ ôm.

Từ đó:

$$\frac{C_b}{L} = \frac{1}{(L\omega)^2} = \frac{1}{(417{,}6)^2}. \qquad (1)$$

Biết: $Z_c = \dfrac{1}{C\omega} = 175$ ôm và biết $L\omega \approx 417{,}6$ ôm,

suy ra: $\dfrac{L}{C} = 175 \cdot (417{,}6)$ (2).

Biết $C_b = C_o + C$ (với $C_o = 2\mu F$), từ (1) và (2) rút ra

$C \approx 0{,}54\mu F$.

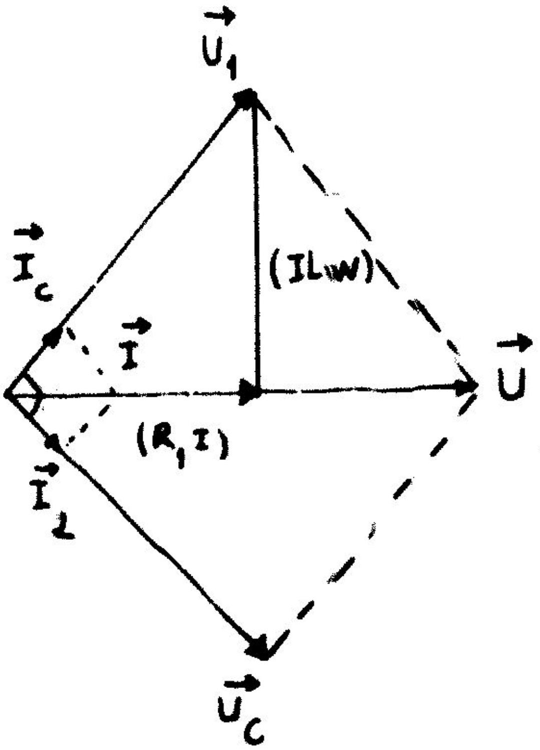
13. 1) a) Khóa K mở: Ta có mạch R_1LC không phân nhánh:

$$Z_L = L\omega = 50 \text{ ôm}; \ Z_c = \frac{1}{C\omega} = 100 \text{ ôm}.$$

Tổng trở của mạch $Z = \sqrt{R_1^2 + (Z_L - Z_c)^2} = 50\sqrt{2}$ ôm.

Giá trị cực đại I_o của cường độ dòng điện

$$I_o = \frac{U_o}{Z} = 2(A).$$



Góc sớm pha φ (vì $Z_c > Z_L$) của dòng điện so với hiệu điện thế là

$$tg\varphi = \frac{\left|L\omega - \frac{1}{C\omega}\right|}{R} = 1 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

Biểu thức của cường độ dòng điện qua R_1 (dòng điện chính) là:

$$i = 2\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})\ (A).$$

b) Khóa K đóng. Vì $Z_c = 100\Omega = R_2$ nên cường độ i_2 và i_c của hai dòng điện qua R_2 và C bằng nhau; i_2 cùng pha i_c sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với u_c (= u_{R_2}); cường độ dòng điện chính $\vec{I} = \vec{I_2} + \vec{I_c}$ (xem giản đồ véc tơ). Từ hình vẽ ta có $I = I_2\sqrt{2}$ hay $I_2 = \frac{I}{\sqrt{2}}$

và $U_c = R_2 I_2 = 50\sqrt{2}I.$

Ta xét phần đoạn mạch chứa R_1 và L (xét gộp cả R_1 và L cho dễ lập luận và tính toán). Tổng trở Z_1 của đoạn mạch chứa R_1 và L là:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (L\omega)^2} = 50\sqrt{2} \text{ ôm},$$

và, do đó, hiệu điện thế trên phần đoạn mạch đó bằng:

$$U_1 = IZ_1 = 50\sqrt{2}\,.\,I = U_c\,. \qquad (1)$$

Dòng điện i trên mạch chính trễ pha góc φ_1 so với hiệu điện thế u_1 (trên R_1, L), với:

$$\mathrm{tg}\varphi_1 = \frac{L\omega}{R_1} = 1 \rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{4}.$$

Dòng điện i lại sớm pha góc $\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$ so với u_c. Vì vậy u_c và u_1 vuông pha với nhau ($\vec{U}_c \perp \vec{U}_1$). Vì $U_1 = U_c$ nên hiệu điện thế u của cả mạch điện $\vec{U} = \vec{U}_c + \vec{U}_1$ cùng pha với i (xem giản đồ véc tơ ở trên, $\vec{U}$ trùng với đường chéo của hình vuông có hai cạnh là $\vec{U}_1$ và $\vec{U}_c$). Từ hình vẽ ta có:

$$U_c = U_1 = U_o \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 50\sqrt{2}\ (V).$$

Đối chiếu với (1) ta rút ra: I = 1A.

Biểu thức của cường độ dòng điện:

$$i = \sqrt{2}\sin 100\pi t\ (A).$$

2. Cường độ hiệu dụng trong mạch:

$$I = \frac{U}{Z}$$

Công suất tiêu thụ trong mạch:

$$P = UI\cos\varphi = UI\frac{R_1}{Z} = U \cdot \frac{U}{Z} \cdot \frac{R_1}{Z} = \frac{U^2R_1}{Z^2},$$

$$P = U^2 \frac{R_1}{R_1^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = \frac{U^2}{R_1 + \frac{(L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}{R_1}}.$$

Vì U^2 không đổi, công suất tiêu thụ trong mạch sẽ cực đại khi mẫu số trong biểu thức của P là cực tiểu. Mẫu số là tổng của hai số hạng, mà tích:

$$R_1 \times \frac{(L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}{R_1} = (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2 = \text{const}$$

không đổi. Vậy mẫu số cực tiểu, và do đó công suất tiêu thụ trong mạch sẽ cực đại, khi:

$$R_1 = \frac{(L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}{R_1} \rightarrow R_1 = L\omega - \frac{1}{C\omega} = 50 \text{ ôm}.$$

và:

$$P_{max} = \frac{U^2R_1}{Z^2} = 100W.$$

14. a) Cảm kháng của cuộn dây:

$$Z_L = L\omega = 40 \text{ ôm}.$$

Góc trễ pha $\varphi = -\frac{\pi}{6}$ của dòng điện, so với hiệu điện thế được tính bằng công thức:

$$\text{tg}\varphi = \text{tg}(-\frac{\pi}{6}) = \frac{Z_L - Z_c}{r} = -\frac{\sqrt{3}}{3},$$

từ đó:

$$Z_c = \frac{1}{C_o\omega} = r\frac{\sqrt{3}}{3} + Z_L \approx 63,1 \text{ ôm}$$

và, do đó, $C_o = \frac{1}{Z_c \cdot \omega} \approx 50\mu F$.

Tổng trở của mạch:

$$Z = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_c)^2} = \frac{80}{\sqrt{3}} \text{ ôm}.$$

Cường độ hiệu dụng của dòng điện trong mạch:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{120\sqrt{3}}{8} \approx 2,6A.$$

Số chỉ của vôn kế là hiệu điện thế hiệu dụng U_c ở tụ điện

$$U_c = IZc \approx 163,9V.$$

b) Ta có

$$U_c = IZ_c = \frac{1}{C\omega} \cdot \frac{U}{\sqrt{r^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

U_c cực đại thì U_c^2 cực đại hay:

$$\frac{U^2}{r^2C^2\omega^2 + (L\omega^2 - 1)^2}$$

cực đại. Muốn vậy biểu thức $A = r^2C^2\omega^2 + (LC\omega^2 - 1)^2$ phải cực tiểu. Lấy đạo hàm của A theo C rồi cho bằng 0, ta được:

$$r^2C + L(LC\omega^2 - 1) = 0.$$

Suy ra:

$$C = C' = \frac{1}{\frac{r^2}{L} + L\omega^2} \approx 39,8\mu F.$$

Từ đó: $Z_c' = \frac{1}{c'\omega} = 80\Omega$

và tổng trở của mạch:

$$Z = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_{c'})^2} = 40\sqrt{2} \text{ ôm}.$$

Cường độ dòng điện trong mạch khi đó:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{120}{40\sqrt{2}} \approx 2,1A.$$

và

$$U_{cmax} = IZ_{c'} \approx 169,7V.$$

Số chỉ vôn kế khi đó bằng 169,7V.

15. Ta có: $\varphi_{AE} = \varphi_{EB} \rightarrow \operatorname{tg}\varphi_{AE} = \operatorname{tg}\varphi_{EB} \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{-Z_{c1}}{R_1} = \frac{Z_L - Z_{c2}}{R_2}.$$

Thay số suy ra: $Z_{c2} = 300$, từ đó :

$$C_2 = \frac{1}{Z_{c2}\omega} \approx \frac{10^{-4}}{3\pi}F.$$

16. 1) Khi quay K từ 1 sang 2, số chỉ của ampe kế không đổi nghĩa là I không đổi. Mặt khác hiệu điện thế $U_{AB} = 110V$ không đổi. Do đó tổng trở Z trong hai trường hợp bằng nhau:

$$Z_1 = Z_2$$

$$\rightarrow \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{c1})^2} = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{c2})^2}$$

$$\rightarrow (Z_L - Z_{c1})^2 = (Z_L - Z_{c2})^2$$

$$\rightarrow Z_L - Z_{c1} = \pm(Z_L - Z_{c2})$$

– Nếu $Z_L - Z_{c1} = Z_L - Z_{c2} \rightarrow Z_{c1} = Z_{c2}$: vô nghiệm.

– Nếu $Z_L - Z_{c1} = -Z_L + Z_{c2} \rightarrow Z_L = \frac{Z_{c1} + Z_{c2}}{2}$ (1)

Theo đề bài: $Z_{c1} = \frac{1}{C_1\omega} = 40$ ôm

$$Z_{c2} = \frac{1}{C_2\omega} = 160 \text{ ôm}$$

$$\rightarrow Z_L = 100 \text{ ôm}$$

$$\rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{1}{\pi} H \approx 0,32H .$$

Khi K nối với 1:

$$I_{01} = \frac{U_o}{Z_1} = 1,1\sqrt{2}\ A$$

$$tg\varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{c1}}{R} = \frac{3}{4} \rightarrow \varphi \approx \frac{37\pi}{180}$$

$$i_1 = 1,1\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{37\pi}{180})\ (A) .$$

Khi K nối với 2:

$$I_{o2} = I_{01} = 1,1\sqrt{2}A .$$

$$tg\varphi_2 = \frac{Z_L - Z_{c2}}{R} = -\frac{3}{4} \rightarrow \varphi_2 = -\frac{37\pi}{180} .$$

$$i_2 = 1,1\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{37\pi}{180})\ (A)$$

b) Để số chỉ của ampe kế không đổi khi quay K từ 1 sang 2, hệ thức (1) vẫn phải thỏa mãn, nghĩa là $Z_L = 100m$. Khi quay K từ (1) sang (2), để pha của dòng điện thay đổi $\frac{\pi}{2}$, ta phải có

$$\varphi_1 = \varphi_2 + \frac{\pi}{2} \begin{cases} Z_L > Z_{c1} \rightarrow \varphi_1 > 0 . \\ \\ Z_L < Z_{c2} \rightarrow \varphi_1 < 0. \end{cases}$$

$$tg\varphi_1 = tg(\varphi_2 + \frac{\pi}{2}) = -cotg\varphi_2 = -\frac{1}{tg\varphi_2} .$$

$$\rightarrow \frac{Z_L - Z_{c1}}{R} = \frac{-1}{\dfrac{Z_L - Z_{c2}}{R}} = \frac{R}{Z_{c2} - Z_L}$$

$$\rightarrow R^2 = (Z_L - Z_{c1})(Z_{c2} - Z_L) = 60^2 \rightarrow R = 60 \text{ ôm}.$$

Như vậy ta phải giảm điện trở R của cuộn dây từ 80 ôm xuống 60 ôm, nghĩa là giảm 4/3 lần mà vẫn giữ L không đổi. Muốn vậy, ta vẫn quấn số vòng dây trên ống dây như cũ ($L = \mu\mu_o \frac{N^2S}{l}$) nhưng tăng tiết diện dây lên $\frac{4}{3}$ lần ($R = \rho\frac{l}{S}$).

17. a) $Z_L = L\omega = 10 \text{ ôm}$; $Z_c = \frac{1}{C\omega} = 25 \text{ ôm}$;

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_c)^2} = 25 \text{ ôm}.$$

Công suất:

$$P = RI^2 = R\left(\frac{U}{Z}\right)^2 = 460{,}8\text{W}.$$

Hệ số công suất: $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = 0{,}8$.

b) $$P = RI^2 = \frac{RU^2}{R^2 + (Z_L - Z_c)^2} = \frac{U^2}{R + \dfrac{(Z_L - Z_c)^2}{R}}.$$

Tỉ số không đổi nên P lớn nhất khi mẫu số $B = R + \frac{(Z_L - Z_c)^2}{R}$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số không âm

$$B = R + \frac{(Z_L - Z_c)^2}{R} \geq 2\sqrt{R \cdot \frac{(Z_L - Z_c)^2}{R}}$$

$$\rightarrow B \geq 2|Z_L - Z_c|.$$

Dấu bằng xảy ra khi: $R_o = \frac{(Z_L - Z_c)^2}{R} \rightarrow R_o = |Z_L - Z_c| = 15$ ôm.

Khi đó B nhỏ nhất và P lớn nhất.

$$P_{max} = \frac{U^2}{B_{min}} = \frac{U^2}{2R_o} = 480W.$$

Hệ số công suất:

$$\cos\varphi = \frac{R_o}{Z_o} = \frac{R_o}{\sqrt{R_o^2 + (Z_L - Z_c)^2}} = 0,707.$$

18. 1. Cảm kháng của cuộn dây: $Z_L = L\omega = 20$ ôm.

Dung kháng của tụ điện: $Z_c = \frac{1}{C\omega} = 20$ ôm.

a) Khi K mở, mạch điện chỉ chứa L và R. Tổng trở của mạch:

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = 25 \text{ ôm}.$$

Số chỉ của ampe kế:

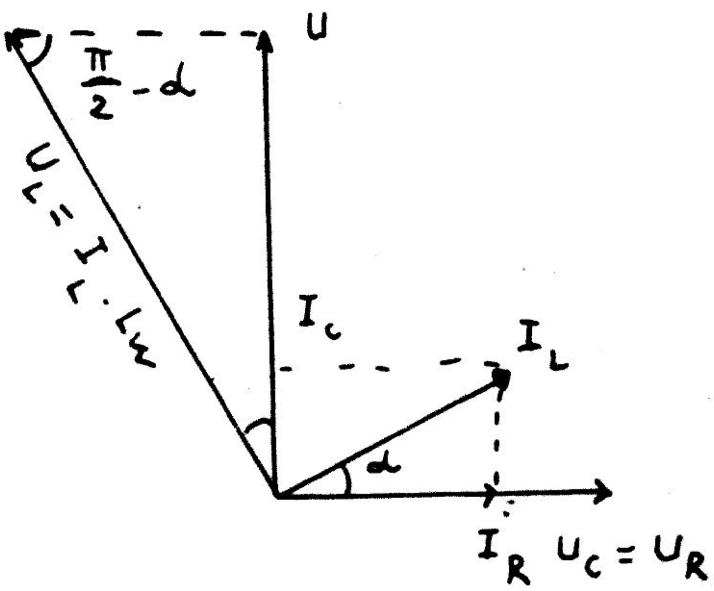
$$I = \frac{U}{Z} = 4,8 \text{ A}.$$

b) Khi K đóng, tụ điện C mắc song song với điện trở R, rồi nối tiếp với L. Gọi U_c, U_L là hiệu điện thế hiệu dụng ở tụ điện và ở cuộn cảm, ta có:

$$I_R = \frac{U_c}{R} = \frac{U_c}{15},$$

$$I_c = \frac{U_c}{Z_c} = \frac{U_c}{20},$$

ừ đó $I_c = \frac{3}{4} I_R$.



$_R$ cùng pha với u_c; i_c

ớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với u_c. Vậy:

$\vec{I}_R$ và $\vec{I}_c$ vuông góc với nhau và cường độ dòng điện trên mạch chính, đồng thời là dòng I_L qua cuộn dây là:

$$I_L = \sqrt{I_R^2 + I_c^2} = \sqrt{I_R^2 + \frac{9}{16} I_R^2} = \frac{5}{4} I_R.$$

Hiệu điện thế u_L ở hai đầu cuộn dây sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với i_L và có giá trị hiệu dụng:

$$U_L = I_L \cdot Z_L = 25I_R.$$

Hiệu điện thế U_{AB} ở hai đầu đoạn mạch:

$$\vec{U} = \vec{U}_L + \vec{U}_c.$$

Từ giản đồ véc tơ ta có:

$$U^2 = U_L^2 + U_c^2 - 2U_LU_c\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = 400I_R^2 = 120^2$$

$$I_R = 6A.$$

Số chỉ của ampe kế là :

$$I_L = \frac{5}{4} I_R = 7{,}5A.$$

2. Theo trên ta có:

$$U_L = I_L \cdot Z_L \ ; \ U_c = RI_R = \frac{4}{5} RI_L,$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{3}{5}$$

và, từ đó:

$$U^2 = Z_L^2 I_L^2 + \left(\frac{4R}{5}\right)^2 I_L^2 - 2.\frac{3}{5} Z_L \cdot \frac{4R}{5} \cdot I_R^2 = I_L^2 Z^2 \ ,$$

từ đó tổng trở của mạch là:

$$Z = \sqrt{Z_L^2 + \frac{16}{25} R^2 - \frac{24}{25} RZ_L} \cdot$$

Muốn cho số chỉ ampe kế, tức là I_L cực đại, thì Z phải cực tiểu: lấy đạo hàm của Z theo Z_L và cho triệt tiêu ta được:

$$Z' = 2Z_L - \frac{24}{25}R = 0.$$

Suy ra cực tiểu của Z ứng với $Z_L = \frac{12}{25}R = 7{,}2$ ôm. Từ đó:

$$Z_{min} = \sqrt{92{,}16} \approx 9{,}60 \text{ ôm},$$

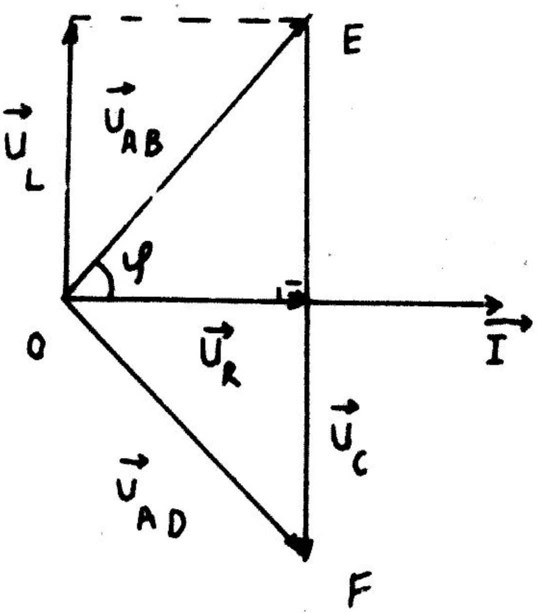
và $$I_{max} = \frac{U}{Z_{min}} \approx 12{,}5\text{A}.$$

Ta lại có:

$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{7{,}2}{100\pi} \text{ H}.$$

19. a) Ta biết rằng nếu R = 0 thì hiệu điện thế $u_{AB} = U_L$ ở hai đầu cuộn cảm và u_c ở hai bản tụ điện luôn luôn trái dấu nhau, vì chúng đều vuông pha với dòng điện i; và khi đó ta sẽ có:

$U = |U_L i' - U_c|$ nhưng theo đề bài thì $U = 200$V, còn $|U_I - U_c| = |200 - 200\sqrt{2}| \neq U$. Điều đó chứng tỏ u_{AB} và u_c không hoàn toàn ngược pha; vì u_c luôn luôn trễ pha $\frac{\pi}{2}$ so với dòng điện i, nên góc sớm pha của u_{AB} so với i không bằng $\frac{\pi}{2}$, tức là $tg\varphi = \frac{L\omega}{R}$ có một giá trị hữu hạn. Điều này chỉ xảy ra khi $R \neq 0$.



Ta có:

$$Z_{AB} = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} = \frac{U_1}{I} = \frac{200}{\sqrt{2}}\text{A}$$

Vì: $U_{AB} = 200\text{V} = U_{AD}$,

$$U_2 \equiv U_c = 200\sqrt{2} = U_{AB}\sqrt{2}$$

mà: $\vec{U}_{AD} = \vec{U}_{AB} + \vec{U}_c$, nên bằng giản đồ véctơ ta thấy (xem hình vẽ) tam giác OEF là tam giác vuông cân, góc trễ pha φ của $\vec{I}$ so với $\vec{U}_{AD}$ bằng $\frac{\pi}{4}$. Từ đó $\cos\varphi = \frac{R}{Z} \rightarrow R = Z\cos\varphi = \frac{200}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 100$ ôm.

b) Với tần số f (hay $\omega = 2\pi f$), từ hình vẽ ta có:

$U_L = U_R$ và $U_c = 2U_L$, suy ra $L\omega = R = 100$, và $\frac{1}{C\omega} = 2L\omega = 200$, từ đó $L\omega \cdot \frac{1}{C\omega} = 200.100$ hay

$$\frac{L}{C} = 2.10^4 . \qquad (1)$$

Với tần số f_1 thì số chỉ của ampe kế cực đại, mạch điện có cộng hưởng và ta có:

$$1 = LC\omega_1^2 = LC(2\pi \cdot \frac{100}{\sqrt{2}})^2 = 2LC\pi^2.10^4. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $L^2\pi^2 = 1$ hay $L = \frac{1}{\pi}$ H

và $C = \frac{L}{2.10^4} = \frac{1}{2\pi} \cdot 10^{-4}$F.

Từ đó: $\omega = \frac{Z_L}{L} = 100\pi$ hay f = 50Hz.

c) Vì dòng điện sớm pha $\frac{\pi}{4}$ so với hiệu điện thế u_{AD} (xem giản đồ véc tơ):

$$i = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4}) = 2\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4}) \text{ (A)}.$$

d) Tổng trở của mạch:

$$Z = \sqrt{R_1^2 + (L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega})^2}.$$

cường độ dòng điện: $I = \frac{U}{Z}$. Số chỉ vôn kế V_2, tức là hiệu điện thế ở tụ điện, bằng:

$$U_c = I \cdot \frac{1}{C_1\omega} = \frac{U}{C_1\omega Z} .$$

Muốn cho U_c cực đại thì mẫu số $C_1\omega Z$, hay đại lượng

$$y = C_1^2\omega^2Z^2 = ax^2 + bx + c,$$ cực tiểu

với $x = \omega^2$; $a = L_1^2C_1^2$, $b = C_1(C_1R_1^2 - 2L_1)$, $c = 1$.

Lấy đạo hàm y theo x, rồi cho triệt tiêu, ta thấy y cực tiểu khi $x = -\frac{b}{2a}$ suy ra (thay $\omega = 100\pi$):

$$2\pi L_1^2 - 2L_1 + \frac{9.10^{-2}}{\pi} = 0.$$

Phương trình có 2 nghiệm: $L_1 \approx 0,304H$ và $L_1 = 0,015H$.

20. 1) Ta có:

$$U_v = IZ_c = \frac{U}{Z}.Z_c = \frac{UZ_c}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_c)^2}}$$

thay các giá trị bằng số vào, và xét hai trường hợp $Z_L > Z_c$ và $Z_L<Z_c$ ta suy ra $Z_{c1} = \frac{100}{7}$ ôm và $Z_{c2} = 4$ ôm; từ đó $C_1 = \frac{7}{\pi}.10^{-4}F$ và $C_2 = \frac{1}{4\pi}.10^{-2}F$.

2. Ta thấy $Z_{c2} = Z_L = 4$ ôm nên $tg\varphi = 0$, $\varphi = 0$

và $i = I_o\sin 100\pi t$. Từ đó:

$$u_L = U_{OL}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$$

với $U_{OL} - I_oZ_L = \frac{U_o}{R}.Z_L = 16\sqrt{2}$ (V).

Như vậy: $u_L = 16\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$ (V).

3. Vì $Z_{AE} + E_{EB} = Z_{AB}$ nên $U_{AB} = U_{AE} + U_{EB}$.

Điều đó chỉ xảy ra khi u_{AE} và u_{EB} cùng pha (và cùng pha với u_{AB}). Suy ra:

$$\mathrm{tg}\varphi_{AE} = \mathrm{tg}\varphi_{EB} \rightarrow \frac{Z_L}{R} = \frac{Z_{Lo}}{R_o} = \frac{4}{3}. \qquad (1)$$

Mặt khác: $U_{AE} = U_{AB} - U'_v = 12 - 9 = 3V$

và $Z_{AE} = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} = 5$ ôm.

Từ đó:

$$\frac{U_{EB}}{U_{AE}} = \frac{Z_{EB}}{Z_{AE}} = \frac{Z_{EB}}{5} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\rightarrow Z_{EB} = 15, \qquad Z_{EB}^2 = Z_{L_o}^2 + R_o^2 = 15^2. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $R_o = 9$ ôm,

$$Z_{L_o} = 12 \text{ ôm} \rightarrow L_o = \frac{Z_{L_o}}{\omega} = \frac{3}{25\pi} H.$$

21. 1) Dòng điện i trễ pha φ so với hiệu điện thế u:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{Z_L}{R} = 1 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = 100\sqrt{2} \text{ ôm} \rightarrow I_o = \frac{U_o}{Z} = 1A, \; I = \frac{\sqrt{2}}{2} A.$$

Biểu thức của i:

$$i = \sin(100\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ (A)}.$$

Công suất tiêu thụ của đoạn mạch:

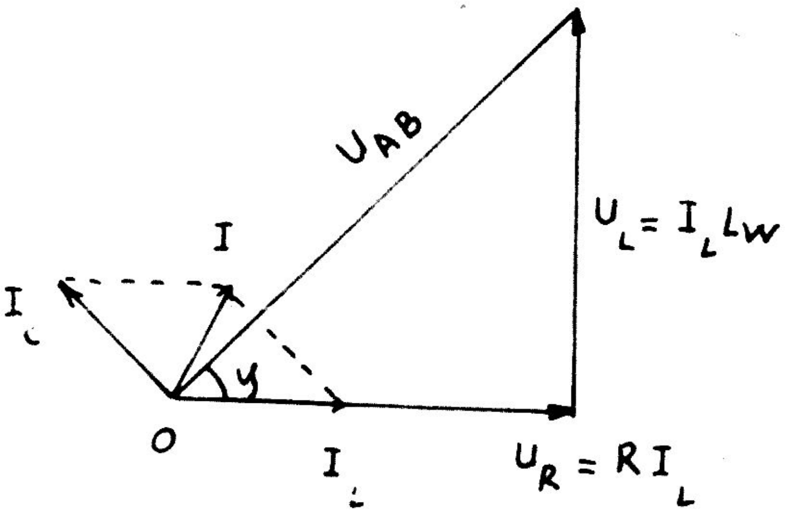
$$P = UI\cos\varphi = RI^2 = 50W.$$

2) Giải tương tự như ở bài 19.

$$U_c = \max \text{ khi } C = \frac{2}{3\pi} \cdot 10^{-4}\text{F}.$$

Suy ra: $U_{c\max} = 60\sqrt{5} \approx 134\text{V}$.

3) Bây giờ tụ có điện dung C_o. Bây giờ i_c sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với u_{AB}. Còn i_L thì có giá trị hiệu dụng như đã tính ở câu 1 (($I_L = \frac{\sqrt{2}}{2}$ A) và trễ pha $\frac{\pi}{4}$ so với u_{AB} (như đã xét ở câu 1). Vẽ giản đồ vec tơ như ở hình vẽ. Từ hình vẽ ta có:



$$I^2 = I_c^2 + I_L^2 - 2I_cI_L\cos\frac{\pi}{4}. \tag{1}$$

Vì đầu bài không nói rõ cường độ dòng điện trên mạch chính I = 1A là cường độ hiệu dụng, hay cường độ cực đại, nên ta phải phân biệt hai trường hợp:

a) I = 1A là cường độ cực đại, nghĩa là theo kí hiệu đã quy ước ta có I_o = 1A, và cường độ dòng điện hiệu dụng ở mạch chính, theo kí hiệu quy ước là $I = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ A. Khi đó, với $I = \frac{\sqrt{2}}{2}$ A và $I_L = \frac{\sqrt{2}}{2}$ A, phương trình trên cho ta $I_c^2 - I_c = 0$, từ đó hoặc I_c = 0 (loại) hoặc I_c = 1A. Mặt khác $I_c = \frac{U}{Z_c}$, suy ra:

$$C_o = \frac{I_c}{U\omega} = \frac{1}{\pi} \cdot 10^{-4}\text{F}.$$

b) Khi I = 1A là cường độ hiệu dụng thì thay vào phương trình (1) ta lại được $I_c^2 - I_c - \frac{1}{2} = 0$. Phương trình này có hai nghiệm trái dấu.

$$I_{c1} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \qquad \text{và} \qquad I_{c2} = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}.$$

Ta chỉ lấy nghiệm dương I_{c1}. Khi đó điện dung C_o của tụ bằng:

$$C = \frac{I_c}{U\omega} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\pi} . 10^{-4}F.$$

22. 1. a) Căn cứ vào biểu thức của i, ta thấy dòng điện trễ pha $\varphi = \frac{\pi}{3}$ so với hiệu điện thế và giá trị cực đại của dòng điện là I_o = 4A. Từ đó ta có:

$$tg\varphi = \frac{L\omega}{R} = tg\frac{\pi}{3} = \sqrt{3} \qquad (1).$$

Tổng trở của mạch:

$$Z = \frac{U_o}{I_o} = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} = \frac{120}{4} = 30 \text{ ôm} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$R = 15 \text{ ôm và } L = \frac{3\sqrt{3}}{20\pi} \approx 82,7mH.$$

b) Ta có:

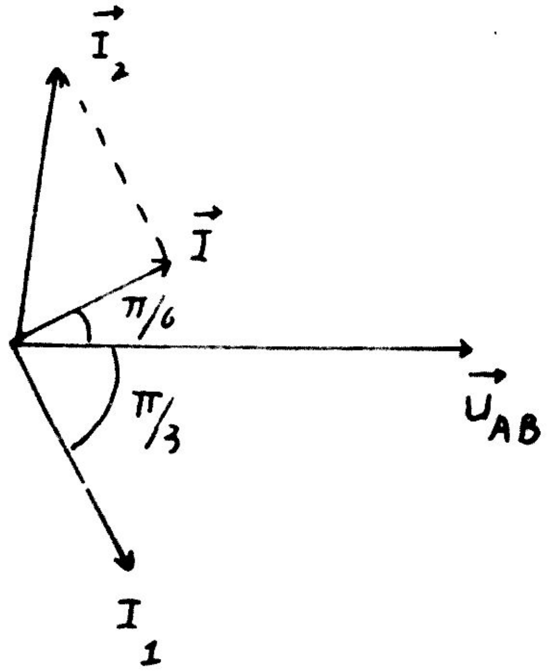
$$U_{Lo} = L\omega . I_o = 60\sqrt{3} \approx 104V.$$

u_L sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với i, mà i lại trễ pha $\frac{\pi}{6}$ so với u_{AB}; tr đó suy ra u_2 sớm pha so với u_{AB} một góc:

$$\varphi_L = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}.$$

Như vậy biểu thức của u_L là:

$$u_L = 60\sqrt{3}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ (V)}.$$



2. a) Vẽ giản đồ véctơ, với véctơ $\vec{U}_{AB}$ nằm ngang. Các véctơ $\vec{I}_1$(dòng qua L) và $\vec{I}$ (dòng điện chính) có độ lớn xác định (I_{10} = 4A và $\vec{I}_o$ = 3A) và làm với $\vec{U}_{AB}$ hai góc $\frac{\pi}{3}$ và $\frac{\pi}{6}$ theo chiều trễ và sớm pha như trên hình vẽ. Từ hình vẽ (với $\vec{I}_o = \vec{I}_{10} + \vec{I}_{20}$), ta có $I_{20} = \sqrt{I_{10}^2 + I_o^2} = 5A$.

Từ đó: $Z_x = \frac{U_o}{I_{20}} = 24$ ôm.

Ta thấy, từ hình vẽ, i_2 sớm pha một góc φ_2 so với hiệu điện thế u, và:

$$\varphi_2 = \alpha + \frac{\pi}{6},$$

trong đó α là góc hợp bởi $\vec{I}_2$ và $\vec{I}$, mà theo hình vẽ:

$$\cos\alpha = \frac{I_o}{I_{20}} = \frac{3}{5}, \ \sin\alpha = \frac{I_{10}}{I_{20}} = \frac{4}{5}. \text{ Do đó}$$

$$\cos\varphi_2 = \cos\frac{\pi}{6}\cos\alpha - \sin\frac{\pi}{6}\sin\alpha \approx 0{,}12.$$

Công suất P_x của nhánh 2 bằng:

$$P_x = \frac{U_oI_{20}}{2}\cos\varphi = 36W.$$

b) Vì i_2 sớm pha so với u_{AB} nên mạch có tính dung kháng mạnh và nó phải chứa một tụ điện C. Nhưng vì góc sớm pha không đúng bằng 90° nên mạch X phải có thêm một điện trở R, ngoài tụ điện C. Như vậy mạch X chỉ có 2 phần tử R và C.

Ta tính công suất P_x theo cách khác: $P_x = RI_2^2$, từ đó

$$R_x = \frac{P}{I_2^2} = \frac{36}{\left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^2} \approx 2{,}88 \text{ ôm}.$$

Mặt khác: $Z_x^2 = R^2 + Z_c^2$, với $Z_x = 24$ ôm.

suy ra: $C = \dfrac{1}{\omega\sqrt{Z_x^2 - R^2}} \approx 133{,}6 \approx 134\mu F$.

23. Ta nhận thấy mạch điện có tính chất đối xứng, do đó không có dòng điện qua R_1 và R_3, và ta có thể tháo chúng ra khỏi mạch. Khi đó mạch điện chỉ còn lại hai nhánh CR_2L và CR_4L hoàn toàn giống nhau mắc song song và dòng điện qua hai nhánh này có cường độ bằng nhau và có cùng pha với nhau. Dòng điện mạch chính có cường độ gấp đôi và có cùng pha với hai dòng điện cũ.

Ta xét dòng điện ở một nhánh, nhánh CR_2L chẳng hạn.

Ta có: $Z_c = \dfrac{1}{L\omega} \approx 400$ ôm; $Z_L = \omega L = 200$ ôm

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_c)^2} = 200\sqrt{2} \text{ ôm}$$

Vì $Z_c > Z_L$ nên dòng điện i_1 qua nhánh này sớm pha so với u_{AB} một góc φ mà

$$\text{tg}\varphi = \frac{|Z_L - Z_c|}{R} = 1 \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$$

Cường độ hiệu dụng của dòng điện qua nhánh đó:

$$I = \frac{U}{Z} = 0{,}84A$$

Biểu thức của cường độ dòng điện qua nhánh CR_2L (và qua nhánh CR_4L) là:

$$i_1 = i_2 = 0,84\sqrt{2}\sin(100\pi t + \pi/4) \text{ (A)}.$$

Biểu thức của dòng điện mạch chính:

$$i = 2i_1 = 1,68\sqrt{2}(100\sin\pi t + \pi/4) \text{ (A)}.$$

Số chỉ của ampe kế:

$$I = \frac{1,68\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1,68\text{A}.$$

24. *Hướng dẫn:*

- Khi hai khóa K_1, K_2 mở, ampe kế chỉ

$$I_1 = \frac{U}{Z} \rightarrow I_1^2 = \frac{U_2}{Z_2} \leq \frac{U_2}{R_2} \qquad (1)$$

- Khi hai khóa K_1, K_2 đóng, điện trở R, cuộn thuần cảm L và tụ điện C mắc song song, nên số chỉ là I_2 cho bởi (dựa vào giản đồ véctơ $\vec{I}_R = \vec{I'}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C$ với $\vec{I}_L$ và $\vec{I}_C \perp \vec{I}_R$, và $\vec{I}_L$, $\vec{I}_C$ ngược chiều nhau).

$$I_2^2 = I_R^2 + (I_L - I_C)^2 \geq I_R^2$$

hay
$$I_2^2 \geq \frac{U^2}{R^2}. \qquad (2)$$

Vì số chỉ của ampe kế trong hai trường hợp giống nhau $I_1 = I_2$ nên từ (1) và (2) suy ra phải có:

$$I = I_1 = I_2 = \frac{U}{R} \qquad (3)$$

Và khi đó phải có $I_L = I_C$ hay $Z_L = Z_C$, nghĩa là:

$$2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC} \rightarrow f^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC} \qquad (4)$$

Thay số vào (3) và (4) ta có:

– Số chỉ ampe kế $\quad I = \frac{V}{R} = 1A.$

– Tần số f: $\quad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 50,07... \approx 50Hz$

25. a) Biểu thức của suất điện động cảm ứng:

$$e = E_0 \sin\omega t$$

với $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot \frac{n.p}{60}$. Theo đề bài n = 25 vòng/s = 1500 vng/phút

$p = \frac{4}{2} = 2$, từ đó $\omega = 2\pi \cdot 50 = 100\pi$ rad/s,

$$E_0 = NBS\omega = 188,4V$$

$\rightarrow \quad e = 188,4\sin 100\pi t$ (V).

Suất điện động hiệu dụng:

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \approx 133,2V.$$

b)

$$Q = RI^2t = \frac{E^2}{R}t = cm\Delta\theta \quad \text{với} \quad \Delta\theta = 1,9^oC,\ m = 4kg.$$

Từ đó: $\quad R = \frac{E^2 t}{cm\Delta\theta} \approx 33,5$ ôm.

26. a) Xét nhánh LRC. Tổng trở $Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

với $\quad Z_L = L\omega = 100$ôm; $\quad Z_C = \frac{1}{C\omega} = 50$ôm $\rightarrow$

$Z_1 = 50\sqrt{2}$ôm. Do đó:

$$I_{10} = \frac{U_0}{Z_1} = 4A.$$

Độ lệch pha giữa φ_1 giữa dòng i_1 qua C và u_{AB}:

$$tg\varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 1 \rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{4}.$$

Từ đó: $i_1 = 4\sin(100\pi t - \pi/4)$ (A) . (1)

Xét nhánh C_0. $Z_2 = Z_{C_0} = \dfrac{1}{C_0\omega} = 50$ôm,

$$I_{20} = \frac{V_0}{Z_{C_0}} = 4\sqrt{2}A.$$

Dòng i_2 qua C_0 sớm pha $\pi/2$ so với u_{AB}:

$$i_2 = 4\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (A)}. \quad (2)$$

Để tính dòng điện chính, vẽ giản đồ véctơ với $\vec{U}_{AB}$ làm trục pha:

$$\vec{I}_0 = \vec{I}_{10} + \vec{I}_{20} \rightarrow I_0^2 = I_{10}^2 + I_{20}^2 + 2\vec{I}_{10}\vec{I}_{20}\cos(\varphi_1 - \varphi_2),$$

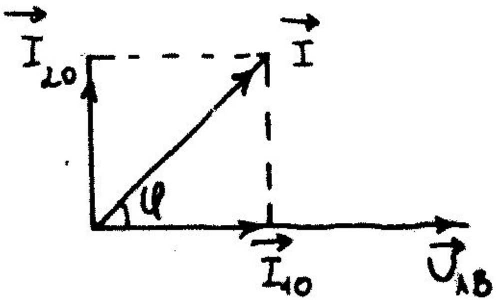
từ đó $I_0 = 4A$. Ta thấy $I_0 = I_{10}$, điều đó có nghĩa là $\vec{I}_0$ làm với $\vec{U}_{AB}$ một góc $\pi/4$: i sớm pha so với u một góc $\pi/4$. Do đó:

$$i = 4\sin(100\pi t + \pi/4) \text{ (A)}. \quad (3)$$

b Dòng điện trong nhánh LRC đạt cực đại khi điện dung C' của tụ điện C thỏa mãn điều kiện $Z_L = Z_C \rightarrow$

$$L\omega = \frac{1}{C'\omega} \rightarrow \frac{1}{\omega^2 L} \approx 31,8\mu F.$$

Để tìm biểu thức của dòng điện i ở mạch chính khi đó, ta chú ý rằng dòng điện i_2 vẫn có biểu thức như ở (1), còn dòng điện i_1 thì cùng pha với hiệu điện thế u_{AB} (vì $Z_L = Z_C$) và



$I_{10} = \dfrac{U_0}{R} = 4\sqrt{2}$ A, nghĩa là $I_{10} = I_{20}$. Từ đó ta có $I_0 = \sqrt{I_{10}^{20} + I_{20}^{2}} = 8$A và i sớm pha so với u_{AB} một góc $\varphi = \pi/4$. Do đó

$$i = 8\sin(100\pi t + \pi/4) \text{ (A)}$$

27. Vẽ lại sơ đồ mạch điện cho thấy: mạch điện gồm 3 nhánh song song: nhánh R_1C, nhánh R_2 và nhánh L.

Xét nhánh R_1 C: Tổng trở $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + Z_C^2} = 60\sqrt{2} \approx 84{,}8$ôm

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} \approx 1{,}42\text{A}.$$

Độ lệch pha giữa i và u: $\text{tg}\varphi_1 = -\dfrac{Z_C}{R_1} = -1 \rightarrow \varphi_1 = -\pi/4$

dòng i_1 sớm pha so với u một góc $\pi/4$.

$$i_1 = 1{,}42\sqrt{2}\sin(100\pi t + \pi/4) \text{ (A)}$$

Xét nhánh R_2: $\quad I_2 = \dfrac{U}{R_2} = 0{,}33$A.

Biểu thức i_2: $\quad i_2 = 0{,}33\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (A).

Xét nhánh L: $\quad Z_L \approx 119{,}5$ ôm,

$$I_3 = \frac{U}{Z_L} \approx 1\text{A}.$$

${}_3$ trễ pha so với u_{AB} góc $\pi/2$

$$i_3 = \sqrt{2}\sin(100\pi t - \pi/2)\ (A).$$

Dòng điện mạch chính i: vẽ giản đồ véc tơ với $\vec{U}_{AB}$ là trục pha, $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 \rightarrow I = 1{,}33A$, hơn nữa i cùng pha với u. Như vậy số chỉ ampe kế là 1,33A và

$$i = 1{,}33\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (A).$$

Tổng trở của mạch:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{170}{\sqrt{2}\ .\ 1{,}33} \approx 90{,}4\text{ôm}.$$

Công suất tiêu thụ ở mạch điện:

$$P = UI\cos\varphi \text{ hoặc } P = R_1I_1^2 + R_2I_2^2 \rightarrow$$

$$P \approx 160W.$$

23. 1) Ampe kế chỉ số không, nên $u_{AD} = u_{AB} = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V) vì $\vec{I} = 0 = \vec{I}_{L1} + \vec{I}_C$, suy ra $I_{L1} = I_C$ và, do đó:

$Z_{L1} = Z_C \rightarrow L_1 = \dfrac{1}{\omega^2 C} = \dfrac{2}{\pi}$ H. Khi đó

$Z_{L1} = Z_C = 200$ ôm, $I_{L1} = I_C = \dfrac{U}{Z_C} = 1A.$

$$i_{L1} = \sqrt{2}\sin(100\pi t - \pi/2)\ (A),$$

$$i_C = \sqrt{2}\sin(100\pi t + \pi/2)\ (A).$$

2) Khi $L'_1 = \dfrac{1}{\pi}$ H thì $Z'_{L1} = 100$ ôm. Vì $Z_C = 200$ ôm, nên ${}_C = 2Z'_{L1}$, từ đó $I_{L1} = 2I_C$. Mặt khác vì $\vec{I}_{L1}$ và $\vec{I}_C$ đều vuông pha với $\vec{U}_{AD}$ và ngược pha nhau, mà $I_{L1} > I_C$ nên dòng điện chính i

($\vec{I} = \vec{I}_{L1} + \vec{I}_C$) trễ pha $\pi/2$ so với u_{AD}, và có cường độ $I = I_{L1} - I_C = I_C$. Từ đó $U_{AD} = I_C Z_C = 200 I_C$.

Xét đoạn mạch DB: $U_R = IR = 100I_C$, $U_{L2} = IZ_{L2} = 50I_C$ (vì $Z_{L2} = 50$ ôm). Vẽ giản đồ véctơ với $\vec{I}$ làm trục pha: U_{L2} và $\vec{U}_{AD}$ sớm pha $\pi/2$ so với $\vec{I}$, còn $\vec{U}_R$ cùng pha với $\vec{I}$. Do đó $\vec{U} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_R + \vec{U}_{L2} \rightarrow$ $U^2 = (U_{AD} + U_{L2})^2 + U_R^2 \rightarrow U = I_C\sqrt{100^2 + 250^2} = 269I_C$

và $\vec{I}$ trễ pha so với $\vec{U}$ góc φ mà

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{U_{AD} + U_{L2}}{U_R} = 2{,}5 \rightarrow \varphi = 0{,}38\pi \text{ rad.}$$

Từ đó $I_C = I = \dfrac{U}{269} \approx 0{,}74$ A.

Biểu thức của dòng điện mạch chính (qua R)

$$i = 0{,}74\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}38\pi) \text{ (V)}$$

Dòng điện qua C:

$$i_C = 0{,}74\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}38\pi + \pi) \text{ (A)}$$

(vì u_{AD} sớm pha $\pi/2$ so với i, mà i_C lại sớm pha $\pi/2$ so với u_{AD}).

Dòng điện qua L_1: $I_{L1} = 2I_C = 1{,}48$A và i_{L1} ngược pha so với i_C, do đó i_{L1} cùng pha với i.

$$i_{L1} = 1{,}48\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}38\pi).$$

29. 1) Ampe kế có điện trở không đáng kể, khi nối vào hai điểm C, D thì tụ điện bị đoản mạch, đoạn mạch chỉ còn cuộn cảm mà tổng trở là

$$Z_1 = \sqrt{r^2 + L^2\omega^2} = \frac{U}{I} + \frac{U}{0{,}1}. \quad (1)$$

Dòng điện trễ pha một góc $\pi/4$ so với hiệu điện thế $u_{AC} = u_{AB}$, do đó:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{L\omega}{R} = \mathrm{tg}\pi/4 = 1 \rightarrow L\omega = r. \quad (2)$$

Khi thay ampe kế bằng vôn kế, thì vì điện trở của vôn kế vô cùng lớn, nên tụ điện C thành mắc nối tiếp với cuộn cảm L, và tổng trở của mạch là:

$$Z' = \sqrt{r^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}.$$

Dòng điện qua mạch: $I = \frac{U}{Z'}$ và hiệu điện thế U_C giữa hai bản cực (đo được trên vôn kế), là (chú ý đến (2)):

$$U_C = IZ_C = \frac{U}{\sqrt{C^2\omega^2r^2 + (C\omega r - 1)^2}}.$$

Theo đề bài $U_C = 20$ V, nên:

$$\frac{U}{\sqrt{C^2\omega^2r + (C\omega r - 1)^2}} = 20 = U_V \qquad (3)$$

Theo đề bài U_C trễ pha $\pi/4$ so với u, mà dòng điện i trong mạch lại sớm pha $\pi/2$ so với u, nên i sớm pha $\pi/4$ so với u:

$$\mathrm{tg}\varphi' = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{r} = -\mathrm{tg}\pi/4 = -1. \qquad (4)$$

Thế $L\omega = r$ (theo (2) vào (1) và (4) ta được:

$$U = \sqrt{r^2 + r'^2}\, I = r\sqrt{2}I \quad \text{hay} \quad U^2 = 2r^2I^2 \qquad (5)$$

$$\frac{r - \frac{1}{C\omega}}{r} = -1 \text{ hay } \frac{1}{C\omega} = 2r \rightarrow C\omega r = \frac{1}{4}. \qquad (6)$$

Thế vào (3) ta được:

$$U^2 = \frac{U_V^2}{2} \rightarrow U = U_V\frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}V \approx 14{,}142V.$$

Từ (5) suy ra: $r = \frac{U}{I\sqrt{2}} = 100$ôm (vì I = 0,1A).

Từ (2) $\quad L\omega = r \quad \rightarrow \quad L = \dfrac{r}{\omega} = \dfrac{1}{20\pi}\,\text{H}.$

và từ (6) $\quad C = \dfrac{1}{2r\omega} = \dfrac{2{,}5}{\pi}\,\mu\text{F}.$

2) Vẽ giản đồ véc tơ lấy $\vec{I}$ làm trục pha. Vì hiệu điện thế hai đầu vôn kế, tức là u_C luôn luôn vuông pha với i, nên muốn cho độ lệch ra giữa u và u_C là $\pi/2$ thì u phải cùng pha với i (véc tơ $\vec{U}$ trùng phương với $\vec{I}$), nghĩa là mạch điện phải cộng hưởng với tần số f'. Do đó ta có:

$$LC\omega'^2 = 1,$$

hay $\quad f' = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1000\sqrt{2} = 1414\ \text{Hz}.$

30. a) Xét nhánh C_1R_1: $\quad Z_{C_1} = 20\sqrt{3}$ ôm; $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + Z_{C_1}^2} = 40$ ôm,

$I_1 = \dfrac{U}{Z_1} = 2{,}5\text{A}$; Dòng điện rẽ i_1 sớm pha so với u một góc φ_1 mà $\text{tg}\varphi_1 = \dfrac{Z_{C_1}}{R_1} = \sqrt{3} \rightarrow \varphi_1 = \pi/3$. Biểu thức của i_1:

$$i_1 = 2{,}5\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{3})\ \text{(A)}$$

Ngoài ra $u_{C1} = u_{AN}$ trễ pha so với i_1 một góc $\pi/2$, vì vậy u_{C1} trễ pha so với u một góc $\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{3} = \pi/6$. Mặt khác:

$$U_{C1} = U_{AN} = I_1 \,.\, Z_{C1} = 50\sqrt{3}\text{V}.$$

Xét nhánh LC_2: $\quad Z_L = 10\sqrt{3}$ôm ; $\quad Z_{C2} = 20\sqrt{3}$ôm;

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (Z_L - Z_{C2})^2} = 20\sqrt{3}\ \text{ôm}\ ;$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{5\sqrt{3}}{3}\ \text{A}.$$

Dòng i_2 sớm pha so với u (vì $Z_1 < Z_{C2}$) một góc φ_2 mà

$$tg\varphi_2 = \frac{Z_L - Z_{C2}}{R} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \varphi_2 = -\pi/6 \text{ rad}.$$

Biểu thức của i_2:

$$i_2 = \frac{5\sqrt{6}}{3}\sin(100\pi t + \pi/6) \text{ (A)}.$$

Tổng trở cuộn dây:

$$Z_d = \sqrt{R_2^2 + Z_L^2} = 20\sqrt{3} \text{ ôm}.$$

$U_{AM} = I_2 \cdot Z_d = 100V$. Ngoài ra u_{AM} sớm pha so với i_2 một góc:

$$tg\varphi_d = \frac{Z_L}{R_2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \varphi_d = \pi/6 \text{ rad}.$$

Vì i_2 sớm pha so với u một góc $\pi/6$ nên u_{AM} sớm pha so với u một góc $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$.

Để tìm dòng điện chính i, vẽ giản đồ véc tơ với $\vec{U}$ làm trục pha. Cũng có thể áp dụng công thức tổng hợp hai dao động điều hòa. Ta có: $\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2}$. Suy ra (từ giản đồ véc tơ hay từ công thức chung)

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

$$tg\varphi = \frac{I_1\sin\varphi_1 + I_2\sin\varphi_2}{I_1\cos\varphi_1 + I_2\cos\varphi_2}.$$

Từ đó, thay số ta được $I_1 = 5,2A$, $tg\varphi = 0,96$.

Biểu thức dòng điện chính i:

$$i = 7,34\sin(100\pi t + \text{arctg}0,96). \text{ (A)}$$

2) Ta có $u_{MN} = u_{MA} + u_{AN} = u_{AN} - u_{AM}$. Dùng giản đồ véc tơ. Ta biết u_{AN} trễ pha với u một góc $\pi/6$, còn u_{AM} sớm pha so với u một góc $\pi/3$, như vậy góc giữa $\vec{U}_{AN}$ và $\vec{U}_{AM}$ là $\pi/2$.

Suy ra: $U_{MA} = \sqrt{U_{AN}^2 + U_{AM}^2} = 50\sqrt{7} \approx 132V$.

31. Xét trường hợp mắc ống dây:

$$Z_0 = \sqrt{R_0^2 + (L_0\omega)^2}, \quad I_1 = \frac{U}{Z_0} = \frac{U}{\sqrt{R_0^2 + (L_0\omega)^2}}. \tag{1}$$

Độ lệch pha giữa u và i (dòng điện qua ampe kế):

$$tg\varphi_0 = \frac{L_0\omega}{R_0}.$$

Xét trường hợp đoạn mạch song song. Vẽ giản đồ véc tơ. Véc tơ $\vec{I}_R$ cùng pha với $\vec{U}$, còn $\vec{I}_L$ trễ pha so với $\vec{U}$

$$I_R = \frac{U}{R}, I_L = \frac{U}{L\omega}; \qquad \text{suy ra:}$$

$$I_2 = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{L^2\omega^2}}. \tag{2}$$

Độ lệch pha giữa u và i_2 (dòng qua ampe kế là dòng điện mạch chính)

$$tg\varphi = \frac{I_L}{I_R} = \frac{R}{L\omega}. \tag{4}$$

Theo đề bài: $I_1 = I_2$ và $\varphi_0 = \varphi$. Từ (1), (2), (3), (4) rút ra

$$R = R_0 + \frac{(L\omega)^2}{R_0} \tag{5}$$

và $$L = \frac{RR_0}{\omega^2 L_0}. \tag{6}$$

Thay giá trị bằng số ta được: R = 258 ôm, L = 0,6H.

32. 1) Ta biết rằng nếu trên một đoạn mạch điện xoay chiều, có một cuộn thuần cảm kháng L và một điện dung C mắc song song thì, dòng điện mạch chính (số chỉ ampe kế) $I = |I_L - I_C|$, do đó muốn cho $I = 0$, phải có $I_L = I_C$, muốn vậy phải có $Z_L = Z_C$ hay $LC\omega^2 = 1$.Từ đó:

$$C = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{2\pi} . 10^{-4}F.$$

(Mạch LC trong trường hợp này được gọi là mạch nút).

Vì $I = 0$ nên $U_{NP} = U_{MP}$. Ta có $I_{L2} = \frac{U}{L_2\omega} = \frac{0,85A}{\sqrt{2}}$

và $I_C = I_{L2} = \frac{0,85A}{\sqrt{2}}$.

Biểu thức của i_{L2} (trễ pha $\pi/2$ so với $u_{MP} = u_{NP}$)

$$i_{L2} = 0,85\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ (A)}.$$

Biểu thức của i_C (sớm pha $\pi/2$ so với u_{NP})

$$i_C = 0,85\sin(100\pi t + \pi/2) \text{ (A)}.$$

2) Bây giờ $C = \frac{1}{\pi} . 10^{-4}F$, nên $Z_C = 100$ôm.

Còn $Z_{L1} = L_1\omega = 50$ôm; $Z_{L2} = L_2\omega = 200$ôm.

Như vậy $Z_{L2} = 2Z_C$, suy ra $I_C = 2I_{L2}$ và

$I = I_C - I_{L_2} = I_{L_2}$: dòng điện chính i cùng pha với I_C, nghĩa là sớm pha $\pi/2$ so với u_{NP} và có cường độ $I = I_{L_2} = \frac{I_C}{2}$.

Ta có: $U_R = RI = 150I$,

$U_{L1} = Z_{L1}I = 50I$.

Vẽ giản đồ véc tơ, lấy $\vec{I}$ làm trục pha; $\vec{U}_{NP}$ trễ pha $\pi/2$ so với $\vec{I}$, $\vec{U}_R$ cùng pha với $\vec{I}$, còn $\vec{U}_{L1}$ sớm pha $\pi/2$ so với $\vec{I}$ (tức là ngược pha so với $\vec{I}$). Ta có $\vec{U} = \vec{U}_{NP} + \vec{U}_R + \vec{U}_L$ suy ra $U^2 = U_R^2 + (U_{NP} - U_{L1})^2$, với $U_{NP} = I_C Z_C = 100 I_C = 200I$.

Thế các giá trị tương ứng theo I, ta được:

$$I = \frac{U}{150\sqrt{2}} = \frac{17}{30}\,A.$$

Độ lệch pha giữa u và i cũng là giữa u và u_R (i sớm pha)

$$tg\varphi = \frac{U_{NP} - U_{L1}}{U_R} = 1 \rightarrow \varphi = \pi/4.$$

Biểu thức của i_R (tức là của i):

$$i_R = 0{,}8\sin(100\pi t + \pi/4).\ (A)$$

i_O cùng pha với dòng điện chính, và $I_C = 2I = \frac{17}{15}$ A

$$i_C = 1{,}6\sin(100\pi t + \pi/4)\ (A).$$

i_{L2} trễ pha một góc π so với i_C, và $I_{L2} = I$.

$$i_{L2} = 0{,}8\sin(100\pi t - 3\pi/4)\ (A).$$

33. 1) Vẽ giản đồ véc tơ, với $\vec{U}$ làm trục pha. Vẽ $\vec{I}_C \perp \vec{U}$ (sớm pha) và vẽ $\vec{I}_1 = \vec{I}_R + \vec{I}_L$, và cuối cùng $\vec{I} = \vec{I}_C + \vec{I}_1$.

Theo đề bài $I = I_C = I_1$, do đó tam giác hợp với ba véc tơ $\vec{I}$, $\vec{I}_C$ và $\vec{I}_1$ là tam giác đều, từ đó dễ dàng thấy $\vec{U}$ hướng theo đường trung trực của tam giác đó (vì $\vec{U} \perp \vec{I}_C$).

Suy ra i sớm pha so với u một góc $\pi/6$, còn i_1 trễ pha so với u một góc $\pi/6$. Như vậy ta có:

$$tg\varphi_1 = \frac{Z_L}{R} = tg\,\pi/6 = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow R = \sqrt{3}Z_L.$$

Tổng trở cuộn dây:

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = 2Z_L.$$

Mặt khác theo đề bài : $I_1 = \frac{U}{Z_1} = 15A$, suy ra:

$Z_1 = \frac{U}{15} = 8$ôm. Từ đó $Z_L = 4$ôm và $L = \frac{Z_L}{\omega} = 0{,}013\,H$.

$\rightarrow R = \sqrt{3}Z_L \approx 6{,}9$ôm.

Ta lại có $Z_C = \frac{U}{I_C} = 8$ôm $\rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = 3{,}98 \,.\, 10^{-4}F$.

2) Dòng điện qua C vẫn có trị số hiệu dụng $I_C = 15A$.

Dòng điện qua cuộn dây bây giờ là:

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \qquad (1)$$

với $L \neq 0{,}013H$, $R = 6{,}9$ ôm.

Độ lệch pha giữa i_1 và u: $\quad \mathrm{tg}\varphi_1 = \frac{L\omega}{R}$ (2)

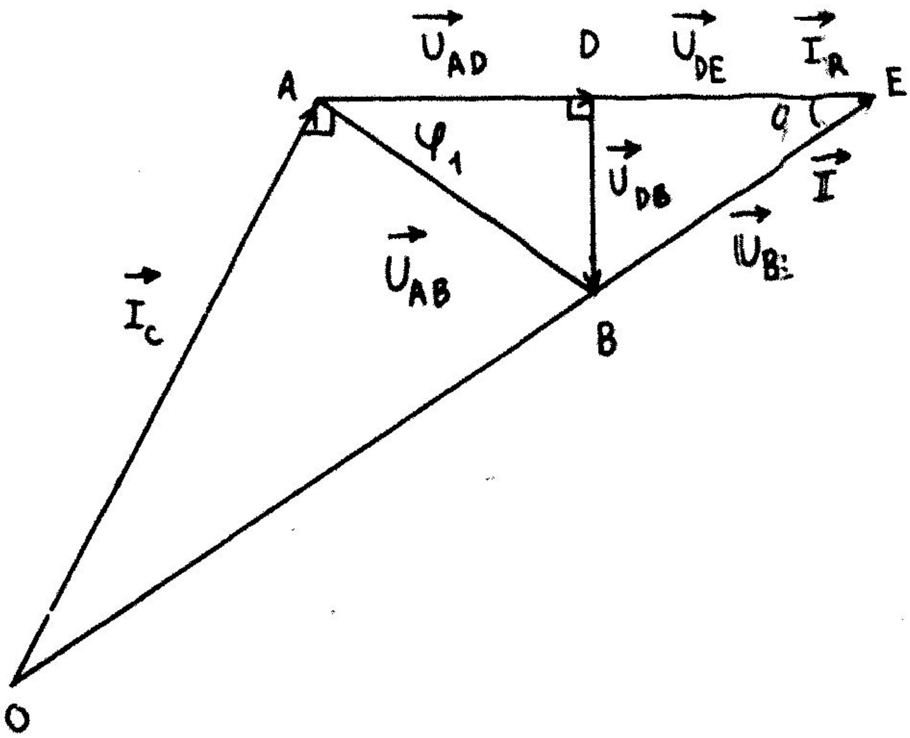
Vẽ giản đồ véctơ với $\vec{U}$ làm trục pha, và chú ý rằng phải có: $\vec{I}$ cùng pha với $\vec{U}$. Muốn vậy phải có $I_1\sin\varphi_1 = I_C = 15$. (3)

Từ (2) ta có $\sin\varphi_1 = \frac{\mathrm{tg}\varphi_1}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\varphi_1}} = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$. (4)

Thay (1) và (4) vào (3) ta được:

$$\frac{U}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \cdot \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} = 15.$$

Dễ dàng kiểm tra thấy rằng phương trình này không có nghiệm. Điều đó có nghĩa là nếu vẫn giữ nguyên giá trị của R và C thì không thể tìm được giá trị của L để dòng điện mạch chính cùng pha với u_{AB}!



34. Vẽ giản đồ véctơ như trên hình vẽ. Vẽ $\vec{I}_R$ (dòng qua nhánh ARB), từ đó vẽ $\vec{U}_{AD}$ (cùng pha với $\vec{I}_R$). Vì tải có tổng trở vô cùng lớn nên dòng qua tải không đáng kể, do đó dòng đi qua DB cũng là i_R. Vì đoạn mạch DB chỉ có tụ điện C, nên $\vec{U}_{DB} \perp \vec{I}_R$, từ đó vẽ được $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DB}$. Dòng $\vec{I}_C$ qua AB vuông pha với $\vec{U}_{AB}$ và có chiều như trên hình. Để cho $u_V(u_{AE})$ và $u_r(u_{DE})$ cùng pha thì $\vec{U}_{DE}$ phải cùng phương với $\vec{I}_R$. Dòng qua BRE cũng là dòng chính i ($\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_C$), từ đó vẽ được véc tơ $\vec{I}$ như trên hình vẽ.

Ta có: $U_{AD} = RI_R$; $U_{DB} = I_RZ_C$, $U_{AB} = I_CZ_C$, $U_{BE} = RI$. (1)

Từ giản đồ véc tơ ta có: $U_{AB} = \sqrt{U_{AD}^2 + U_{DB}^2} = I_R\sqrt{R^2 + Z_C^2}$, (2)

$$\sin\varphi_1 = \frac{U_{DB}}{U_{AB}} = \frac{Z_C}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{I_R}{I_C}, \quad \cos\varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}. \qquad (3)$$

– Xét tam giác OAE:

$$I^2 = I_R^2 + I_C^2 - 2I_RI_C\cos(\frac{\pi}{2} + \varphi_1) = I_R^2 + I_C^2 + 2I_RI_C\sin\varphi_1.$$

Thế giá trị của sin φ_1 và của I_R vào, ta rút ra:

$$I = I_C\sqrt{\frac{R^2 + 4Z_C^2}{R^2 + Z_C^2}}. \qquad (4)$$

Mặt khác, ta lại có:

$$\frac{I}{\sin(\frac{\pi}{2} + \varphi_1)} = \frac{I_C}{\sin\varphi},$$

từ đó (chú ý đến (1))

$$\sin\varphi = \frac{I_C\cos\varphi_1}{I} = \frac{I_CR}{I\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + 4Z_C^2}}. \qquad (5)$$

– Áp dụng định lí hàm số sin cho tam giác ABE ta có:

$$\frac{U_{BE}}{\sin\varphi_1} = \frac{U_{AB}}{\sin\varphi} \rightarrow \sin\varphi = \frac{U_{AB}\sin\varphi_1}{U_{BE}} = \frac{I_CZ_C}{IR}\frac{Z_C}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}. \qquad (6)$$

So sánh (5) và (6) ta được: $R = Z_C = \frac{1}{C\omega_0}$,

từ đó $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

Ta có $\frac{U_V}{U_r} + \frac{U_{AE}}{U_{DE}} = \frac{U_{AD} + U_{DE}}{U_{DE}} = \frac{U_{AD}}{U_{DE}} + 1$.

Từ hình vẽ và theo (3) và (5) ta có:

$$\frac{U_{AD}}{U_{DE}} = \frac{\text{tg}\varphi}{\text{tg}\varphi_1} = \frac{1}{2}.$$

Như vậy: $\frac{U}{U} = \frac{3}{2}$ hay $\frac{U_r}{U_V} = \frac{2}{3}$.

35. 1). 2) $Z_L = L\omega = 40$ôm; $Z_C = \frac{1}{C\omega} = 120$ôm.

Công suất tiêu thụ:

$$P = UI\cos\varphi = \frac{U^2R}{Z^2}$$

với $Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + 6400$.

$$P = \frac{U^2R}{R^2 + 6400}, \qquad \text{với } U = 120 \text{ vôn.}$$

Ta thấy – Khi $R = 0$, $P = 0$.

– Khi $R = \infty$, $P = 0$.

Vì $P > 0$ nên P có cực đại. Để xét cực đại của P, ta viết lại biểu thức của P:

$$P = \frac{U^2}{R + \frac{6400}{R}}.$$

Muốn P cực đại, lượng $R + \frac{6400}{R}$ phải cực tiểu. Ta thấy tích 2 số hạng của lượng này là một hằng số $\left(R \times \left(\frac{6400}{R}\right) = 6400\right)$ do đó lượng $R + \frac{6400}{R}$ đạt cực tiểu khi $R = \frac{6400}{R}$ hay $R = 80$ ôm (cũng có thể tìm bằng cách lấy đạo hàm P theo R rồi cho biểu thức đạo hàm bằng không). Từ đó:

$$P_{max} = \frac{120^2}{80 + 80} = 90\text{W}.$$

Có thể vẽ đồ thị biểu diễn sự biến thiên của P theo R.

3) Khi $P = \frac{1}{2}P_{max} = 45$ W , ta có phương trình:

$$45 = \frac{(120^2)R}{R^2 + 6400},$$

Hay $\quad R^2 - 320R + 6400 = 0$

Phương trình có 2 nghiệm $R_1 = 21{,}4$ôm, và $R_2 = 298{,}6$ôm.

36. $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}, \quad I = \frac{U}{Z}, \; Z_L = L\omega.$

Hiệu điện thế ở hai đầu cuộn cảm:

$$U_L = IZ_L = \frac{UL\omega}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}.$$

Ta viết lại:

$$U_L = \frac{U\omega}{\sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \left(\omega - \frac{1}{\omega LC}\right)^2}} = \frac{U\omega}{\sqrt{\left(R^2 + \frac{1}{\omega^2C^2}\right)\frac{1}{L^2} - \frac{2}{CL} + \omega^2}},$$

$$U_L = \frac{U\omega}{\sqrt{a^2x^2 - bx + \omega^2}},$$

với $x = \frac{1}{L}, \quad a^2 = R^2 + \frac{1}{\omega^2C^2}, \quad b = \frac{2}{C}.$

Xét tam thức $a^2x^2 - bx + \omega^2$, ta có thể viết:

$$a^2x^2 - bx + \omega^2 = (ax - \frac{b}{2a})^2 + (\omega^2 - \frac{b^2}{4a^2}).$$

Ta thấy: $\quad \omega^2 - \frac{b^2}{4a^2} = \frac{\omega^4C^2R^2}{\omega^2C^2R^2 + 1} > 0.$

Vì vậy tam thức có giá trị cực tiểu khi

$$ax = \frac{b}{2a},$$

rút ra (thay $L = L_0$) $\quad L_0 = CR^2 + \frac{1}{\omega^2 C}$,

và $U_{max} = U\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 R^2}}$.

Thay số ta được: $\quad L_0 = 0,138H$

và $\quad U_{max} = 360V$.

37. a) Tổng trở của mạch là $Z = \frac{228,5}{0,6} = 380,8$ ôm.

Điện trở của đèn ống là $R_0 = \frac{84}{0,6} = 140$ôm. Điện trở thuần của mạch $R = 140 + 26,3 = 166,3$ ôm.

Vậy cảm kháng là:

$$\omega L = \sqrt{Z^2 - R^2} = 342,6\text{ôm},$$

và độ tự cảm:

$$L = \frac{342,6}{100\pi} = 1,09 \text{ henry}.$$

b) $tg\varphi = \frac{\omega L}{R} = 2,06 \rightarrow \varphi = 24,1°$.

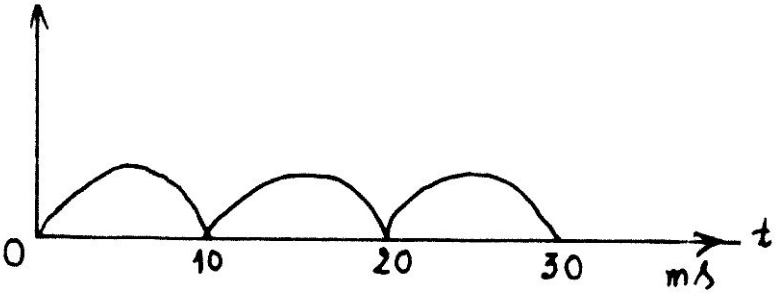
c) Công suất có thể tính bằng hai cách:

$$P_W = UIcos\varphi = RI^2 = 59,9W.$$

d) Khi stacte ngắt dòng thì cuộn tự cảm sinh ra hiệu điện thế lớn hơn U rất nhiều, đủ làm sáng đèn (miễn là dòng không bị ngắt đúng vào lúc nó triệt tiêu).

e) Đồ thị cường độ sáng (xem hình): chu kì là 10ms, bằng nửa chu kỳ của dòng điện.

f) Thời gian tái hợp của các ion và êlectron tương đối lớn, nên khi hiệu điện thế triệt tiêu chúng vẫn còn tồn tại (để phát ra năng lượng dưới dạng quang năng). Mặt khác dây catôt còn nóng vẫn phát ra êlectron.



g) Dung kháng của tụ điện 4,7 μF là:

$$\frac{1}{\omega C} \approx 677{,}3 \text{ ôm.}$$

Mắc nối tiếp với cuộn tự cảm trên dây thì ta có điện kháng 677,3 - 342,6 = 334,7 ôm và tổng trở bây giờ là:

$$Z' = \sqrt{(166{,}3)^2 + (334{,}7)^2} = 373{,}7\text{ôm},$$

rất gần bằng Z. Đèn sẽ hoạt động như trước, nhưng điều khác là độ lệch pha φ' sẽ ngược chiều φ:

$$\mathrm{tg}\varphi' = \frac{L\omega - \dfrac{1}{C\omega}}{R} = -\frac{334{,}7}{166{,}3} = -2{,}01 \rightarrow \varphi' = -63{,}6^\circ$$

Những tụ lắp thêm này có mục đích làm giảm dòng vô công ở các nhà máy lớn dùng nhiều đèn ống (có sự bù trừ giữa các đèn có $\varphi > 0$ và các đèn có $\varphi < 0$).

h) Ở phần không có lớp phủ cả ống ta quan sát được quang phổ vạch của thủy ngân, ở phần có lớp phủ ta thấy cũng quang phổ đó trên nền quang phổ liên tục. Quang phổ liên tục này là do chất phát quang phổ của lớp phủ hấp thụ phần tử ngoại của ánh sáng thủy ngân và lại phát ra với bước sóng lớn hơn.

38. 1) $Z_L = L\omega = 80$ôm.

Tổng trở của mạch $Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = 80\sqrt{2}$ôm.

Cường độ cực đại I_o của dòng qua mạch:

$$I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{3\sqrt{2}}{4} = 1{,}06\text{A}.$$

Góc trễ pha của i so với u:

$$\text{tg}\varphi = \frac{L\omega}{R} = 1 \rightarrow \varphi = \pi/4.$$

Biểu thức của cường độ dòng điện:

$$i = 0{,}75\sin(100\pi t - \pi/4)\ (\text{A}).$$

2) Dòng điện qua điện trở cùng pha với hiệu điện thế u và có cường độ cực đại:

$$I_{OR} = \frac{U_0}{R} = 1{,}5\text{A}.$$

Vì $Z_L = 80$ôm nên dòng điện qua cuộn dây có cường độ cực đại $I_{OL} = \dfrac{U_0}{Z_L} = 1{,}5$A, nhưng trễ pha $\pi/2$ so với u, tức là trễ pha $\pi/2$ so với i_R. Do đó dòng điện mạch chính:

$\vec{I'}_0 = \vec{I}_{OR} + \vec{I}_{OL}$ trễ pha $\pi/4$ so với u (vì $I_{OR} = I_{OL}$) và có cường độ cực đại $I'_0 = I_{OR}\sqrt{2} = 1{,}5\sqrt{2}$ (A).Biểu thức của dòng điện mạch chính: $i' = 1{,}5\sqrt{2}\sin(100\pi t - \pi/4)$ (A).

Tổng trở của đoạn mạch là:

$$Z' = \frac{U_0}{I'_0} = 40\sqrt{2} \approx 56{,}56\text{ôm}.$$

3) Ta có:

$$Z_C = \frac{1}{C\omega} \approx 120\text{ôm}.$$

Cường độ cực đại của dòng điện qua tụ điện C:

$$I_{OC} = \frac{U_0}{Z_C} = 1A.$$

Dòng i_C sớm pha $\pi/2$ so với u, vậy ngược pha so với dòng qua cuộn dây. Vẽ giản đồ véc tơ (lấy $\vec{I_R}$ tức là $\vec{U}$ làm trục pha). Ta có

$$I''_0 = \sqrt{I_{OR}^2 + (I_{OL} - I_{OC})^2} = 0,5\sqrt{10} \approx 1,58A$$

Dòng điện mạch chính trễ pha một góc φ so với u (vì $I_{OL} > I_{OC}$):

$$tg\varphi = \frac{I_{OL} - I_{OC}}{I_{OR}} = \frac{1}{3} \rightarrow \varphi \approx 18^{\circ}30' \approx 0,323 \text{ rad}.$$

Biểu thức của dòng điện mạch chính:

$$i'' = 1,58\sin(100\pi t - 0,323) \text{ (A)}.$$

Tổng trở của đoạn mạch:

$$Z'' = \frac{U_0}{I''_0} = 24\sqrt{10} \text{ ôm}.$$

39. Xét nhánh C_1: $Z_1 = \frac{1}{\omega C_1}$ và cường độ hiệu dụng qua C_1:

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = UC_1\omega \qquad (1)$$

(U là hiệu điện thế hiệu dụng đặt vào đoạn mạch).

Xét nhánh LC_2: $Z_2 = \left| \omega L - \frac{1}{C_2\omega} \right|$ và cường độ hiệu dụng qua

$$LC_2: \quad I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{\left| L\omega - \frac{1}{C_2\omega} \right|}. \qquad (2)$$

Vẽ giản đồ véc tơ, lấy $\vec{U}$ làm trục pha, $\vec{I_1} \perp \vec{U}$ và i_1 sớm pha so với u. Còn với $\vec{I_2}$ thì tùy thuộc mạch LC_2 là cảm kháng $\left(L\omega > \frac{1}{C_2\omega}\right)$ hay dung kháng $\left(L\omega < \frac{1}{C_2\omega}\right)$ mà i_2 sẽ trễ pha hay sớm pha so với u, ngoài ra $\vec{I_2} \perp \vec{U}$. Từ đó : $\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2}$. Như vậy, nếu $L\omega < \frac{1}{C_2\omega}$ thì $I = I_1 + I_2$; còn nếu $L\omega > \frac{1}{C_2\omega}$ thì $I = |I_1 - I_2|$. Tổng trở Z của đoạn mạch là: $Z = \frac{U}{I}$.

a) Muốn cho $Z = 0$ thì I phải có giá trị vô cùng lớn.

Vì ω có giá trị hữu hạn nên I_1 có trị số hữu hạn. Do đó muốn cho $Z = 0$ thì I_2 phải có giá trị vô cùng lớn. Theo (2) điều kiện này đạt được khi $Z_2 = 0$ hay $L\omega = \frac{1}{C_2\omega}$,

suy ra: $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC_2}}$ và $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC_1}}$. Thay số ta được:

$f = 3{,}56 \cdot 10^5 \text{Hz}$.

b) Muốn cho $Z = \infty$ thì phải có $I = 0$, muốn vậy phải có $L\omega > \frac{1}{C_2\omega}$ và $I_1 = I_2$. Suy ra:

$$\frac{1}{\left| L\omega - \frac{1}{C_2\omega} \right|} = \omega C_1$$

$$\rightarrow \omega^2 = \frac{1}{L}\left(\frac{1}{C_2} \pm \frac{1}{C_1}\right).$$

Theo điều kiện $L\omega > \frac{1}{C_2\omega}$, ta có $\omega^2 > \frac{1}{LC_2}$. Như vậy phải có:

$$\omega^2 = \frac{1}{L}\left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_1}\right)$$

$$\text{và } f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{L}\left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_1}\right)}.$$

Thay số ta được: $f \approx 3{,}57 \cdot 10^5$Hz.

Nhận xét: Ta thấy rằng chỉ cần điều chỉnh một chút tần số f là giá trị tổng trở Z có thể thay đổi từ Z = 0 sang Z = ∞ và ngược lại. Đoạn mạch trên chính là sơ đồ tương đương của một mẩu thạch anh áp điện.

40. a) $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$ F → $Z_C = \frac{1}{C\omega} = 100$ôm. Dòng i_{R2} qua điện trở R_2 cùng pha với u_{MB} và có cường độ hiệu dụng I_{R2}. Còn dòng qua tụ điện C sớm pha $\pi/2$ so với u_{MB} và có cường độ hiệu dụng I_C. Ta có dòng điện chính $\vec{I} = \vec{I}_{R2} + \vec{I}_C$, sớm pha một góc φ_1 so với u_{MB}, và $\text{tg}\varphi_1 = \frac{I_C}{I_{R2}} = \frac{R_2}{Z_C} = 1 \rightarrow \varphi_2 = \pi/4$.

Từ đó: $I_{R2} = I\cos\frac{\pi}{4} = I\frac{\sqrt{2}}{2}$,

và $U_{MB} = R_2 I_{R2} = 50\sqrt{2} \cdot I$.

Dòng qua R_1 có cường độ hiệu dụng I và trễ pha một góc φ_2 so với u_{AM} với:

$$\text{tg}\varphi_2 = \frac{L\omega}{R_1} = 1 \rightarrow \varphi_2 = \pi/4.$$

Như vậy u_{AM} vuông pha với u_{MB}, và:

$$U_{AM} = IZ_1 = I\sqrt{R_1^2 + (L\omega)^2} = 25\sqrt{2}I.$$

Vẽ giản đồ véc tơ với $\vec{I}$ làm trục pha, và lưu ý $\vec{U}_{AM} \perp \vec{U}_{MB}$,

$\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MB}$, ta có:

$$U_{AM}^2 + U_{MB}^2 = U_{AB}^2 = 100^2,$$

Suy ra: $I = \dfrac{2\sqrt{10}}{5}$ (A)

Để tính độ lệch pha giữa u và i ta có thể sử dụng công thức:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{U_{AM}\sin\frac{\pi}{4} + U_{MA}\sin(-\frac{\pi}{4})}{U_{AM}\cos\frac{\pi}{4} + U_{MB}\cos(-\frac{\pi}{4})} = -\frac{1}{3} \rightarrow$$

$$\varphi = -\ 0{,}32 \text{ rad},$$

nghĩa là i sớm pha so với u một góc 0,32 rad.

Biểu thức của i_{AB}:

$$i_{AB} = 0{,}8\sqrt{5}\sin(100\pi t + 0{,}32) \text{ (A)}.$$

Số chỉ của ampe kế A:

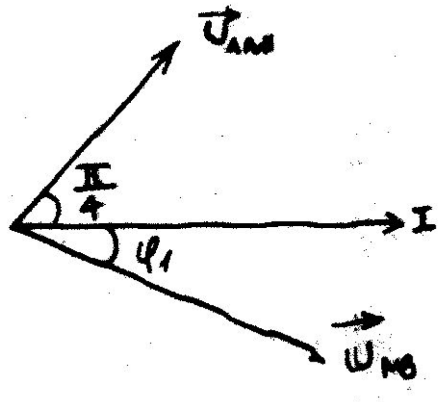
$$I_R = I\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}894\text{A}.$$

Công suất tiêu thụ trên toàn mạch:

$$P = UI\cos\varphi = 120\text{W}.$$

b) Khi thay đổi C thì góc φ_1 thay đổi, và ta vẫn có

$U_{MB} = R_2I_{R_2} = 100I\cos\varphi_1$. Còn góc φ_2 ở trên không thay đổi $\left(\varphi_2 = \frac{\pi}{4}\right)$ và ta vẫn có $U_{AM} = 25\sqrt{2}I$. Vẽ giản đồ véc tơ, với $\vec{I}$ làm trục pha. Muốn cho u_{AB} cùng pha với dòng điện chính, thì véc tơ $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MB}$ (1) phải nằm theo hướng của $\vec{I}$; khi đó chiếu (1) lên phương vuông góc với $\vec{I}$ ta có:



$$U_{AM}\sin(\frac{\pi}{4}) - U_{MB}\sin\varphi_1 = 0.$$

Thế biểu thức của U_{AM} và U_{MB} vào ta rút ra:

$$1 - 4\cos\varphi_1\sin\varphi_1 = 0 \rightarrow \sin2\varphi_1 = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \quad 2\varphi_1 = \frac{\pi}{6} \text{ và } 2\varphi_1 = \frac{5\pi}{6}, \text{ do đó:}$$

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{12} \text{ và } \varphi_1 = \frac{5\pi}{12}. \text{ (chỉ lấy } 0 < \varphi_1 < \frac{\pi}{2}\text{).}$$

Nhưng, từ giản đồ véc tơ $\vec{I} = \vec{I_C} + \vec{I_{R2}}$ ta có:

$$\text{tg}\varphi_1 = \frac{I_C}{I_{R2}} = \frac{R_2}{\frac{1}{C\omega}} \rightarrow C = \frac{\text{tg}\varphi_1}{\omega_{R2}}.$$

Với $\varphi_1 = \frac{\pi}{12}$ thì $C \approx 8{,}53\,\mu F$.

Với $\varphi_1 = \frac{5\pi}{12}$ thì $C \approx 119\mu F$.

41. 1) Theo đề bài thì $u_{DE} = 0$, nên có thể coi mạch điện gồm 2 đoạn mạch AD và DB ghép nối tiếp. Gọi i_1 và i_2 là các dòng điện qua các đoạn mạch AR_1D và DR_2B, ta có:

$$U_{AD} = I_1R_1 = I_C \cdot \frac{1}{C\omega} = I_1R, \qquad (1)$$

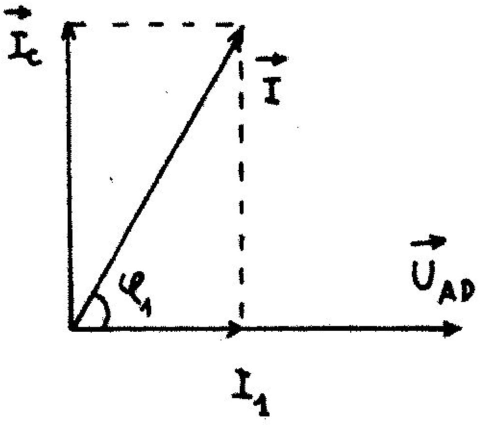
$$U_{DB} = I_2R_2 = I_L \cdot L\omega = I_2R. \qquad (2)$$

Gọi i là cường độ dòng điện mạch chính ta có:

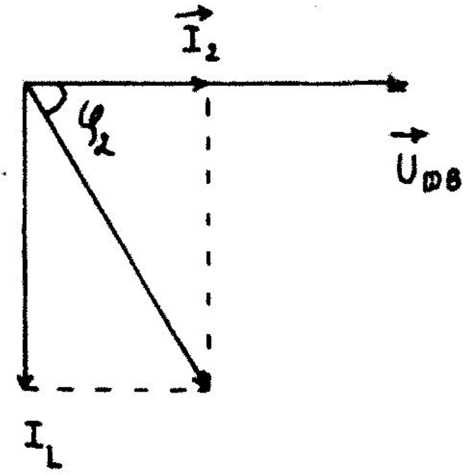
$$\vec{I} = \vec{I_C} + \vec{I_1} = \vec{I_L} + \vec{I_2}.$$

Chú ý rằng u_{AD} cùng pha với i_1 và trễ pha $\pi/2$ so với i_C, do đó i_C sớm pha so với i_1. Cũng như vậy, u_{DB} cùng pha với i_2 và sớm pha

$\pi/2$ so với i_L, do đó i_L trễ pha $\pi/2$ so với i_2. Vẽ giản đồ véc tơ như hình bên. Ta thấy u_{AD} trễ pha góc φ_1 so với i, mà

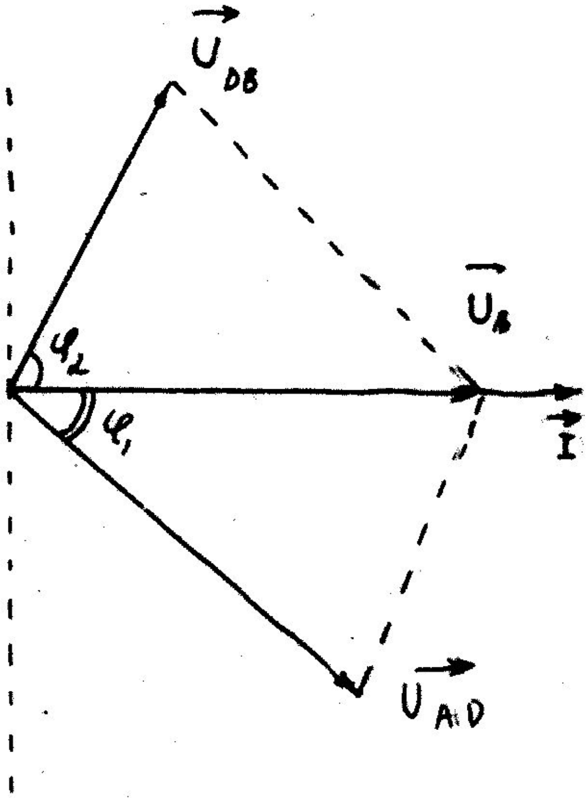

$\vec{I_C}$
$\vec{I}$
φ_1
$\vec{U_{AD}}$
I_1

a)


$\vec{I_2}$
φ_2
$\vec{U_{DB}}$
I_L

b)

$\mathrm{tg}\varphi_1 = \frac{I_C}{I_1} = RC\omega$ (3). Còn u_{BD} sớm pha góc φ_2 so với i, mà $\mathrm{tg}\varphi_2 = \frac{I_L}{I_2} = \frac{L\omega}{R}$ (4).


$\vec{U_{DB}}$
$\vec{U_B}$
φ_2
φ_1
$\vec{I}$
$\vec{U_{AD}}$

Ngoài ra ta có $I_1 = I\cos\varphi_1$ (5) và $I_2 = I\cos\varphi_2$ (6). Vẽ giản đồ véc tơ, với $\vec{I}$ làm trục pha; vẽ $\vec{U}_{AD}$, $\vec{U}_{DB}$ và $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DB}$ với chú ý rằng $\vec{U}_{AB}$ cùng pha với $\vec{I}$.

Từ hình vẽ ta suy ra $U_{AD}\sin\varphi_1 = U_{DB}\sin\varphi_2$ (7)

Từ (1) – (4) ta có:

$$\frac{U_{AD}}{U_{DB}} = \frac{I_1R}{I_2R} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} = \frac{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}{L\omega\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}} \quad (8)$$

Từ (7), (3) và (4):

$$\frac{U_{AD}}{U_{DB}} = \frac{\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}}{\omega C\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \cdot \qquad (9)$$

Từ (3) và (9) suy ra phương trình cho C:

$$R^2L\omega^2C^2 - (R^2 + L^2\omega^2)C + L = 0. \qquad (10)$$

Nghiệm của phương trình:

$$C = \frac{(R^2 + L^2\omega^2) \pm (R^2 - L^2\omega^2)}{2R^2L\omega^2} \qquad (11)$$

Để thỏa mãn điều kiện của bài toán (không phụ thuộc vào ω) ta phải có:

$$C = \frac{L}{R^2} \cdot \qquad (12)$$

2) Thay số ta được: $C = 1\mu F$.

Từ giản đồ véc tơ ta lại có:

$$U_{AD}\cos\varphi_1 + U_{DB}\cos\varphi_2 = U_{AB} \cdot \qquad (13)$$

Thay số vào (5) và (8) ta suy ra:

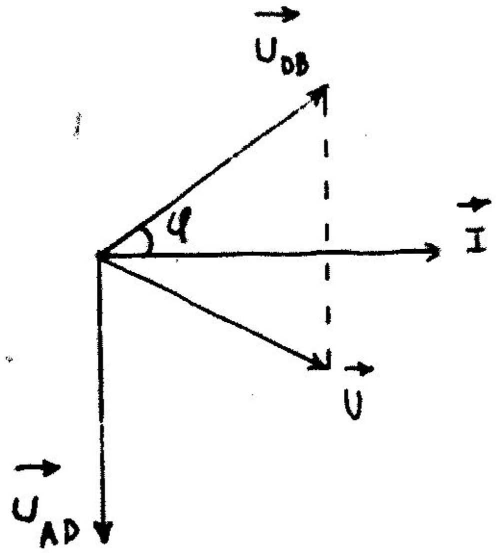
$$U_{DB} << U_{AD}, \text{ nghĩa là } U_{AD} \approx U_{AB} = 200V.$$

Từ đó:

$$I = \frac{I_1}{\cos\varphi_1} = \frac{U_{AD}}{R} \cdot \frac{1}{\cos\varphi_1} \approx \frac{200}{20} = 10A.$$

Biểu thức của dòng điện chính:

$$i = 10\sqrt{2}\sin 100\pi t \text{ (A)}.$$



42. Ta thấy U_{AD} trễ pha góc $\pi/2$ so với i. Còn với mạch DB, vẽ $\vec{U}_{DB}$ làm trục pha, $\vec{I}_R$ trùng hướng với $\vec{U}_{DB}$, còn $\vec{I}_L$ vuông góc (trễ pha) với $\vec{U}_{DB}$; vì vậy $\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_L$ trễ pha góc φ so với $\vec{U}_{DB}$ mà:

$$\text{tg}\varphi = \frac{I_L}{I_R} = \frac{L\omega}{R} \qquad (1)$$

Vẽ giản đồ véc tơ, với $\vec{I}$ làm trục pha, vẽ $\vec{U}_{AD}$, $\vec{U}_{DB}$ và $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DB}$. Ta có:

$$U^2 = U_{AD}^2 + U_{DB}^2 + 2U_{AD}U_{DB}\cos(\frac{\pi}{2} + \varphi) \quad (2)$$

với $U_{AD} = IZ_C = \dfrac{I}{C\omega}$, (3)

$U_{DB} = IZ_2$, mà $\dfrac{1}{Z_2^2} = \dfrac{1}{R^2} + \dfrac{1}{Z_L^2}$ hay $Z_2 = \dfrac{RZ_L}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}$. (4)

Từ (1) – (4) rút ra:

$$U^2 = I^2\left[Z_C^2 + Z_2^2 - \frac{2RZ_2Z_C}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} \right],$$

$$U^2 = I^2 \left[Z_C^2 + Z_2\left(Z_2 - \frac{2RZ_C}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \right) \right].$$

Vì Z_C không phụ thuộc R, nên muốn I không phụ thuộc R ta phải có:

$$Z_2 - \frac{2RZ_C}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = 0.$$

Từ đó: $$C = \frac{2}{\omega^2 L}.$$

Thay số ta được: $C \approx 50{,}8\mu F$.

Khi đó $$I = \frac{U}{Z_C} = UC\omega = 14A.$$

43. Vì $u_1 = u_{AE} = U_2$, nên muốn cho u_1 và u_2 cùng pha (theo đề bài) thì u_{AE} phải cùng pha với u_1 và u_2.

Xét độ lệch pha của dòng điện chính i so với u_{AE} và u_2.

Với mạch AE, i sớm pha một góc φ_1 so với u_{AE}, mà

$$tg\varphi_1 = \frac{Z_C}{R} = \frac{1}{RC\omega} \ (1). \quad \text{Ngoài ra} \quad Z_1 = \sqrt{R^2 + Z_C^2}. \qquad (2)$$

Xét mạch ED. i_R cùng pha với u_2, còn i_C vuông pha (sớm) so với u_2, từ đó $i = i_R + i_C$. Vẽ giản đồ véc tơ, suy ra:

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = U_2\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{Z_C^2}} = U_2\frac{RZ_C}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$

$$\text{từ đó:} \quad Z_{ED} = Z_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{RZ_C}. \qquad (3).$$

$$\text{Ngoài ra:} \quad tg\varphi_2 = \frac{I_C}{I_R} = RC\omega \qquad (4)$$

nghĩa là i sớm pha một góc φ_2 so với u_2.

Từ đó muốn cho u_{AE} và u_2 cùng pha, phải có $\varphi_1 = \varphi_2$

$$\rightarrow tg\varphi_1 = tg\varphi_2 \rightarrow C = \frac{1}{R\omega} = 106\mu F.$$

Vì u_1, u_{AE}, u_2 cùng pha nên tổng trở mạch AEDB là:

$$Z = Z_1 + Z_2; \qquad (Z = \frac{U_1}{I}).$$

Từ (2) và (3) ta thấy: $\frac{Z_1}{Z_2} = 2$ và $Z = Z_1 + Z_2 = 3Z_2$

Từ đó $$\frac{U_2}{U_1} = \frac{IZ_2}{IZ} = \frac{1}{3} \rightarrow U_2 = \frac{U_1}{3} = 2\text{vôn}.$$

44. Ta có $Z_{L1} = L_1\omega = 30\sqrt{3}$ ôm; $Z_{L2} = L_2\omega = 50\sqrt{3}$ ôm;

$$Z_{C1} = \frac{1}{C_1\omega} = 50\sqrt{3}\text{ôm}; \qquad Z_{C2} = \frac{1}{C_2\omega} = 30\sqrt{3}\text{ôm}.$$

Tổng trở các nhánh:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2} = 40 \text{ ôm}.$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (Z_{L2} - Z_{C2})^2} = 40\sqrt{3} \text{ ôm}.$$

Cường độ hiệu dụng ở các nhánh:

$$Z_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{40}; \quad I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{40\sqrt{3}} \tag{1}$$

Vì $Z_{C1} > Z_{L1}$ nên i_1 sớm pha hơn u một góc φ_1 mà

$$\text{tg}\varphi_1 = \frac{Z_{C1} - Z_{L1}}{R_1} = \sqrt{3} \rightarrow \varphi_1 = \pi/3. \tag{2}$$

Vì $Z_{L2} > Z_{C2}$ nên i_2 trễ pha hơn u một góc φ_2, mà:

$$\text{tg}\varphi_2 = \frac{Z_{L2} - Z_{C2}}{R_2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \varphi_2 = \pi/6. \tag{3}$$

Ta có $u_{HE} = u_{HA} = u_{AE}$. Vì u_{AE} trễ pha $\pi/2$ so với i_1 mà i_1 sớm pha $\pi/3$ so với u, nên u_{AE} trễ pha $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$ so với u. Mặt khác u_{AN} cùng pha với i_2 mà i_2 trễ pha $\pi/6$ so với u, nên u_{AH} trễ pha $\pi/6$ so với u, có nghĩa là u_{AH} cùng pha với u_{AE}, và do đó u_{AE} ngược pha với u_{HA}. Như vậy ta có:

$$U_{HE} = U_{AE} - U_{AH} = U_{C2} - U_{R2}$$

trong đó: $U_{C1} = I_1Z_{C1} = \frac{U}{40} \cdot 50\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{4}U$

$$U_{R_2} = I_2R_2 = \frac{U}{40\sqrt{3}} \cdot 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}U.$$

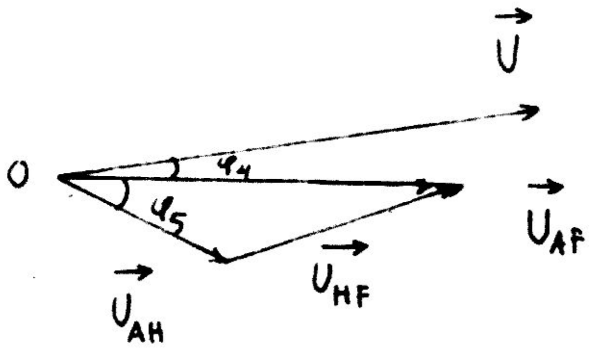
Từ đó $U_{HE} = \frac{3\sqrt{3}}{4}U$. Theo đề bài $U_{HE} = 150\sqrt{3}$ vôn,

ta có: $U = U_{AB} = 200V$.

Ta có: $u_{HF} = u_{HA} + u_{AF}$. Vẽ giản đồ véc tơ. Mạch AF là mạch C_1R_1. u_{AF} trễ pha góc φ_3 so với i_1, mà

$$tg\varphi_3 = \frac{Z_{C1}}{R_1} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \rightarrow \varphi_3 \approx 77^\circ$$

Mặt khác ta đã biết i_1 sớm pha góc 60° so với u, do đó u_{AF} trễ pha so với u một góc $\varphi_4 = 77 - 60 = 17^\circ$.



Ta đã biết u_{AH} trễ pha $\pi/6$ so với u. Vẽ giản đồ véc tơ, lấy $\vec{U}$ làm trục pha, các véc tơ $\vec{U}_{AH}$ và $\vec{U}_{AF}$ hợp với nhau góc $\varphi_5 = 30 - 17 - 13^\circ$. Ta có:

$$\vec{U}_{HF} = \vec{U}_{AF} - \vec{U}_{AH}$$

Từ hình vẽ suy ra:

$$U_{HF}^2 = U_{AH}^2 + U_{RF}^2 - 2U_{AH}U_{AF}\cos\varphi_5$$

trong đó $U_{AH} = U_{R2} = \frac{\sqrt{3}}{2} U = 100\sqrt{3}$ vôn,

$$U_{AF} = I_1 \sqrt{R_1^2 + Z_{C1}^2} = 256\sqrt{3} \text{ vôn.}$$

Cuối cùng $U_{HF} = 278$ vôn.

45. Gọi i_1, i_2 là dòng điện chạy trên nhánh ACB và ADB. Xét nhánh ACB:

u_{AC} cùng pha với i_1, u_{CB} sớm pha hơn i_1 góc $\pi/2$; còn u_{AB} sớm pha hơn i_1 góc φ_1 mà

$$tg\varphi_1 = \frac{Z_{L1}}{R}$$

từ đó $\sin\varphi_1 = \frac{Z_{L1}}{\sqrt{R_1^2 + Z_{L1}^2}}$, $\cos\varphi_1 = \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + Z_{L1}^2}}$. (1)

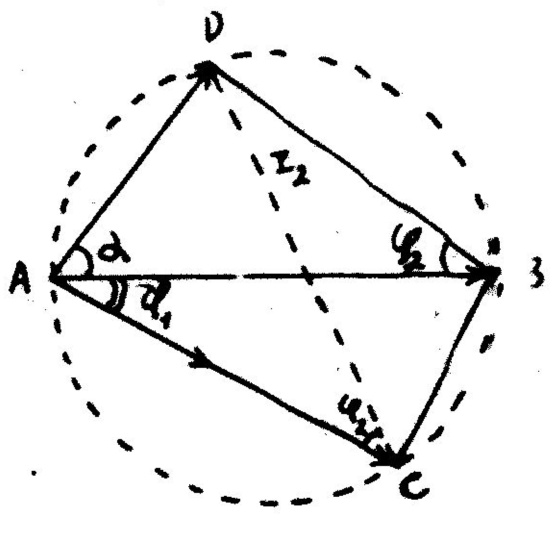
Xét nhánh ADB: u_{AD} sớm pha hơn u_2 một góc $\pi/2$,

u_{DB} cùng pha với i_2, u_{AB} sớm pha hơn U_2 một góc ρ_2, nà

$$tg\varphi_2 = \frac{Z_{L_2}}{R_2}$$

hay $\sin\varphi_2 = \frac{Z_{L2}}{\sqrt{R_2^2 + Z_{L2}^2}}$, $\cos\varphi_2 = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + Z_{L2}^2}}$. (2)

Vẽ giản đồ các véc tơ hiệu điện thế u_{AC} biểu diễn bằng véc tơ $\overrightarrow{AC}$, u_{CB} biểu diễn bằng $\overrightarrow{CB}$; u_{AD}, u_{DB} biểu diễn bằng $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{DB}$. Ta thấy 2 điểm C, D nằm trên đường tròn đường kính AB, u_{CD} biểu



diễn bằng véc tơ $\overrightarrow{CD}$. Áp dụng định lí hàm số sin cho tam giác ADC và ADB ta có:

$$\frac{U_{CD}}{\sin(\alpha + \varphi_1)} = \frac{U_{AD}}{\sin\varphi_2} = \frac{U_{AB}}{\sin 90^\circ} = U_{AB}, \tag{3}$$

$$\rightarrow \quad U_{CD} = U_{AB}\sin(\alpha + \varphi_1) = U_{AB}\sin(90^\circ - \varphi_2 + \varphi_1),$$

$$U_{CD} = U_{AB}\cos(\varphi_1 - \varphi_2). \tag{4}$$

Thế các giá trị của $\sin\varphi_1$, $\cos\varphi_1$, $\sin\varphi_2$, $\cos\varphi_2$ vào (4) ta được:

$$U_{CD} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \frac{R_1R_2 + Z_{L1}Z_{L2}}{\sqrt{(R_1^2 + Z_{L1}^2)(R_2^2 + Z_{L2}^2)}}. \tag{5}$$

b) Để cho $U_{0CD} = U_0$, từ (5) ta phải có:

$$R_1R_2 + Z_{L1}Z_{L2} = \sqrt{(R_1^2 + Z_{L1}^2)(R_2^2 + Z_{L2}^2)}$$

Rút ra: $\quad R_1L_2 = R_2L_1 \quad$ hay $\quad \dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{L_1}{L_2}$ (6)

Khi đó tứ giác ABCD là hình chữ nhật, CD là một đường kính của đường tròn và $\varphi_1 = \varphi_2$. Độ lệch pha giữa u_{AB} và u_{CD} là góc $\varphi = \pi - 2\varphi_1 = \pi - 2\varphi_2$.

Với góc φ_1, φ_2 được tính theo công thức (1) hoặc (2). Do đó:

$$\mathrm{tg}\varphi = \mathrm{tg}2\varphi_1 = \frac{2\omega L_1R_1}{R_1^2 - L_1^2\omega^2}. \tag{7}$$

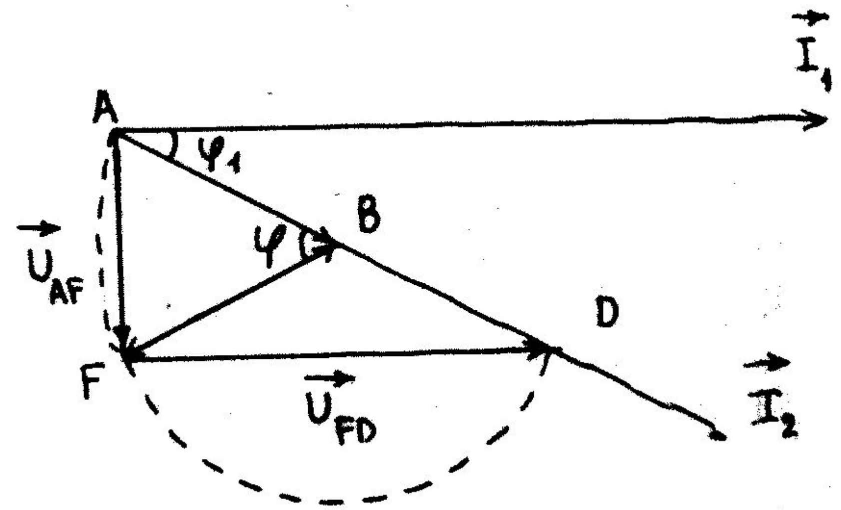
φ tăng nếu $\dfrac{L_1\omega}{R_1}$ tăng. Trong trường hợp riêng $R_1 = L_1\omega$ (và do đó $R = L_2\omega$) thì $\varphi = \pi/2$: u_{CD} vuông pha so với u_{AB}.

c) Mạng này có 2 công dụng:

– Làm thay đổi pha của dòng điện xoay chiều (mà không thay đổi hiệu điện thế nếu (6) được thỏa mãn. Một mạng khác tương tự là mạng trong đó hai cuộn dây L_1 và L_2 được thay bằng hai tụ điện C_1, C_2.

– Từ điều kiện: $\dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{L_1}{L_2}$ (hoặc $\dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{C_1}{C_2}$ với mạng tương tự) ta thấy, nếu biết chính xác R_1, R_2 và L_1 (hoặc C_1) ta tính được chính xác L_2 (hoặc C_2) khi $U_{CD} = U_{AB}$. Vậy công dụng của mạng điện này là để đo độ tự cảm của các cuộn dây. Lắp sơ đồ mạch điện như đã cho, một trong hai điện trở thay bằng biến trở, dùng hai vôn kế có điện trở rất lớn để đo U_{AB} và U_{CD}. Điều chỉnh biến trở để hai vôn kế chỉ như nhau, lúc đó ta có $L_x = \dfrac{L_1R_2}{R_1}$ cần đo.

46. a) Từ sơ đồ mạch điện ta có giản đồ véc tơ. Các véc tơ $\vec{AF}$, $\vec{FD}$, $\vec{AB}$... biểu diễn các u_{AF}, u_{FD}, u_{AB}... Ta có i_1 sớm pha hơn u_{AF} một góc $\pi/2$, u_{FD} cùng pha với i_1; u_{AD} trễ pha góc φ_1 so với i_1, với:



$$\mathrm{tg}\varphi_1 = \frac{Z_C}{R_1} = \frac{1}{RC\omega}. \qquad (1)$$

i_1 cùng pha với u_{AD},u_{AB} = U_{BD}, do đó AB = BD. u_{FD} cùng pha với i_1 nên $\vec{U}_{FD} // \vec{I}_1$. Như vậy tam giác AFD vuông và khi C thay đổi từ 0 đến ∞ (nghĩa là góc φ_1 thay đổi), quỹ tích của F là nửa đường tròn tâm B, đường kính bằng $U = U_{AD}$: điểm F ≡ A khi $Z_C = 0 \Leftrightarrow C = \infty$, còn điểm F ≡ D khi $Z_C = \infty \Leftrightarrow C = 0$; như vậy khi C biến thiên từ 0 → ∞ thì điểm F chạy từ D đến A trên nửa đường tròn.

2) Vì F luôn luôn nằm trên nửa đường tròn khi C thay đổi, hơn nữa $R_1 = R_2 = R_3 = R$, nên từ giản đồ véc tơ ta có:

$$U' = U_{FB} = U_{AB} = U_{BD} = \frac{U}{2}.$$

Độ lệch pha giữa u_{FB} và u_{AB} là φ (u_{FB} sớm pha hơn u_{AB}) và dễ dàng thấy rằng $\varphi = 2\varphi_1$ với φ_1 xác định từ (1).

3) a) U' cùng pha với U khi $\varphi_1 = 0$; lúc này F ≡A ⇔ $Z_C = 0 \rightarrow C = \infty$.

b) U' ngược pha với U khi $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, lúc này F ≡ D ⇔ $Z_C = \infty \rightarrow C = 0$.

c) U' lệch pha một góc $\pi/2$ so với U khi $\varphi_1 = \frac{\pi}{4} \rightarrow$ $\mathrm{tg}\varphi_1 = \frac{1}{RC\omega} = 1 \Leftrightarrow C = \frac{1}{R\omega} = 66{,}67\ \mu F$.

4) Để $I_1 = I_2$ thì phải có $Z_1 = Z_2$ (tổng trở hai nhánh bằng nhau), suy ra:

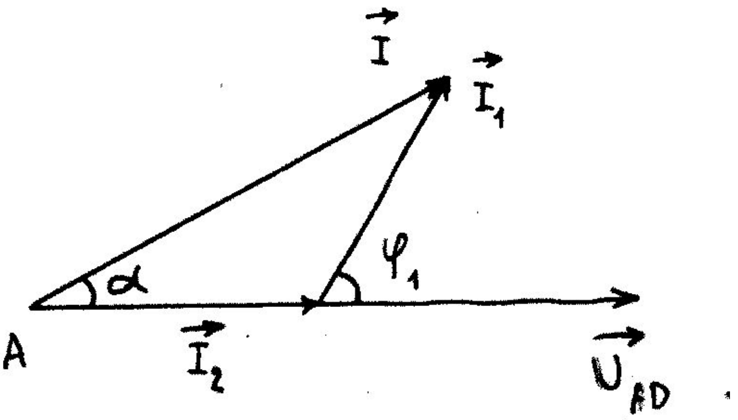
$$2R = \sqrt{R_2 + \frac{1}{C^2\omega^2}} \rightarrow CR\omega = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Từ giản đồ véc tơ ở hình bên, ta thấy khi $I_1 = I_2$ thì:

$$I = I_1 \times \sqrt{2\,(1 + \cos\varphi_1)}$$

(áp dụng định lí hàm số cosin. Với:

$$I_1 = I_2 = \frac{U_0}{\sqrt{2}\,.\,2R} = 1(A)$$



Khi đó: $Z_C = R\sqrt{3}$ →

$tg\varphi_1 = \frac{Z_C}{R} = \sqrt{3}$ →

→ $\varphi_1 = \pi/3$ và $\cos\varphi_1 = \frac{1}{2}$.

Như vậy ta có

$I = \sqrt{2(1 + 0,5)} = \sqrt{3}$. (A)

Lúc này i nhanh pha hơn u_{AD} một góc $\alpha = \frac{\varphi_1}{2} = \pi/6$.

47. a) Ta có : $Z_L = L\omega = \frac{U}{I} = 100\sqrt{2}$ ôm → $L = \frac{100\sqrt{2}}{\omega} = \frac{\sqrt{2}}{\pi}$ H.

2) Ta có:

$$\sqrt{R^2 + Z_C^2} = \frac{U}{I} = 100\sqrt{2} \text{ ôm. Vì } Z_C = 100 \text{ ôm} \rightarrow$$

→ $R = 100\sqrt{3}$ ôm.

3) a) Dòng i_R qua điện trở R cùng pha với u và có giá trị hiệu dụng $I_R = \frac{U}{R}$. Dòng i_C qua C sớm pha $\pi/2$ so với u và có giá trị hiệu dụng $I_C = \frac{U}{Z_C}$ $UC\omega$. Dòng i_2 qua cuộn dây tự cảm L trễ pha $\pi/2$ so với u và có giá trị hiệu dụng $I_2 = \frac{U}{Z_L} = \frac{U}{L\omega}$. Với số hiệu tìm được ở trên $I_R = \sqrt{\frac{2}{3}}$ (A); $I_C = \sqrt{2}$ (A), $I_L = 1A$. Vẽ giản đồ véc tơ lấy $\vec{U}$ làm trục pha, ta có $\vec{I} = \vec{I_R} + \vec{I_C} + \vec{I_L}$. Từ hình vẽ:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} \approx 0,915 \text{ (A)}$$

b) Trong trường hợp tổng quát, véc tơ $\vec{I_C} + \vec{I_L}$ vẫn vuông góc với $\vec{I_R}$ và $\left| \vec{I_C} + \vec{I_L} \right| = U\left| \dfrac{1}{Z_C} - \dfrac{1}{Z_L} \right|$. Do đó:

$$I = \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + U^2\left|\frac{1}{Z_C} - \frac{1}{Z_L}\right|^2}.$$

Tổng trở của mạch:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{R^2} + \left(\dfrac{1}{Z_C} - \dfrac{1}{Z_L}\right)^2}}$$

Chủ đề 5

MÁY BIẾN THẾ
TRUYỀN TẢI ĐIỆN NĂNG.

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN.

1 Các suất điện động e_1 và e_2 xuất hiện ở cuộn sơ cấp (có N_1 vòng dây) và ở cuộn thứ cấp A(có N_2 vòng dây):

$$e_1 = -N_1\frac{d\phi_1}{dt}, \quad e_2 = -N_2\frac{d\phi_2}{dt}.$$

Nếu toàn bộ đường cảm ứng từ do cuộn sơ cấp sinh ra đều đi qua cuộn thứ cấp (mạch từ khép kín) thì :

$$\phi_1 = \phi_2 \quad \text{và} \quad \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

(nếu chỉ có một phần đường cảm ứng từ do cuộn sơ cấp sinh ra đi qua cuộn thứ cấp thì $\phi_2 = \alpha\phi_1$ $(\alpha < 1)$

và, khi đó, $\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{\alpha N_2}$).

2. Khi hao phí điện năng trong biến thế do dòng Fucô là không đáng kể thì: $e_1i_1 = e_2i_2$,

hay, về giá trị hiệu dụng:

$$E_1I_1 = E_2I_2 \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = k \text{ (không đổi)}.$$

3. Ở mạch sơ cấp, e_1 đóng vai trò suất phản điện, nên:

$u_1 = e_1 + r_1i_1$ (r_1 là điện trở cuộn sơ cấp).

Ở mạch thứ cấp e_2 có vai trò suất điện động nên $e_2 = u_2 + r_2i_2$ (r_2 là điện trở cuộn thứ cấp).

Nếu r_1 và r_2 là nhỏ không đáng kể, thì ta có:

$u_1 \approx e_1$, $u_2 \approx e_2$, và từ đó:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{e_1}{e_2} \rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = k.$$

4. Hiệu suất của máy biến thế:

$$H = \frac{P_2}{P_1},$$

$P_1 = U_1I_1$ là công suất cuộn sơ cấp nhận được (công suất cung cấp cho máy biến thế), $P_2 = U_2I_2$ là công suất cuộn thứ cấp nhận được (công suất mà máy biến thế cung cấp cho mạch ngoài).

5. Tần số dòng điện do máy phát điện sản ra:

$$f = \frac{n}{60} p$$

trong đó n là vận tốc quay của rôto (vòng/phút), p là số cặp cực của rôto.

Với dòng điện ba pha dùng cách mắc hình sao, hiệu điện thế dây (giữa hai dây pha) $U_d = \sqrt{3}U_p$ với U_p là hiệu điện thế pha (giữa một dây pha và dây trung hòa).

6. Công suất hao phí trên đường dây tải điện:

$$\Delta P = R_đ I^2 = R_đ \frac{P^2}{U^2}$$

trong đó $R_đ = \rho \frac{l}{S}$ là điện trở đường dây, I là cường độ hiệu dụng của dòng điện trên đường dây; P là công suất điện cần truyền tải, U là hiệu điện thế hiệu dụng ở đầu đường dây truyền tải điện.

Độ giảm điện thế trên đường dây $\Delta U = R_đ I$.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN.

B1. Bài tập dạng 1. *Xác định các đại lượng trong máy biến thế (hiệu suất, hiệu điện thế ở tải...)*

Một máy hạ thế, cuộn sơ cấp có $N_1 = 440$ vòng dây và điện trở $r_1 = 7{,}2\Omega$, cuộn thứ cấp có $N_2 = 254$ vòng dây và có điện trở $r_2 = 2{,}4\Omega$. Mắc vào cuộn thứ cấp một điện trở (tải) $R = 20\Omega$, coi mạch từ là khép kín và hao phí do dòng Fucô không đáng kể.

a) Đặt vào cuộn sơ cấp hiệu điện thế xoay chiều có $U_1 = 220V$. Xác định hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu tải R.

b) Tính hiệu suất của máy biến thế đó.

Giải:

a) Vì mạch từ là khép kín là hao phí do dòng Fucô không đáng kể, ta có:

$$e_1 = -N_1\frac{d\phi}{dt}\ ,\quad e_2 = -N_2\frac{d\phi}{dt}\ ,\quad e_1 i_1 = e_2 i_2$$

$$\rightarrow\ \frac{i_2}{i_1} = \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{440}{254} = \frac{220}{127} = k. \qquad (1)$$

Áp dụng định luật Ôm cho mạch sơ cấp và mạch thứ cấp

$$u_1 = e_1 + r_1 i_1 \text{ và } e_2 = u_2 + r_2 i_2, \qquad u_2 = i_2 R$$

Từ (1) ta được:

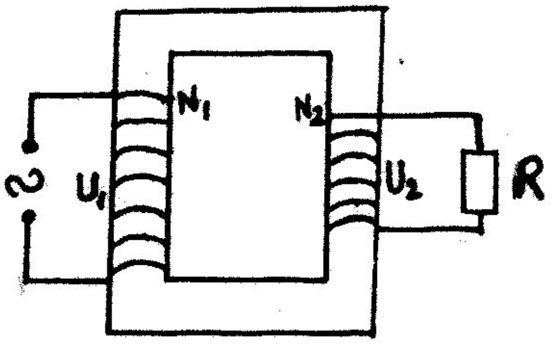
$$u_1 - r_1 i_1 = k(u_2 + r_2 i_2)$$

mà $i_1 = \frac{i_2}{k},\ i_2 = \frac{u_2}{R}$ $\left(\text{và } I_1 = \frac{I_2}{R};\quad I_2 = \frac{U_2}{R}\right)$

suy ra:

$$\frac{k^2(R + r_2) + r_1}{kR}u_2 = u_1$$

$$\rightarrow\ U_2 = \frac{kRU_1}{k^2(R + r_2) + r_1}.$$



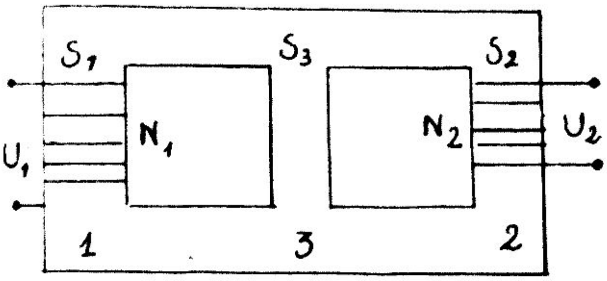
Thay số $U_2 \approx 102{,}5V$

b) Hiệu suất biến thế:

$$H = \frac{U_2 I_2}{U_1 I_1} = \frac{k^2 R}{k^2(R + r_2) + r_1}$$

Thay số H = 80,7%.

B2. Bài tập dạng 2. *Xác định hiệu điện thế ở máy biến thế có lõi gồm 3 nhánh.*



Một biến thế có lõi gồm 3 nhánh: nhánh 1 và 2 có tiết diện bằng nhau $S_1 = S_2 = S$, còn nhánh 3 có tiết diện $S_3 = kS$ ($k = 0{,}2$). Cuộn dây $N_1 = 500$ vòng được lồng vào nhánh 1. Còn cuộn dây $N_2 = 1000$ vòng được lồng vào nhánh 2. Coi rằng các đường cảm ứng từ do cuộn N_1 sinh ra không bị thoát ra ngoài và đi qua hai nhánh 2 và 3 với số lượng tỉ lệ với các điện tích S_1 và S_3. Hỏi khi đặt vào cuộn N_1 một hiệu điện thế xoay chiều với $U_1 = 120$ V thì hiệu điện thế U_2 ở hai đầu cuộn N_2 bằng bao nhiêu khi hai đầu N_2 để hở. Nếu ta đặt vào hai đầu N_2 một hiệu điện thế xoay chiều với giá trị hiệu dụng bằng U_2 thì khi đó hiệu điện thế U'_1 ở hai đầu cuộn N_1 để hở sẽ bằng bao nhiêu. Coi điện trở các cuộn dây không đáng kể.

Giải: Gọi n_1 là số đường cảm ứng từ do cuộn N_1 sinh ra thì số đường cảm ứng từ n_2 qua cuộn N_2 là:

$$n_2 = n_1 \frac{1}{1+k} \quad (k = 0{,}2).$$

Do đó từ thông ϕ_2 qua S_2 là $\phi_2 = \phi_1 = \frac{1}{1+k} = \alpha\phi_1$ với $\alpha = \frac{1}{1+k}$.

Vì điện trở các cuộn dây không đáng kể ta có:

$$u_1 \approx e_1 = -N_1\frac{d\phi_1}{dt}, \quad u_2 \approx e_2 = -N_2\frac{d\phi_2}{dt},$$

suy ra: $\dfrac{u_2}{u_1} = \alpha\dfrac{N_2}{N_1}$, hay $$U_2 = \frac{N_2}{N_1}\cdot\frac{1}{1+k}U_1 \approx 200V.$$

Bây giờ ta đặt vào hai đầu cuộn N_2 hiệu điện thế U_2. Gọi n_2 là số đường cảm ứng từ do cuộn N_2 sinh ra thì số đường cảm ứng từ qua nhánh 1 là:

$$n'_1 = n_2\frac{1}{1+k}$$

và từ thông ϕ'_1 qua cuộn N_1 là $\phi'_1 = \alpha\phi_2$.

Ta có $$u_2 \approx e_2 \approx -N_2\frac{d\phi_2}{dt}$$

$$u'_1 \approx e'_1 = -N_1\frac{d\phi'_1}{dt}$$

suy ra $$U'_1 = \frac{N_1}{N_2}\cdot\frac{1}{1+k}\cdot U_2 \approx 83,3V.$$

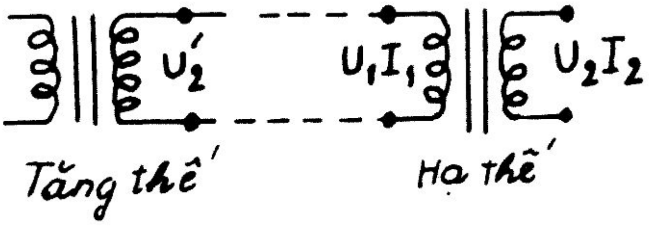
B3. Bài tập dạng 3. *Truyền tải điện năng đi xa nhờ máy biến thế.*

Điện năng được truyền tải từ trạm tăng thế đến trạm hạ thế nhờ các dây dẫn có điện trở tổng cộng $R = 20\Omega$ (tác dụng của cảm kháng và dung kháng trên đường dây là không đáng kể). Ở đầu ra của cuộn thứ cấp của máy hạ thế người ta cần có một công suất 24kW với cường độ hiệu dụng 100A. Biết rằng tỉ số k của số vòng dây cuộn sơ cấp và của số vòng dây cuộn thứ cấp của máy hạ thế là 10, và coi rằng mọi hao phí ở các máy biến thế và nhỏ không đáng kể.

a) Hãy tính hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu cuộn sơ cấp và cường độ hiệu dụng ở cuộn sơ cấp của máy hạ thế. Tính hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu cuộn thứ cấp của máy tăng thế.

b) Nếu tại nơi đặt máy hạ thế người ta vẫn cần một dòng điện có công suất và cường độ như cũ, nhưng không sử dụng các máy tăng thế và hạ thế, thì hiệu điện thế hiệu dụng ở nơi truyền tải điện (nơi đặt máy tăng thế) phải bằng bao nhiêu? Khi đó sự hao phí công suất trên đường dây truyền tải điện sẽ tăng lên bao nhiêu lần so với khi dùng máy biến thế.

Giải:



a) Ở máy hạ thế

$$P = U_2I_2,$$

suy ra

$$U_2 = \frac{P}{I_2} = \frac{24.10^3}{100} = 240V.$$

Hiệu điện thế U_1 ở hai đầu cuộn sơ cấp máy hạ thế:

$$U_1 = U_2k = 2400V.$$

Cường độ dòng điện hiệu dụng trong cuộn sơ cấp của máy hạ thế là:

$$I_1 = \frac{I_2}{k} = 10A.$$

Độ giảm điện thế trên đường dây truyền tải điện:

$$\Delta U = I_1R = 200V.$$

Hiệu điện thế hiệu dụng trên 2 đầu cuộn dây thứ cấp của máy tăng thế:

$$U'_2 = U_2 + \Delta U = 2600V.$$

b) Nếu không dùng các máy biến thế thì dòng điện trên đường dây bằng 100A. Độ giảm hiệu điện thế trên đường dây:

$$\Delta U' = IR = 2000\text{ V}.$$

Hiệu điện thế hiệu dụng ở nơi truyền tải điện đi:

$$U''_1 = U_1 + \Delta U' = 2240\text{V}.$$

Công suất hao phí trên đường dây truyền tải khi không dùng các máy biến thế là:

$$P_1 = I^2R = 100^2.20 = 2.10^5\text{ W}.$$

Công suất hao phí trên đường dây truyền tải khi sử dụng các máy biến thế là:

$$P_2 = I_1^2R = 2.10^3\text{W},$$

suy ra $\frac{P_1}{P_2} = 100$, nghĩa là khi không sử dụng các máy biến thế sự hao phí trên đường dây tăng gấp 100 lần so với khi sử dụng máy biến thế.

C. HƯỚNG DẪN PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

1. Tùy theo yêu cầu đề bài vận dụng các công thức thích hợp để giải bài toán.

Với đa số các bài toán về máy biến thế, thường vận dụng các công thức:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = k.$$

Khi đề bài đòi hỏi tính hiệu suất của máy biến thế, thì điện trở của các cuộn dây không thể bỏ qua và phải vận dụng các công thức

$$u_1 = e_1 + r_1i_1 \quad \text{và} \quad e_2 = u_2 + r_2i_2.$$

2. Khi giải các bài toán về truyền tải điện, cần hình dung sơ đồ truyền tải điện, và hình dung rõ là: đề bài cho biết các đại lượng nào (thường là P, I (hoặc U)) và phải xác định đại lượng nào? Cần lưu ý rằng: để tính công suất phải dùng công thức P = UI cos φ, nhưng thường thì cosφ = 1, nên trong các bài toán truyền tải điện người ta dùng công thức P = UI. Trong các bài toán truyền tải điện thường có sử dụng máy biến thế. Khi đó cần lưu ý là: nói chung ở nơi phát điện, hai đầu đường dây truyền tải thường nối với hai đầu cuộn thứ cấp của máy biến thế tăng thế, còn ở nơi tiêu thụ điện thì hai đầu còn lại (truyền đến) của đường dây nối với hai đầu cuộn sơ cấp của máy hạ thế, còn hai đầu cuộn thứ cấp của máy hạ thế đó nối với hộ (tải) tiêu thụ. Nói chung bài toán không khó, chỉ cần tính toán chính xác theo trình tự "từ hộ tiêu thụ → máy hạ thế → đường dây truyền tải → máy tăng thế → nơi phát", hoặc theo trình tự ngược lại, tùy theo yêu cầu và dữ liệu của đề bài.

D. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

1. Cuộn sơ cấp của một máy biến thế có 1732 vòng và có điện trở $r_1 = 4,8\Omega$, cuộn thứ cấp có 1000 vòng và điện trở $r_2 = 4\Omega$. Mắc vào mạch thứ cấp một điện trở (tải) $R = 10\ \Omega$. Đặt vào cuộn sơ cấp một hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng $U_1 = 254$ V. Hãy xác định hiệu điện thế hiệu dụng U_2 ở hai đầu điện trở R và hiệu suất của máy biến thế.

2. Các cuộn sơ cấp và thứ cấp của một máy biến thế có $N_1 = 3600$ vòng và $N_2 = 2700$ vòng. Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng $U_1 = 110$V.

a) Đo hiệu điện thế ở hai đầu cuộn thứ cấp để hở bằng một vôn kế (có điện trở vô cùng lớn), vôn kế chỉ 82V, và đo cường độ dòng sơ cấp khi đó ta thấy $I_1 = 0{,}25A$. Hãy xác định độ tự cảm L và điện trở R_1 của cuộn sơ cấp, biết rằng tần số dòng điện là 50 Hz.

b) Bây giờ thay đổi lõi biến thế đó bằng một lõi khác để cho độ tự cảm của cuộn sơ cấp giảm đi một nửa. Hãy xác định hiệu điện thế giữa hai đầu cuộn thứ cấp để hở khi đó.

3. Một máy phát điện xoay chiều một pha, có hiệu điện thế ở hai cực của máy là U và công suất phát điện là 4 kW, cung cấp điện năng cho nơi tiêu thụ điện gồm 40 bóng đèn 120V – 60W mắc song song. Người ta thấy các đèn sáng bình thường.

a) Tính hiệu điện thế U và điện trở của đường dây dẫn điện từ máy phát đến nơi tiêu thụ.

b) Bây giờ trước khi tải điện người ta dùng một máy tăng thế và ở nơi tiêu thụ dùng một máy hạ thế, khi đó số bóng đèn có thể thắp sáng bình thường là 66 bóng 120 V – 60W mắc song song. Coi sự hao phí điện năng ở các máy biến thế là không đáng kể, hãy tính tỉ số các hiệu điện thế ở cuộn thứ cấp và cuộn sơ cấp của các máy biến thế đó.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ.

1. Ta có: $u_1 = e_1 + r_1 i_1$; $e_2 = u_2 + r_2 i_2$; $u_2 = Ri_2$

và $\dfrac{e_1}{e_2} = \dfrac{i_2}{i_1} = \dfrac{N_1}{N_2} \rightarrow \dfrac{E_1}{E_2} = \dfrac{I_2}{I_1} = \sqrt{3} \rightarrow E_1 = E_2\sqrt{3}$

và $I_1 = \dfrac{I_2}{\sqrt{3}}$. Suy ra $U_1 = E_1 + r_1 I_1$, $E_2 = U_2 + r_2 I_2$,

$U_2 = RI_2$, hay $254 = E_2\sqrt{3} + 4{,}8\dfrac{I_2}{\sqrt{3}}$ và $E_2 = OI_2 + 10I_2 = 14I_2$

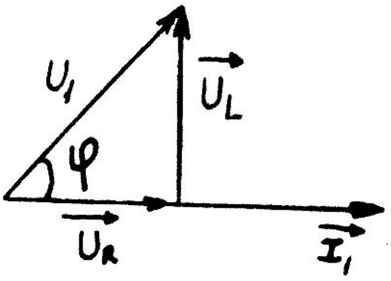
Từ đó $I_2 \approx 9{,}4A$ và $U_2 \approx 94V$.

Hiệu suất $H = \dfrac{U_2I_2}{U_1I_1} = 0{,}641$ hay $H = 64\%$.

2. a) Ta có $U_2 = E_2 = 82V$; $E_1 = \dfrac{N_1}{N_2}E_2 \approx 109V$.

Với cuộn sơ cấp $\vec{U}_1 = \vec{U}_R + \vec{U}_L$

(xem hình vẽ)



với U_L chính là E_1, còn U_1 thì, theo đề bài $U_1 = 110V$.

Từ hình vẽ ta có

$$\sin\varphi = \frac{U_L}{U_1} = \frac{E_1}{U_1} \approx 0{,}9939$$

$\rightarrow \varphi \approx 83^\circ41'20''$. Hơn nữa ta cũng có

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{Z_L}{R} = \frac{L\omega}{R} = 9{,}04.$$ Cũng từ hình vẽ

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U_1} = \frac{RI_1}{U_1} \rightarrow R = \frac{U_1\cos\varphi}{I_1} \approx 48{,}4\Omega.$$

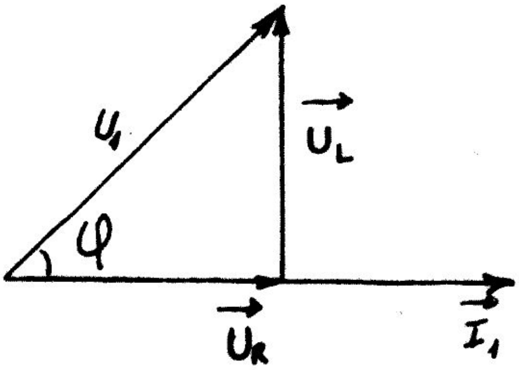
Từ đó $L\omega = 9{,}04R \approx 437{,}5\Omega$

và $L = \dfrac{Z_L}{\omega} \approx 1{,}39H$.

b) Bây giờ

$$Z'_L = \frac{Z_L}{2} \rightarrow \mathrm{tg}\varphi' = \frac{Z'_L}{R} = \frac{\mathrm{tg}\varphi}{2} \rightarrow$$

$\varphi' = 77^\circ31'37''$.



Từ đó $\cos\varphi' = 0{,}9764 = \dfrac{U'_L}{U_1}$

$$\rightarrow U'_L = 108V \rightarrow E'_1 = 108V.$$

Suy ra $U'_2 = E'_2 = E'_1 \cdot \dfrac{N_2}{N_1} \approx 80{,}5V.$

3. a) Dòng qua 1 đèn $I_đ = \dfrac{P}{U} = 0{,}5$ A và dòng điện trong mạch nơi tiêu thụ (và trên đường dây tải điện) là $I_đ = 40I_đ = 20A$. Công suất tiêu thụ của 40 đèn là

$P = 40 \times 60 = 2400W$. Như vậy công suất hao phí trên đường dây tải điện bằng $P' = 4000 - 2400 = 1600W$.

Suy ra điện trở dây tải điện: $R_d = \dfrac{P'}{I_d^2} = 4\Omega.$

Độ giảm điện thế trên dây tải điện

$$U' = R_d I_d = 80V.$$

Vậy hiệu điện thế ở hai cực máy phát phải bằng

$$U_p = U' + 120 = 200V.$$

b) Bây giờ công suất hao phí trên đường dây tải chỉ còn là:

$$P'' = 4000 - 66.60 = 40W.$$

Dòng điện trên đường dây tải bây giờ là:

$$I'_d = \sqrt{\frac{P''}{R_d}} = \sqrt{10}A.$$

Biết dòng điện I_2 chạy qua mạch thứ cấp của máy hạ thế bằng $I_2 = 66 \times 0{,}5 = 33A$, còn dòng điện chạy qua cuộn sơ cấp của máy hạ thế chính là dòng điện trên đường dây tải $I_1 = I'_đ$.

Do đó tỉ số $k_h = \dfrac{U_2}{U_1}$ ở máy hạ thế bằng

$$k_h = \frac{I_1}{I_2} = \frac{I'_d}{I_2} = \frac{\sqrt{10}}{33} \approx 0,096.$$

Hiệu điện thế ở cuộn sơ cấp của máy hạ thế:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2} = k_h \rightarrow U_1 = \frac{U_2}{k_h} = \frac{120.33}{\sqrt{10}} \text{ V}.$$

Độ giảm điện thế trên đường dây bây giờ là

$$U'' = R_d I'_d = 4\sqrt{10}\text{V}.$$

Hiệu điện thế ở cuộn thứ cấp của máy tăng thế :

$$U'_2 = U'' + U_1 = \frac{4000}{\sqrt{10}} \text{ V}.$$

Do đó tỉ số $k_t = \dfrac{U'_2}{U'_1}$ ở máy tăng thế là :

(lưu ý rằng $U'_1 = U_p = 200V$)

$$k_1 = \frac{4000}{\sqrt{10}} \cdot \frac{1}{200} = 2\sqrt{10} \approx 6,32.$$

Phần thứ năm

DAO ĐỘNG VÀ SÓNG ĐIỆN TỪ

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN.

1. Mạch dao động là mạch điện khép kín gồm một tụ điện C và một cuộn cảm L có điện trở không đáng kể. Dao động trong mạch là dao động điện từ. Tần số dao động điện từ trong mạch chỉ phụ thuộc vào đặc tính của mạch, $\omega_o = 1/\sqrt{LC}$ được gọi là tần số dao động riêng. Chu kì dao động riêng là:

$$T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{LC} = \frac{1}{f_o} \text{ (}f_o\text{ là tần số riêng).}$$

2. Khi trong mạch có dao động điện từ, các đại lượng như q (điện tích trên hai bản tụ điện), i (dòng điện trong mạch), u (hiệu điện thế trên hai bản tụ điện) ... biến đổi với thời gian theo quy luật dạng sin:

$$q = Q_o \sin\omega_o t,$$

$$i = \frac{dq}{dt} = I_o \sin\left(\omega_o t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (I_o = \omega_o Q_o),$$

$$u = \frac{q}{C} = U_o \sin\omega_o t \text{ (với } U_o = \frac{Q_o}{C}\text{).}$$

3. Tổng năng lượng điện từ trong mạch bằng:

$$W = W_đ + W_t$$

trong đó $W_đ$ là năng lượng điện trường tức thời ở tụ điện:

$$W_đ = \frac{Q_o^2}{2C}\sin^2\omega_o t$$

và W_t là năng lượng từ trường tức thời ở cuộn cảm.

$$W_t = \frac{1}{2} L\omega_o^2 Q_o^2 \cos^2\omega_o t.$$

Ta có:

$$W = \frac{1}{2} qu + \frac{1}{2} Li^2 = \frac{Q_o^2}{2c} = \frac{CU_o^2}{2} = \frac{LI_o^2}{2} .$$

4. Mạch dao động được mắc ở lối vào của một máy thu vô tuyến dùng để thu các sóng điện từ (tín hiệu) cần thu, do tác dụng cảm ứng giữa ăngten thu và mạch dao động mà trong mạch xuất hiện các suất điện động cảm ứng với nhiều tần số khác nhau. Điều chỉnh tụ điện biến thiên C (hoặc thay đổi cuộn cảm L) để tần số dao động riêng của mạch trùng với tần số của suất điện động của tín hiệu cần thu, thì trong mạch dao động có cộng hưởng; suất điện động cảm ứng của tín hiệu cần thu đạt cực đại và được đưa đến các bộ phận khác của máy thu.

Mạch dao động thu được sóng điện từ có bước sóng:

$$\lambda = vT_o = \frac{v}{f_o} = 2\pi v \sqrt{LC} ,$$

Với $v = 3.10^8$ m/s là vận tốc lan truyền của sóng điện từ.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

B1. Bài tập dạng 1. *Xác định tần số dao động riêng của mạch dao động. Tìm các đặc tính (L, C) của mạch khi biết tần số dao động (hoặc bước sóng của sóng điện từ cần thu).*

Một mạch dao động gồm một tụ điện C và một cuộn cảm L (đều có thể biến đổi được).

a) Điều chỉnh L và C để $L = 15,10^{-4}$ H và C = 300pF, hãy tìm tần số dao động của mạch.

b) Mạch dao động này được dùng trong một máy thu vô tuyến. Khi cuộn cảm có độ tự cảm $L = 1\mu F$, muốn "bắt" được sóng vô tuyến có bước sóng $\lambda = 25m$ thì tụ điện phải có điện dung bằng bao nhiêu?

c) Biết tụ điện có điện dung có thể thay đổi từ 30pF đến 500pF. Muốn máy thu có thể "bắt" được các sóng từ 13m đến 31m thì cuộn cảm phải có độ tự cảm L nằm trong phạm vi nào ?

Giải:

a) Từ công thức $T_o = 2\pi\sqrt{LC} = \dfrac{1}{f_o}$

suy ra $$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 7{,}5.10^6\ \text{Hz} = 7{,}5\ \text{MHz}.$$

b) Từ công thức tính bước sóng của sóng điện từ mà máy cần thu

$$\lambda = 2\pi v\sqrt{LC}. \qquad (1)$$

suy ra $$C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2v^2L} = 176.10^{-12}\ \text{F} = 176\text{pF}.$$

c) Ta lại có:

$$L = \frac{\lambda^2}{4\pi^2v^2C} \qquad (2)$$

Từ (1) ta thấy bước sóng thu được λ là nhỏ nhất (bằng 13m) khi L và C có giá trị nhỏ nhất ($L = L_{min}$ và $C = 30pF$), và λ có giá trị lớn nhất (bằng 31m) khi L và C có giá trị lớn nhất ($L = L_{max}$ và $C = 500pF$). Như vậy để tìm L_{min} ta thay vào (2) $C = 30pF$ và $\lambda = 13m$,

suy ra $L_{min} \approx 0{,}16mH$.

Để tìm L_{max} ta thay vào (2) $C = 500pF$ và $\lambda = 31m$, suy ra $L_{max} \approx 0{,}54mH$.

Vậy độ tự cảm của cuộn cảm của mạch dao động phải có giá trị

$$0{,}16 \leq L \leq 0{,}54 \text{ mH}.$$

B2. Bài tập dạng 2. *Xác định năng lượng trong mạch dao động.*

Một mạch dao động gồm một tụ điện C = 0,5 μF và một cuộn lây có độ tự cảm L = 5mH.

a) Coi điện trở thuần của cuộn dây không đáng kể.

Hãy tính năng lượng toàn phần của mạch và điện tích cực đại rên bản tụ điện khi hiệu điện thế cực đại trên tụ điện bằng 6V. Ở hời điểm mà hiệu điện thế trên tụ điện bằng 4V, hãy tính năng ượng của điện trường, năng lượng của từ trường và cường độ dòng liện trong mạch.

b) Nếu cuộn dây có điện trở R = 0,1 Ω thì để duy trì dao động liều hòa trong mạch với hiệu điện thế cực đại trên tụ điện vẫn bằng V thì phải cung cấp cho mạch một năng lượng có công suất bằng ao nhiêu ?

Giải: a) Năng lượng toàn phần của mạch dao động bằng năng ượng cực đại của điện trường ở tụ điện:

$$W = \frac{CU_o^2}{2} = 9.10^{-6}\text{J}.$$

Điện tích cực đại trên bản tụ điện bằng:

$$Q_o = CU_o = 3.10^{-6}\text{C}.$$

Khi hiệu điện thế trên tụ điện bằng 4V, u = 4V, năng lượng của iện trường là:

$$W_đ = \frac{1}{2}Cu^2 = 4.10^{-6}\text{J}.$$

Còn năng lượng của từ trường bằng:

$$W_t = W - W_đ = 5.10^{-6}J.$$

Ta biết $W_t = \frac{1}{2}Li^2$, từ đó $i = \sqrt{\frac{2W_t}{L}} \approx 0{,}45$ mA.

b) Vì có điện trở nên dao động trong mạch tắt dần (do tỏa nhiệt ở điện trở). Để duy trì dao động điều hòa phải cung cấp cho mạch một năng lượng có công suất đủ bù vào phần năng lượng hao phí do tỏa nhiệt (hiệu ứng Jun) trên điện trở, phần này có công suất $P = RI^2$. Khi đã cung cấp năng lượng đó ta có $\frac{1}{2}CU_o^2 = \frac{1}{2}LI_o^2$

suy ra $CU^2 = LI^2$ với U, I là các giá trị hiệu dụng.

Từ đó: $I^2 = \frac{C}{L}U^2$,

và $P = RI^2 = \frac{CR}{L}U^2 = \frac{CRU_o^2}{2L}$.

Thay số ta được $P \approx 1{,}8.10^{-4}W$.

B3. Bài tập dạng 3. *Xác định góc quay của tụ xoay trong mạch dao động.*

Mạch dao động ở lối vào của một máy thu vô tuyến gồm một tụ điện xoay mắc nối tiếp với một cuộn dây có điện trở $R = 10^{-2}\ \Omega$ và độ tự cảm $L = 4\mu H$. Tụ điện xoay có điện dung biến thiên liên tục và tỉ lệ thuận với góc quay, từ giá trị $C_1 = 10pF$ đến $C_2 = 490$ pF khi góc quay của bản tụ điện tăng dần từ 0° đến 180°.

a) Để "bắt" được sóng vô tuyến có bước sóng $\lambda = 25m$ thì phải xoay bản tụ một góc bằng bao nhiêu (kể từ vị trí tương ứng với giá trị C_1). Biết rằng khi đó mạch dao động nhận được một công suất $P = 10^{-6}W$, hãy tính các giá trị hiệu dụng của suất điện động cảm ứng và của cường độ dòng điện trong mạch.

b) Từ vị trí đó của bản tụ, phải xoay bản tụ một góc bao nhiêu để cường độ dòng điện trong mạch trên chỉ còn bằng 1/100 cường độ dòng điện khi có cộng hưởng. Coi rằng suất điện động hiệu dụng trong mạch thay đổi không đáng kể.

Giải:

a) Từ công thức $\lambda = 2\pi v\sqrt{LC}$ ta suy ra:

$$C = \frac{\lambda^2}{\pi^2 v^2 L} \approx 44,02 \,.\, 10^{-12}F = 44,02pF.$$

Theo đề bài, khi góc quay của bản tụ tăng 180° thì điện dung của tụ xoay tăng thêm 490 – 10 = 480 pF. muốn bắt được sóng 25m, điện dung của tụ xoay phải tăng thêm (kể từ vị trí ban đầu ứng với C_1) 44,02 – 10 = 34,02pF. Như vậy phải xoay bản tụ đi một góc:

$$\frac{34,02}{480} \,.\, 180 = 12,75^\circ = 12^\circ 45'.$$

Khi có cộng hưởng P = EI với $I = \frac{E}{R}$, suy ra:

$$P = \frac{E^2}{R} \rightarrow E = \sqrt{PR} \approx 10^{-4}V,$$

$$I = \frac{E}{R} = 10^{-2}A.$$

b) Khi không có cộng hưởng, cường độ dòng điện trong mạch là $I' = \frac{E}{Z}$. Từ đó, theo đề bài:

$$\frac{I}{I'} = \frac{Z}{R} = 10^2 \rightarrow Z = 10^2R = 1\Omega.$$

Mặt khác $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C'\omega})^2} = 1\Omega,$

mà $R = 10^{-2}\,\Omega \rightarrow L\omega - \frac{1}{C'\omega} \approx \pm 1.$

Đặt $C' = C + \Delta C$ (C là điện dung của tụ khi có cộng hưởng, đã tính ở câu a),

$$\text{ta có:}\quad L\omega - \frac{1}{C'\omega} = L\omega - \frac{1}{C\omega\,(1 + \frac{\Delta C}{C})}$$

$$\approx L\omega - \frac{1}{C\omega}\,(1 - \frac{\Delta C}{C}) = L\omega - \frac{1}{C\omega} + \frac{\Delta C}{C^2\omega}\,.$$

Vì: $L\omega - \dfrac{1}{C\omega} = 0$ nên $L\omega - \dfrac{1}{C'\omega} \approx \dfrac{\Delta C}{C^2\omega}\,.$

Vậy: $\dfrac{\Delta C}{C^2\omega} = \pm 1 \rightarrow \Delta C = \pm C^2\omega \approx \pm 0{,}15\text{pF}$

(vì $\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi v}{\lambda}$).

Phải xoay bản tụ đi một góc:

$$\frac{\Delta C}{480}\,.\,180 \approx \pm 3'.$$

B4. Bài tập dạng 4. ***Tìm biểu thức của cường độ dòng điện, hiệu điện thế và điện tích trong mạch dao động***

Một mạch dao động gồm một tụ điện $C = 25\text{pF}$ và một cuộn cảm $L = 10^{-4}\text{H}$. Giả sử ở thời điểm ban đầu cường độ dòng điện cực đại và bằng 40 mA. Tìm biểu thức của cường độ dòng điện, của điện tích trên bản tụ và hiệu điện thế giữa hai bản tụ.

Giải: Ta có $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = 2.10^7$ rad/s.

Biểu thức của dòng điện $i = I_o\sin(\omega t + \varphi)$.

Vì lúc $t = 0$, $i = I_o = 40$ mA $= 4.10^{-2}$A nên $i = 4.10^{-2}\cos\,(2.10^7 t)$ (A)

Biểu thức của điện tích trên bản tụ :

$$q = Q_o \sin\omega t \quad \text{với} \quad Q_o = \frac{I_o}{\omega} = 2.10^{-9}C$$

$$\rightarrow q = 2.10^{-9} \sin(2.10^7 t)\ (C).$$

Biểu thức của hiệu điện thế:

$$u = \frac{q}{C} = 80\sin(2.10^7 t)\ (V).$$

C. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

1. Một mạch dao động gồm một tụ điện $C = 0{,}2\mu F$ và một cuộn cảm $L = 0{,}05H$.

a) Tìm tần số dao động của mạch.

b) Ở một thời điểm mà hiệu điện thế trên tụ là 20V cường độ dòng điện trong mạch là 0,1A. Hãy tính: năng lượng toàn phần của mạch dao động, cường độ dòng điện cực đại trong mạch.

c) Tính điện tích trên các bản tụ khi cường độ dòng điện trong mạch là 20 mA.

2. Mạch chọn sóng của một máy thu vô tuyến là một mạch dao động có thể cộng hưởng trong dải sóng từ $\lambda_1 = 52m$ đến $\lambda_2 = 312m$. Tụ điện của mạch là một tụ xoay mà ứng với bước sóng λ_1 thì tụ điện có điện dung là 1 pF. Hãy tìm sự biến thiên của điện dung của tụ điện trong dải sóng trên và tính độ tự cảm của cuộn dây của mạch.

3. Một mạch dao động gồm một cuộn dây có độ tự cảm $L = 1{,}6.10^{-4}H$ với một tụ điện $C = 8\ nF$.

a) Tính chu kì dao động riêng của mạch và bước sóng của sóng điện từ mà mạch có thể cộng hưởng.

b) Vì cuộn dây có điện trở nên để duy trì một hiệu điện thế cực đại $U_o = 5V$ trên tụ điện phải cung cấp cho mạch một công suất $P = 6mW$. Tìm điện trở của cuộn dây.

4. Một mạch dao động gồm một tụ điện $C = 3$ nF và một cuộn cảm $L = 0,05H$. Ban đầu tích điện cho các bản tụ điện một điện tích $Q_o = 4\mu C$.

a) Viết các biểu thức của dòng điện và điện tích trong mạch.

b) Tính năng lượng điện từ của mạch.

5. Một mạch dao động gồm một cuộn cảm $L = 0,1$ H và một tụ điện C. Cho biết biểu thức của điện tích trên các bảm tụ đện $q = 2\cos(200\pi t)$ (μC).

a) Hãy tính chu kì dao động của mạch và điện dung của tụ điện.

b) Tìm cường độ dòng điện trong mạch và năng lượng điện từ của mạch.

6. Một mạch dao động gồm tụ điện $C = 60\mu F$ và hai cuộn cảm $L_1 = 1$ mH và $L_2 = 2$ mH mắc song song với nhau như hình vẽ. Hãy tính cường độ cực đại của các dòng điện chạy qua các cuộn cảm, biết rằng hiệu điện thế cực đại giữa hai bản tụ điện là $U_o = 0,1V$.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ.

1. a) $$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1590Hz.$$

b) $$W = \frac{1}{2}Cu^2 + \frac{1}{2}Li^2 = 2,9.10^{-4}J.$$

$$I_o = \sqrt{\frac{2W}{L}} = 0,108A.$$

c) Từ biểu thức $W = \dfrac{q^2}{2C} + \dfrac{Li^2}{2}$ suy ra $q = 1,06.10^{-5}C$.

2. $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} = \sqrt{\dfrac{C_2}{C_1}} = 6 \rightarrow C_2 = 36C_1 = 36 \text{ pF}$,

$L = 9{,}4.10^{-5}$ H.

3. a) $T = 2\pi\sqrt{LC} = 7{,}1.10^{-6}$s; $\lambda = vT = 2130$m.

b) $I = \dfrac{U_o}{\sqrt{2}}\sqrt{\dfrac{C}{L}} = 5.10^{-2}$ (A),

$R = \dfrac{P}{I^2} = 0{,}12$ ôm

4. a) $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = 8{,}2.10^4$ rad/s,

$f = \dfrac{\omega}{2\pi} = 1{,}3.10^4$Hz.

Theo điều kiện đề bài:

$q = Q_o\sin(\omega t + \varphi) = 4.10^{-6}\sin(8{,}2\sin 10^4t + \pi/2)$ (C),

$i = \dfrac{dq}{dt} = 0{,}33\cos\,(8{,}2.10^4t + \pi/2)$ (A).

b) $W = \dfrac{Q_o^2}{2C} = 2{,}67.10^{-3}$J,

$T = 0{,}01$ s; $C = 2{,}5\ \mu$F,

$i = -1{,}26.10^{-2}\sin(200\pi t)$ (A).

6. Vì điện trở thuần của hai cuộn cảm bằng không nên dòng điện chạy trong hai cuộn cảm cùng pha với nhau. Dùng phương pháp giản đồ véc tơ, chọn $\vec{U}_o$ là trục gốc, vẽ $\vec{I}_{10}$, $\vec{I}_{20}$ (cường độ dòng điện trong

hai cuộn cảm và vẽ $\vec{I}_o = \vec{I}_{10} + \vec{I}_{20}$ dễ dàng suy ra: $I_{10}L_1 = I_{20}L_2$ (1) và độ tự cảm tương đương của hai cuộn cảm

$L = \dfrac{L_1L_2}{L_1 + L_2}$. Năng lượng của mạch $W = \dfrac{CU_o^2}{2} = \dfrac{LI_o^2}{2}$,

suy ra
$$I_o = \sqrt{\frac{C}{L}}U_o = \sqrt{\frac{C(L_1 + L_2)}{L_1L_2}}U_o = I_{10} + I_{20}$$

$$\rightarrow I_{10} = \sqrt{\frac{L_2C}{L_1(L_1 + L_2)}}U_o = 0{,}02A,$$

$$I_{20} = \sqrt{\frac{L_1C}{L_2(L_1 + L_2)}}U_o = 0{,}01A.$$

MỤC LỤC

Trang

Lời nói đầu

Phần thứ nhất. **ÔN TẬP KIẾN THỨC CƠ BẢN**

A. Một số kiến thức cơ bản cần nhớ 5
B. Một số bài tập ôn tập 8
C. Một số điểm lưu ý chung 16

Phần thứ hai. **DAO ĐỘNG CƠ HỌC**

Chủ đề I Dao động điều hòa 17
Chủ đề II Con lắc lò xo 24
Chủ đề III Con lắc đơn 77
Chủ đề IV Dao động điều hòa của vật chịu tác dụng của lực có tác dụng của lực đàn hồi 108

Phần thứ ba. **SÓNG CƠ HỌC - SÓNG ÂM**

Chủ đề I Phương trình sóng 137
Chủ đề II Sự giao thoa sóng, sóng dừng, sóng âm 141

Phần thứ tư. **DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU**

Chủ đề I Suất điện động xoay chiều 159
Chủ đề II Mạch điện xoay chiều không phân nhánh 162
Chủ đề III Mạch điện xoay chiều mắc song song 192
Chủ đề IV Mạch điện xoay chiều mắc hỗn hợp 203
Chủ đề V Máy biến thế - Truyền tải điện năng 303

Phần thứ năm. **DAO ĐỘNG VÀ SÓNG ĐIỆN TỪ**

A. Tóm tắt kiến thức cơ bản 316

B. Bài tập cơ bản 317

C. Bài tập áp dụng 323